

УДК 303.732.4 : 338.516.49

UDC 303.732.4 : 338.516.49

08.00.13 - Математические и инструментальные методы экономики (экономические науки)

08.00.13 - Mathematical and instrumental methods of Economics (Economics)

**МЕТОД ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ОЦЕНИВАНИЯ ФУНКЦИИ СПРОСА****PRICING METHOD BASED ON THE ESTIMATION OF DEMAND FUNCTION**

Орлов Александр Иванович  
д.э.н., д.т.н., к.ф.-м.н., профессор  
РИНЦ SPIN-код: 4342-4994

Orlov Alexander Ivanovich  
Dr.Sci.Econ., Dr.Sci.Tech., Cand.Phys-Math.Sci.,  
professor

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, [prof-orlov@mail.ru](mailto:prof-orlov@mail.ru)*

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

При решении некоторых задач экономики и управления на предприятии возникает необходимость определения розничной цены товара или услуги при известной оптовой цене или цене производителя. Предлагаем определять розничную цену на основе анализа данных опроса потенциальных потребителей о максимально возможной для них цене на рассматриваемый товар или услугу. Розничную цену рассчитываем на основе оптимизации экономического эффекта, равного производству результата от продажи одной единицы товара на функцию спроса, которую оцениваем путем опроса потребителей. Для решения оптимизационной задачи функцию спроса приближаем с помощью метода наименьших квадратов. Как примеры проанализированы линейная и степенная модели функции спроса. Обсуждаются пути дальнейшего развития предложенного подхода. Сформулированы нерешенные научные задачи. Требуют дальнейшей проработки методы оценивания функции спроса в условиях большого количества повторов в ответах респондентов и их склонности к "круглым цифрам", вследствие чего нельзя пользоваться критерием Колмогорова для определения точности восстановления функции спроса. Различные параметрические и непараметрические подходы регрессионного анализа должны быть адаптированы к рассматриваемой задаче восстановления зависимости спроса от цены, равно как и методы решения соответствующих оптимизационных задач

When solving some problems of economics and management at an enterprise, it becomes necessary to determine the retail price of a product or service at a known wholesale price or producer price. We offer to determine the retail price based on an analysis of a survey of potential consumers about the maximum possible price for the product or service in question. We calculate the retail price on the basis of optimizing the economic effect equal to the product of the result from the sale of one unit of goods by the demand function, which we estimate by interviewing consumers. To solve the optimization problem, we approximate the demand function using the least squares method. As examples, the linear and power models of the demand function are analyzed. Ways of further development of the proposed approach are discussed. Unresolved scientific problems are formulated. Methods for estimating the demand function in the context of a large number of repetitions of respondents and their tendency to "round numbers" require further elaboration, as a result of which the Kolmogorov criterion cannot be used to determine the accuracy of the restoration of the demand function. Various parametric and non-parametric approaches of regression analysis should be adapted to the problem of restoring the dependence of demand on price, as well as methods for solving the corresponding optimization problems

**Ключевые слова:** МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ, ЭКОНОМЕТРИКА, МАРКЕТИНГ, ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ, ФУНКЦИЯ СПРОСА, ОЦЕНИВАНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ, МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

**Keywords:** MATHEMATICAL METHODS OF ECONOMICS, ECONOMETRICS, MARKETING, PRICING, DEMAND FUNCTION, ESTIMATION, OPTIMIZATION, LEAST SQUARES METHODS

DOI: <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-158-018>

## Введение

В условиях перехода к цифровой экономике неизбежно и быстрыми темпами меняются системы управления социально-экономическими структурами всех уровней [1, 2]. Все большее значение приобретает контроллинг [3]. Согласно распространенному определению контроллинг - это информационно-аналитическая поддержка процессов принятия решений на предприятии [3, 4]. Поэтому теория принятия управленческих решений [5, 6] имеет много областей соприкосновения с контроллингом.

Разработка перспективных математических и инструментальных методов контроллинга [7] дает основу современному организационно-экономическому, математическому и программному обеспечению контроллинга, инноваций и менеджмента [8].

Большое значение контроллинг имеет для маркетинга [9]. В настоящей статье мы предлагаем организационно-экономическую маркетинговую модель [10], предназначенную для выбора значения розничной цены товара на основе анализа выборочных данных о спросе на него.

Одним из инструментов изучения и завоевания рынка является функция спроса [11]. Она показывает, как меняется объем продаж определенного товара меняется в зависимости от цены (при прочих равных условиях). Пусть  $p$  - цена и  $D(p)$  - объем продаж (спрос), соответствующий цене  $p$ . Спрос  $D(p)$  является функцией (в математическом смысле этого слова) от цены. Хорошо известно, что функция  $D(p)$  используется при рассмотрении различных проблем микроэкономики, в частности, при нахождении равновесной цены, при обсуждении влияния изменения налогов на поведение экономической системы. Функция спроса  $D(p)$  - монотонно убывающая. Для получения количественных выводов необходимо уметь оценивать функцию спроса по наблюдаемым данным.

Настоящая статья посвящена математико-статистическим методам оценивания функции спроса с целью нахождения оптимальной розничной

цены, разработанным в соответствии с подходами отечественной научной школы в области организационно-экономического моделирования, эконометрики и статистики [12]. Простейший вариант разработанных методов используется нами при преподавании с конца 1990-х годов (см., например, учебник [13] и методическую разработку [14]), однако общий подход публикуется впервые. В частности, новым является обсуждение и частичное решение проблем построения вероятностно-статистических моделей, предназначенных для оценивания функции спроса. Выделим проблему получения в рамках моделей рассматриваемого вида утверждений о состоятельности используемых оценок. Обсуждается проблема сглаживания данных о спросе с помощью различных вариантов подходов регрессионного анализа. Впервые в научной периодике описана исходная прикладная задача. По нашему мнению, предлагаемый метод ценообразования на основе оценивания функции спроса может найти широкое применение при решении практических маркетинговых задач. Вниманию теоретиков (маркетологов, эконометриков) предлагаем некоторые нерешенные проблемы и обсуждаем подходы к их решению.

### **Исходная постановка задачи ценообразования**

Исходная задача была такова. К нам в Институт высоких статистических технологий и эконометрики Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана обратились представители компьютерной фирмы с просьбой о консультации в выборе рациональной цены на изготовленный этой фирмой программный продукт. Экономический эффект от продажи рассматриваемого программного продукта, очевидно, равен  $pD(p)$ , где  $p$  - его цена, а  $D(p)$  - объем продаж (спрос), соответствующий этой цене. Отметим два обстоятельства, важные для рассматриваемой ситуации. Стоимость тиражирования программного продукта пренебрежимо мала, поэтому она не учитывается в экономическом эффекте.

Расходы на создание программного продукта осуществлены в прошлом, поэтому они также не учитываются. Исходя из всего сказанного, мы предложили определять рациональную (оптимальную) цену путем решения оптимизационной задачи:

$$pD(p) \rightarrow \max_p . \quad (1)$$

Для оценивания функции спроса мы опросили несколько сотен специалистов (покупателей и продавцов программных продуктов - участников компьютерной выставки), задав им один вопрос: "За какую максимальную цену Вы готовы купить (рассматриваемый) программный продукт?" Обработав собранные данные (см. ниже), получаем оценку ожидаемого спроса. Предполагаем, что функция ожидаемого спроса пропорциональна функции реального спроса, а потому в задаче оптимизации (1) в качестве  $D(p)$  можно использовать функцию ожидаемого спроса, поскольку при умножении максимизируемой функции  $pD(p)$  на константу не меняется значение аргумента, при котором достигается максимум.

### **Табличный метод оценивания функции спроса**

Оценивание функции спроса проводится на основе статистических данных, полученных от опрошенных. Продемонстрируем процедуру оценивания на упрощенном учебном примере в соответствии с подходом, подробно изложенном в простейшем случае в [13, 14]. Отметим, что методическая разработка [14] включена в [13] в качестве приложения 4 (с. 543-568).

Согласно [13, 14] типовое число опрошенных - 50 человек.

На вопрос "Какую максимальную цену (в руб.) Вы заплатили бы за шариковую ручку?" в реальном опросе получены следующие 50 ответов:

30, 45, 70, 20, 35, 40, 50, 45, 20, 35,

30, 70, 20, 20, 40, 80, 30, 20, 35, 40,

35, 18, 27, 45, 30, 35, 40, 35, 40, 50,  
100, 100, 120, 120, 50, 30, 20, 40, 70, 10,  
45, 50, 50, 35, 40, 40, 50, 40, 45, 40

Первый шаг - упорядочение ответов в порядке неубывания, т.е. построение вариационного ряда. Получаем в рассматриваемом примере:

10, 18, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 27, 30,  
30, 30, 30, 30, 35, 35, 35, 35, 35, 35,  
35, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40,  
40, 45, 45, 45, 45, 45, 50, 50, 50, 50,  
50, 50, 70, 70, 70, 80, 100, 100, 120, 120

Обращают на себя внимание то, что опрашиваемые обычно называют "круглые" числа (для рассматриваемого примера - целые числа, оканчивающиеся на 0 или 5). Только два числа из 50 не являются "круглыми". Эта особенность предпочтений потребителей в настоящее время обычно игнорируется. Используемые в маркетинге математические модели и методы основаны на математике действительных чисел, в то время как в будущем целесообразно разработать более адекватные модели и методы на основе статистики интервальных данных [13, 15, 16].

Второй шаг - описание вариационного ряда собранных данных с помощью таблицы (см. табл. 1), включающей упорядоченный перечень уникальных значений цен, полученных при опросе (столбец 2 табл.1), с указанием числа повторов этих значений (столбец 3 табл.1).

Третий шаг - построение функции спроса для опрошенных (столбец 4 табл.1). Двигаемся снизу вверх, от большей цены к меньшей. При цене, большей 120, никто не купит шариковую ручку. Если цена ручки равна 120 руб., то ее приобретут двое - те, кто назвал 120 руб. при опросе. Потому в клетке на пересечении строки 13 и столбца 4 ставим 2. Если цена уменьшается, но остается больше 100, то значение функции спроса по-прежнему

равно 2. При цене 100 руб. проявляются еще двое - те, кто назвал 100 руб. при опросе.

Принимаем, что при цене  $X$  руб. купят товар не только те, кто при опросе назвал  $X$  руб., но и те, кто назвал более высокую цену. Это условие выполнено для подавляющего большинства товаров, за исключением престижных (как известно, понятие "престижный товар" употребляется в тех случаях, когда покупатель приобретает товар не столько для удовлетворения своих потребностей, сколько для подтверждения собственного высокого положения в обществе). Судя по ответам, шариковую ручку опрошенные явно не относят к престижным товарам. Если бы кто-либо из опрошенных назвал 10 000 руб., следовало бы, наоборот, признать, что в этом случае имеется в виду престижный товар.

Из сказанного следует, что при цене 100 руб. значение функции спроса равно 4. Следующий скачок произойдет при цене 80 руб. (строка 11) - к 4 потребителям, согласным на более высокую цену, добавится 1, назвавший ровно 80 руб., и значение функции спроса примет значение  $4 + 1 = 5$ . Дальнейшие клетки столбца 4 можно заполнить аналогично, по правилу: к числу назвавших более высокую цену добавить число назвавших ту цену, которая указана в рассматриваемой строке. Другими словами, для заполнения клетки в столбце 4 надо взять число, находящееся в клетке ниже, число из клетки слева и сложить их. Так, в строке 10 надо взять числа 5 из нижней клетки, 3 из клетки слева, сложив, получить значение функции спроса  $5 + 3 = 8$  для цены 70. Продолжая, заполняем столбец 4 табл.1.

Функция спроса для совокупности из 50 опрошенных потребителей построена. Она задается 13 парами чисел  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 13$ , приведенными в столбцах (2) и (4) табл.1. Функция является кусочно-постоянной,

$$D(p) = D(p_{i+1}), \quad p \in (p_i, p_{i+1}], \quad i = 1, 2, 3, \dots, 13, \quad (2)$$

т.е. для всех значений цены между двумя табличными функция спроса равна своему значению в правом конце.

Таблица 1. Построение и использование функции спроса

№ <i>i</i>	Значения цены $p_i$	Число повторов $f_i$	Значения функ- ции спроса $D_i =$ $D(p_i)$	Экономический эффект	
				$(p_i - 5)D(p_i)$	$(p_i - 20)D(p_i)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	10	1	50	$5 \times 50 = 250$	-
2	18	1	49	$13 \times 49 = 637$	-
3	20	6	48	$15 \times 48 = 720$	-
4	27	1	42	$22 \times 42 = 924$	$7 \times 42 = 294$
5	30	5	41	$25 \times 41 = 1025$	$10 \times 41 = 410$
6	35	7	36	$30 \times 36 = \mathbf{1080}$	$15 \times 36 = 540$
7	40	10	29	$35 \times 29 = 1015$	$20 \times 29 = \mathbf{580}$
8	45	5	19	$40 \times 19 = 760$	$25 \times 19 = 475$
9	50	6	14	$45 \times 14 = 630$	$30 \times 14 = 420$
10	70	3	8	$65 \times 8 = 520$	$50 \times 8 = 400$
11	80	1	5	$75 \times 5 = 375$	$60 \times 5 = 300$
12	100	2	4	$95 \times 4 = 380$	$80 \times 4 = 320$
13	120	2	2	$115 \times 2 = 230$	$100 \times 2 = 200$

### Табличный метод определения оптимальной розничной цены

Для оптимизации экономического эффекта нельзя исходить из модели (1), поскольку следует учитывать оптовую цену  $p_0$ . Модель (1) соответствует  $p_0 = 0$ . Поскольку экономический эффект равен  $(p - p_0)D(p)$ , то вместо (1) рассматриваем модель

$$(p - p_0)D(p) \rightarrow \max_p \quad (3)$$

(в рассматриваемой постановке экономический эффект - это маржинальная прибыль, поскольку принимаем, что постоянные расходы не меняются при изменении цены). Ясно, что максимизировать можно по  $p > p_0$ , а не по всем  $p$ .

Модель (3) предназначена для определения оптимальной розничной цены. В зависимости от экономической ситуации в качестве  $p_0$ , кроме оптовой цены, может рассматриваться цена производителя, полная себестоимость и т.п.

Для построенной выше функция спроса для совокупности из 50 опрошенных потребителей решения задачи (3) следует искать среди  $p_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 13$ ,

Поскольку для всех значений цены между двумя табличными функция спроса равна своему значению в правом конце, то для таких значений цены произведение  $(p - p_0)D(p)$  максимально в правом конце интервала.

По данным табл.1 найдем оптимальную розничную цену при оптовой цене  $p_0 = 5$  (руб.). Для этого в столбце (5) табл.1 выпишем произведения  $(p_i - 5)D(p_i)$ . Максимум среди произведений достигается в строке 6 и равен 1080 (руб.). Таким образом, оптимальная розничная цена равна 35 (руб.). При этом объем продаж равен 36, т.е. купить товар смогли 72% потенциальных потребителей.

В качестве второго примера найдем оптимальную розничную цену при оптовой цене  $p_0 = 20$  (руб.). В столбце (6) табл.1 приведены произведения  $(p_i - 20)D(p_i)$ . При этом в строках 1 - 3, соответствующих значениям цены 10, 18 и 20, стоят прочерки, поскольку, как уже говорилось, максимизировать можно по  $p > p_0 = 20$ , а не по всем  $p$ . Видим, что максимум среди произведений достигается в строке 7 и равен 580 (руб.). Таким образом, оптимальная розничная цена равна 40 (руб.), а объем продаж равен 29, т.е. приобрести товар смогли 58% потенциальных потребителей.

Прокомментируем результаты расчетов в рассматриваемом примере.



При изменении оптовой цены на 15 руб. (с 5 руб. до 20 руб., т.е. рост в 4 раза) оптимальная розничная цена увеличилась на 5 руб. (с 35 руб. до 40 руб., т.е. выросла в 1,14 раза). Эти факты показывают, что нет явно выраженной связи между изменением оптовой цены и изменением розничной цены. Нельзя сказать, что увеличение оптовой цены (например, из-за введения новых налогов) перекладывается на потребителей (путем возрастания розничной цены). Основной влияющий фактор - микроструктура функции спроса.

Розничная цена может значительно (в несколько раз) превышать оптовую - в 7 раз (при малой оптовой цене 5 руб.) или в 2 раза (при умеренной оптовой цене 20 руб.).

Ориентация на максимальный экономический эффект приводит к тому, что значительная часть потенциальных потребителей не сможет приобрести товар. При оптовой цене 5 руб. таких 28%, хотя все названные при опросе допустимые цены превышают оптовую цену. При оптовой цене 20 руб. ситуация иная - для 16% потребителей максимально допустимые цены меньше или равны оптовой, т.е. рыночный механизм сразу же "отсекает" их от товара. Еще для 26% потребителей оптимальная розничная цена слишком высока. Суммарно 42% потребителей не сможет приобрести товар при оптовой цене 20 руб. Таким образом, в условиях рыночной торговли значительная часть потенциальных потребителей останется без товара. Следовательно, если необходимо обеспечить доступность некоторого блага для всех нуждающихся в нем, то необходимо использовать нерыночный механизм распределения. Например, если руководству вуза необходимо обеспечить учебниками всех студентов, то следует использовать систему бесплатного библиотечного обслуживания. Организовать продажу учебников также необходимо, но следует учитывать, что таким путем нельзя обеспечить учебниками всех студентов.

Отметим, что рассматриваемый метод ценообразования ориентируется на достаточно однородные совокупности. Если совокупность опрошенных неоднородна, есть группа согласившихся на высокую цену, то при достаточно высокой оптовой цене оптимальная розничная цена будет соответствовать ответам лиц из этой группы, т.е. рыночный торговый механизм перейдет к обслуживанию рассматриваемой группы при игнорировании основной массы потребителей. Так, если к данным рассмотренного выше примера добавить только одного потребителя с допустимой ценой 1000 (руб.), то, как видно из данных табл.1, уже для оптовой цены 20 (руб.) оптимальная розничная цена будет равняться 1000, т.е. будет обслуживаться только этот потребитель.

### **Переход к генеральной совокупности**

Построенная в табл.1 функция спроса отражает специфику опрошенной группы (50 человек). Как ее перенести на всю генеральную совокупность?

Как и во всех выборочных методах, основное требование - выборка должна быть представительной [13]. Все единицы генеральной совокупности (множества всех потенциальных потребителей) должны иметь одинаковые шансы попасть в выборку, все наборы из  $k$  единиц должны иметь одинаковые шансы попасть в выборку,  $k = 2, 3, \dots, 50$ . Имеется ряд методов формирования представительной выборки, в том числе с помощью датчиков псевдослучайных чисел [13]. Конкретный набор данных может быть признан представительной выборкой на основе экспертных оценок.

Если приведенные выше (в примере) 50 чисел признаны представительной выборкой, то на основе столбца 4 табл.1 можно построить статистическую оценку функцию спроса для генеральной совокупности. Для этого достаточно умножить стоящие в столбце 4 числа на 2. Получаем оценку функции спроса в процентах.

В вероятностно-статистической модели выборки естественно принять, что ответы  $n$  опрашиваемых  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  - независимые одинаково распределенные случайные величины. Тогда описанная выше процедура построения функции спроса эквивалентна построению дополнения до 1 эмпирической функции распределения (после деления значений функции спроса в табл.1 на число опрошенных). Эмпирическая функция распределения - одно из основных понятий математической статистики и эконометрики. Из теоремы Гливленко - Кантелли следует, что построенная по ответам  $n$  опрашиваемых функция спроса равномерно сходится при  $n \rightarrow \infty$  к функции спроса генеральной совокупности. Другими словами, эмпирическая функция спроса является состоятельной оценкой теоретической функции спроса (в терминологии прикладной статистики [17]).

К сожалению, как эмпирическая, так и теоретическая функции спроса не являются непрерывными. Число значащих цифр в ответах мало (обычно 1 - 2). Весьма заметна тенденция опрашиваемых к использованию "круглых цифр", как следствие, наблюдаем большое число повторов (в табл.1 цена "40 руб." повторяется 10 раз, т.е. на это единственное значение цены приходится 20% всех ответов). Поэтому нельзя использовать теорему Колмогорова для изучения расхождения между выборочной и теоретической функциями спроса, равно как и критерий Крамера - Мизеса - Смирнова и другие непараметрические инструменты [17]. В целом вероятностно-статистические модели и методы оценивания функции спроса требуют дальнейшего изучения с учетом, в частности, опыта формирования выборок при исследовании институциональных и социокультурных процессов [18]. Прежде всего необходима разработка моделей формирования ответов опрашиваемых, позволяющих изучать появление повторов и "круглых цифр", т.е. отражающих специфику опросов потребителей.

### Сглаживание функции спроса

Хотя функция спроса рассчитывается исходя из ответов  $n$  опрашиваемых, можно сосредоточиться на анализе пар  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ . Здесь  $k < n$ , поскольку среди ответов есть повторы. Пары  $(p_i, D_i)$  дают табличное представление функции спроса. На их основе можно построить сглаженные зависимости, получить значения функции спроса в промежутках между полученными при опросе значениями. Описанная выше кусочно-постоянная функция спроса - не единственная возможная. Представляется естественным соединить отрезками соседние точки  $(p_i, D_i)$  на координатной плоскости и получить непрерывную оценку функции спроса.

Пусть  $D^*(p)$  - некоторая оценка функции спроса. Оптимальную розничную цену естественно искать как решение оптимизационной задачи

$$(p - p_0)D^*(p) \rightarrow \max_p \quad (4)$$

Теория решений оптимизационных задач хорошо развита (см, например, [19]). В (4) идет речь о минимизации гладкой функции по множеству положительных чисел.

На основе исходных данных  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ , можно построить оценку функции спроса различными способами, в частности, методом наименьших квадратов. В качестве первого шага представляется естественным рассмотреть убывающую двухпараметрическую зависимость спроса от цены в двух вариантах - линейную и степенную. Линейная зависимость имеет вид

$$D_1(p) = ap + b, \quad (5)$$

где  $a < 0$  и  $b$  - произвольные параметры, подлежащие оценке. Степенная зависимость имеет вид

$$D_2(p) = Ap^C, \quad (6)$$

где  $A > 0$  и  $C < 0$  - параметры, подлежащие оценке.

Оценка параметров линейной зависимости (5) методом наименьших квадратов проводится известным способом [13]. Получаем восстановленную зависимость

$$D_1^*(p) = a^* p + b^*, \quad (7)$$

где  $a^*$  и  $b^*$  - оценки параметров  $a$  и  $b$  соответственно. Подставив (7) в (4), получим оптимизационную задачу

$$(p - p_0)(a^* p + b^*) \rightarrow \max_p \quad (8)$$

Остается найти максимум квадратного трехчлена. Для сокращения объема не будем выписывать здесь решение этой оптимизационной задачи.

Перейдем к степенной зависимости (6). Она не является линейной, поэтому непосредственно применять метод наименьших квадратов нельзя. Однако эту зависимость можно линеаризовать. Приведем ее к линейному виду, прологарифмировав обе части зависимости (6):

$$y = \ln D_2(p) = \ln(Ap^C) = \ln A + C \ln p = Cx + b, \quad x = \ln p, \quad b = \ln A. \quad (9)$$

Как показано в (9), линейная связь имеется между логарифмами цены и спроса. Следовательно, используя в качестве исходных данных  $(\ln p_i, \ln D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$  (вместо  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ), стандартным образом [13] получаем оценки метода наименьших квадратов для параметров линейной модели  $C^*$  и  $b^*$ , а затем и оценку функции спроса

$$D_2^*(p) = A^* p^{C^*}, \quad A^* = e^{b^*}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (4), получим оптимизационную задачу

$$(p - p_0)A^* p^{C^*} \rightarrow \max_p \quad (11)$$

Для решения этой задачи отметим, что множитель  $A^*$  не влияет на точку максимума. Максимизируемая функция определена для всех положительных значений цены  $p$ . Продифференцируем по  $p$  максимизируемую функцию, деленную на  $A^*$ , и приравняем производную 0. Получим:

$$\frac{d}{dp}(p-p_0)p^{C^*} = \frac{d}{dp}(p^{C^*+1}) - p_0 \frac{d}{dp}(p^{C^*}) = (C^*+1)p^{C^*} - p_0 C^* p^{C^*-1} = p^{C^*-1}((C^*+1)p - p_0 C^*) = 0. \quad (12)$$

Первый множитель в правой части (12) положителен, поэтому в качестве кандидата на роль оптимальной розничной цены следует рассматривать решение уравнения

$$(C^*+1)p - p_0 C^* = 0, \quad (13)$$

т.е. значение

$$p_{opt} = \frac{p_0 C^*}{(C^*+1)}. \quad (14)$$

Значение  $C^* < 0$  рассчитывается по результатам наблюдений. Для  $C^*$  есть критическое значение. Если  $C^* < (-1)$ , то формула (14) дает положительное значение, лежащее в области допустимых значений для аргумента минимизируемой функции, и по (14) действительно получаем оптимальную розничную цену (проверив достаточные условия максимума). Если  $(-1) < C^* < 0$ , то формула (14) дает отрицательное значение, которое не лежит в области допустимых значений для аргумента минимизируемой функции. При  $C^* = (-1)$  знаменатель в (14) равен 0. Легко видеть, что при  $(-1) \leq C^* < 0$  чем больше цена, тем больше экономический эффект, следовательно, нет оптимальной розничной цены. Чем больше цена - тем больше экономический эффект. Как в подобных случаях поступать на практике - пока не ясно. Возможно, необходимо вмешательство государственных органов, установление верхней границы возможной цены.

В соответствии с теорией регрессионного анализа выбор между линейной зависимостью (5) и степенной (6) может быть проведен путем сравнения остаточных сумм квадратов [13].

### **Возможные пути дальнейшего развития**

Для восстановления функции спроса по данным вида  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ , где  $D_i$  - оценки функции спроса, могут быть использованы различ-

ные методы восстановления зависимости, в частности, непараметрическая регрессия, метод наименьших модулей, метод минимакса, методы статистики интервальных данных. Методы восстановления зависимости (методы регрессионного анализа) рассмотрены в ряде наших статей и книг (см., например, [20]). При развитии описанного выше подхода с целью углубленного изучения статистических данных в качестве первого шага напрашивается простейшее обобщение - вместо линейной зависимости (5) рассмотреть квадратичную зависимость.

Заслуживают внимания другие подходы к решению рассматриваемой задачи, в частности, основанные на системно-когнитивном анализе, нацеленном на исследование влияния номенклатуры и объемов реализуемой продукции на прибыль и рентабельность торговой фирмы [21].

### **Заключение**

На наш взгляд, описанный в настоящей статье подход заслуживает дальнейшего развития. Нерешенные задачи частично сформулированы выше. Здесь отметим необходимость обоснования вероятностно-статистических моделей метода наименьших квадратов для данных вида  $(p_i, D_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ , где  $D_i$  - оценки функции спроса. Это - важный частный случай проблемы стыковки алгоритмов, рассматриваемой в новой парадигме математических методов исследования [22]. Целесообразно рассмотреть не только зависимости (5) и (6), но и другие виды зависимостей, как параметрические, так и непараметрические. Важно подчеркнуть, что подробно рассмотренным в [13, 14] простейшим вариантом решения проблемы ценообразования на основе оценивания функции спроса нецелесообразно ограничиваться. Некоторые варианты дальнейшего развития исследований намечены в настоящей статье.

## Литература

1. Лойко В.И., Луценко Е.В., Орлов А.И. Современная цифровая экономика. – Краснодар: КубГАУ, 2018. – 508 с.
2. Ермоленко В.В. Инновационная экосистема в многоукладной экономике / Информационное общество и цифровая экономика: глобальные трансформации. Материалы IV Национальной научно-практической конференции (Краснодар, 23 - 25 мая 2019 г.). - Краснодар: Кубанский государственный университет, 2019. - С. 4-14.
3. Карминский А.М., Фалько С.Г., Жевага А.А., Иванова Н.Ю. Контроллинг. Изд.3-е, дораб. - М.: Инфра-М, 2017. - 336 с.
4. Фалько С.Г., Волочиенко В.А., Васильев С.В. Контроллинг: подготовка управленческих решений в реальном масштабе времени. - М.: НП "Объединение контроллеров", 2019. - 200 с.
5. Орлов А.И. Теория принятия решений. — М.: Экзамен, 2006. — 576 с.
6. Орлов А.И. Методы принятия управленческих решений. - М.: КНОРУС, 2018. - 286 с.
7. Орлов А.И., Луценко Е.В., Лойко В.И. Перспективные математические и инструментальные методы контроллинга. Под научной ред. проф. С.Г.Фалько. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2015. – 600 с.
8. Орлов А.И., Луценко Е.В., Лойко В.И. Организационно-экономическое, математическое и программное обеспечение контроллинга, инноваций и менеджмента: монография / под общ. ред. С. Г. Фалько. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – 600 с.
9. Рыжикова Т.Н. Маркетинг: экономика, финансы, контроллинг. - М.: Инфра-М, 2017. - 225 с.
10. Калюжнова Н.Я., Кошурникова Ю.Е. Современные модели маркетинга. - М.: Юрайт, 2019. - 170 с.
11. Рыжикова Т.Н. Аналитический маркетинг. Что должен знать маркетинговый аналитик. - М.: Инфра-М, 2018. - 288 с.
12. Орлов А.И. Отечественная научная школа в области организационно-экономического моделирования, эконометрики и статистики / Контроллинг. 2019. №73. С. 28-35.
13. Орлов А.И. Эконометрика. Изд. 4-е, доп. и перераб. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. - 572 с.
14. Орлова Л.А. Функция спроса и метод наименьших квадратов. Методическая разработка. М.: Лаборатория экономико-математических методов в контроллинге МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 (электронный вариант). 21 с. URL: <http://ibm.bmstu.ru/nil/biblio.html#books-12-spros> (дата обращения: 16.02.2020).
15. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: : учебник : в 3 ч. Ч.1: Нечисловая статистика. Гриф УМО. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. — 542 с.
16. Орлов А.И., Луценко Е.В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2014. – 600 с.
17. Орлов А.И. Прикладная статистика. — М.: Экзамен, 2006. — 672 с.
18. Захарова А.А. Опыт формирования выборки на примере исследования институциональных и социокультурных процессов региона / Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2019. №11-2(38). С. 150-153.
19. Лапшина М.Л. Методы решения задач оптимизации. - Воронеж: Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, 2019. - 69 с.
20. Орлов А.И. Многообразие моделей регрессионного анализа (обобщающая статья) / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т.84. №5. С. 63-73.



21. Луценко Е.В., Печурина Е.А., Ткаченко Н.А. Системно-когнитивное исследование влияния номенклатуры и объемов реализуемой продукции на прибыль и рентабельность торговой фирмы / Научный журнал КубГАУ. №153. С. 134-144.

22. Орлов А.И. О новой парадигме математических методов исследования / Научный журнал КубГАУ. 2016. №122. С. 807–832.

## References

1. Lojko V.I., Lucenko E.V., Orlov A.I. *Sovremennaya cifrovaya ekonomika*. – Krasnodar: KubGAU, 2018. – 508 s.

2. Ermolenko V.V. *Innovacionnaya ekosistema v mnogoukladnoj ekonomike / Informacionnoe obshchestvo i cifrovaya ekonomika: global'nye transformacii. Materialy IV Nacional'noj nauchno-prakticheskoy konferencii (Krasnodar, 23 - 25 maya 2019 g.)*. - Krasnodar: Kubanskij gosudarstvennyj universitet, 2019. - S. 4-14.

3. Karminskij A.M., Fal'ko S.G., Zhevaga A.A., Ivanova N.YU. *Kontrolling. Izd.3-e, dorab.* - M.: Infra-M, 2017. - 336 s.

4. Fal'ko S.G., Volochienko V.A., Vasil'ev S.V. *Kontrolling: podgotovka upravlencheskih reshenij v real'nom masshtabe vremeni*. - M.: NP "Ob"edinenie kontrollerov", 2019. - 200 s.

5. Orlov A.I. *Teoriya prinyatiya reshenij*. — M.: Ekzamen, 2006. — 576 s.

6. Orlov A.I. *Metody prinyatiya upravlencheskih reshenij*. - M.: KNORUS, 2018. - 286 s.

7. Orlov A.I., Lucenko E.V., Lojko V.I. *Perspektivnye matematicheskie i instrumental'nye metody kontrollinga. Pod nauchnoj red. prof. S.G.Fal'ko. Monografiya (nauchnoe izdanie)*. – Krasnodar, KubGAU. 2015. – 600 s.

8. Orlov A.I., Lucenko E.V., Lojko V.I. *Organizacionno-ekonomicheskoe, matematicheskoe i programmnoe obespechenie kontrollinga, innovacij i menedzhmenta: monografiya / pod obshch. red. S. G. Fal'ko*. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – 600 s.

9. Ryzhikova T.N. *Marketing: ekonomika, finansy, kontrolling*. - M.: Infra-M, 2017. - 225 s.

10. Kalyuzhnova N.YA., Koshurnikova YU.E. *Sovremennye modeli marketinga*. - M.: YUrajt, 2019. - 170 s.

11. Ryzhikova T.N. *Analiticheskij marketing. CHto dolzhen znat' marketingovyj analitik*. - M.: Infra-M, 2018. - 288 s.

12. Orlov A.I. *Otechestvennaya nauchnaya shkola v oblasti organizacionno-ekonomicheskogo modelirovaniya, ekonometriki i statistiki / Kontrolling. 2019. №73. S. 28-35.*

13. Orlov A.I. *Ekonometrika. Izd. 4-e, dop. i pererab.* - Rostov-na-Donu: Feniks, 2009. - 572 s.

14. Orlova L.A. *Funkciya sprosa i metod naimen'shix kvadratov. Metodicheskaya razrabotka*. M.: Laboratoriya ekonomiko-matematicheskix metodov v kontrollinge MGTU im. N.E. Baumana, 2007 (elektronnyj variant). 21 s. URL: <http://ibm.bmstu.ru/nil/biblio.html#books-12-spros> (data obrashcheniya: 16.02.2020).

15. Orlov A.I. *Organizacionno-ekonomicheskoe modelirovanie: : uchebnik : v 3 ch. CH.1: Nechislovaya statistika. Grif UMO*. — M.: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, 2009. — 542 s.

16. Orlov A.I., Lucenko E.V. *Sistemnaya nechetkaya interval'naya matematika. Monografiya (nauchnoe izdanie)*. – Krasnodar, KubGAU. 2014. – 600 s.

17. Orlov A.I. *Prikladnaya statistika*. — M.: Ekzamen, 2006. — 672 s.

18. Zaharova A.A. Opyt formirovaniya vyborki na primere issledovaniya institucional'nyh i sociokul'turnyh processov regiona / Mezhdunarodnyj zhurnal gumanitarnyh i estestvennyh nauk. 2019. №11-2(38). S. 150-153.

19. Lapshina M.L. Metody resheniya zadach optimizacii. - Voronezh: Voronezhskij gosudarstvennyj lesotekhnicheskij universitet im. G.F. Morozova, 2019. - 69 s.

20. Orlov A.I. Mnogoobrazie modelej regressionnogo analiza (obobshchayushchaya stat'ya) / Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov. 2018. T.84. №5. S. 63-73.

21. Lucenko E.V., Pechurina E.A., Tkachenko N.A. Sistemno-kognitivnoe issledovanie vliyaniya nomenklatury i ob"emov realizuemoj produkcii na pribyl' i rentabel'nost' torговоj firmy / Nauchnyj zhurnal KubGAU. №153. S. 134-144.

22. Orlov A.I. O novej paradigme matematicheskikh metodov issledovaniya / Nauchnyj zhurnal KubGAU. 2016. №122. S. 807–832.