Математические методы исследования
Mathematical methods of investigation

DOI: https://doi.org/10.26896/1028-6861-2021-87-11-70-80

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РИСКОВ (ОБОБЩАЮЩАЯ СТАТЬЯ)

© **Александр Иванович Орлов**

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5; e-mail: prof-orlov@mail.ru

Статья поступила 11 января 2021 г. Поступила после доработки 26 февраля 2021 г. Принята к публикации 5 апреля 2021 г.

Определяем риск как нежелательную возможность. Делим теорию риска на три области — анализ риска, оценка риска, управление риском. Безопасность и риск непосредственно связаны между собой, являясь как бы «зеркальным отражением» друг друга. Считаем необходимым развивать как общую теорию риска, так и частные теории риска в конкретных областях. Общая теория риска позволяет единообразно подходить к анализу, оценке и управлению рисками в конкретных ситуациях. В настоящее время используют три основных подхода к учету неопределенности и описанию рисков — вероятностно-статистический, с помощью нечетких множеств, на основе интервальной математики. В работе рассмотрены методы оценки рисков, прежде всего основанные на вероятностно-статистических моделях. Математический аппарат оценки и управления рисками базируется на непараметрических постановках и предельных соотношениях, широко используется многокритериальная оптимизация. Асимптотические непараметрические точечные оценки и доверительные границы для вероятности рискового события построены на основе биномиального распределения и распределения Пуассона. Предложены правила проверки статистических гипотез о равенстве (или различии) двух вероятностей рисковых событий. Широкое распространение получила аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков на основе иерархической системы рисков, основанная на их трехуровневой системе: частные риски — групповые риски — итоговый риск. Для этой модели выявлена роль экспертных оценок. Показана перспективность использования (в будущем) теории нечетких множеств. Отмечены основные составляющие математического аппарата теории рисков, в частности, математическое обеспечение частных теорий рисков, относящихся к управлению качеством, инновациями и инвестициями. Простейшая оценка риска в вероятностно-статистической модели — это произведение вероятности рискового события и математического ожидания случайного ущерба. Обсуждаются математические и инструментальные методы исследования глобальных экономических и экологических рисков.

Ключевые слова: риск; математические методы; вероятность; прикладная статистика; аддитивно-мультипликативная модель; экспертные оценки.

MATHEMATICAL METHODS FOR STUDYING RISKS (RESUMPTIVE ARTICLE)

© **Alexander I. Orlov**

N. É. Bauman Moscow State Technical University, 5, 2-ya Baumanskaya ul., Moscow, 105005, Russia; e-mail: prof-orlov@mail.ru

Received January 11, 2021. Revised February 26, 2021. Accepted April 5, 2021.

We define risk as an unwanted opportunity and divide risk theory into three stages — risk analysis, risk estimation, risk management. Safety and risk are directly related to each other, being like a “mirror image” of each other which necessitates developing both the general theory of risk and particular theories of risk in specific areas. General risk theory allows for a uniform approach to the analysis, estimation and management of risks in specific situations. Currently, three main approaches to accounting for the uncertainty and describing risks are used — probabilistic and statistical approach, fuzzy sets, and the approach based on interval mathematics. The methods of risk estimation primarily based on probabilistic and statistical models are considered. The mathematical apparatus for estimating and managing risks is based on nonparametric formulations, limit relations, and multi-criteria optimization. Asymptotic nonparametric point estimates and confidence limits for the probability of a risk event are constructed on the base of binomial distribution and the Poisson distribution. Rules for testing statistical hypotheses regarding the equality (or difference) of two probabilities of risk events are proposed. An additive-multiplicative risk estimation model based on a hierarchical risk system based on a three-level risk system has become widespread: private risks — group risks — final risk. For this model, the role of expert estimation is revealed. The prospects of using (in the future) the theory of fuzzy sets are shown. The article deals with the main components of the mathematical apparatus of the theory of risks, in particular, the mathematical support of private theories of risks related to the quality management, innovations and investments. The simplest risk assessment in a probabilistic-statistical model is the product of the probability of a risk event and the mathematical expectation of the accidental damage. Mathematical and instrumental methods for studying global economic and environmental risks are discussed.

Keywords: risk; mathematical methods; probability; applied statistics; additive-multiplicative model; expert estimation.

Введение

Рассматривать математические методы исследования рисков можно лишь после того, как выбраны определения основных понятий. Определим риск как нежелательную возможность. Поясним, почему выбрана именно эта формулировка?

В литературных источниках можно найти множество определений понятия «риск». Например, «Риск — это неопределенное событие или условие, которое в случае возникновения имеет позитивное или негативное воздействие..., приводит к приобретениям или потерям...». Здесь риск приравнивается к неопределенности с подразделением на две возможности — положительную (счастливый случай) и отрицательную (нежелательную). Отметим, что популярная фраза «Принятие решений в условиях неопределенности и риска» неадекватна — риск есть частный случай неопределенности. Использовать термин «риск» для «счастливых случаев» невозможно, поскольку это противоречит традициям словоупотребления.

Мы делим теорию риска на три области — анализ риска, оценка риска, управление риском. Первая из них относится к выявлению и анализу рисков в конкретных ситуациях той или иной области деятельности. Вторая включает математические методы оценивания рисков. В настоящее время используют вероятностно-статистические методы на основе моделей случайных объектов, методы с использованием теории нечетких множеств, методы интервальной математики (прежде всего статистики интервальных данных). Возможно, в будущем окажутся полезными и другие разделы математики.

Следовательно, такое определение, как «Риск — сочетание вероятности и последствий наступления неблагоприятных событий» неадекватно, поскольку из трех видов математических методов исследования рисков без какого-либо обоснования выбирается только один — вероятностно-статистический. Еще неудачней определение «Риск — это произведение вероятности на убыток», поскольку в нем фиксируется конкретный способ оценивания риска (под убытком обычно понимается математическое ожидание ущерба).

В научной и практической деятельности широко используют термин «безопасность». Безопасность и риск непосредственно связаны между собой, являясь как бы «зеркальным отражением» друг друга [1 – 3].

Теории риска (риск-менеджменту) посвящено огромное количество публикаций. Это признанная часть менеджмента как науки об управлении людьми (см., например, учебник по менеджменту [4, гл. 2.4]). Многообразие рисков (личные, производственные, коммерческие, финансовые, глобальные) проанализировано в статье [5] и других работах. Широко применяют иерархические системы рисков, например, трехуровневые модели рисков: частные риски – групповые риски – итоговый риск. Так, при разработке проблем авиационной безопасности, при создании автоматизированной системы прогнозирования и предотвращения авиационных происшествий АСППАП [6] используем групповые риски «Человек – Машина – Среда».

Современным подходам к теории риска посвящены работы [7, 8]. Используют разнообразные частные теории риска (например, при управлении качеством, в экологии, в банковской деятельности и т.д.). Мы считаем необходимым развивать общую теорию риска и использовать ее подходы и результаты в частных теориях, относящихся к конкретным областям деятельности и ситуациям.

Оценки вероятности рискового события

Как уже отмечалось, в настоящее время используют три основных подхода к учету неопределенности и описанию рисков — вероятностно-статистический, с помощью нечетких множеств, на основе интервальной математики. Наиболее часто применяют вероятностно-статистический подход. В нем обычно выделяют две составляющие — вероятность P рискового события (оно состоит в реализации нежелательной возможности) и величину случайного ущерба X при его осуществлении. Информацию об этих составляющих получают по обучающей выборке. Ущерб от осуществления рискового события может выражаться как в натуральных показателях (в числе погибших, лиц, получивших непоправимый ущерб здоровью и т.п.), так и в финансовых (оценка потерь возможна в денежных единицах). Используют также понятие «ущерб от риска», который определен всегда, он равен нулю, если «рисковое событие» не состоялось, положителен в противном случае. Тогда «ущерб от осуществления рискового события» — это «ущерб от риска» при условии, что «рисковое событие» состоялось.

Точечные оценки и доверительные границы для вероятности рискового события строят на основе биномиального распределения и распределения Пуассона (в случае малых вероятностей рисковых событий). Расчетные алгоритмы разработаны в соответствии с методами эконометрики и организационно-экономического моделирования [9]. Кроме алгоритмов расчета доверительных границ для вероятностей рисковых событий, предложены правила проверки статистических гипотез о равенстве (или различии) двух вероятностей рисковых событий, что позволяет, например, выявить случаи «завоза» заболеваний.

Пусть объем выборки равен n. Тогда обучающую выборку можно представить как $X_1, X_2, ..., X_n$, где $X_i = 1$, если i-й элемент выборки соответствует реализации рискового события, и $X_i = 0$ в противном случае, $i = 1, 2, ..., n$. В вероятностной модели предполагается, что случайные величины $X_1, X_2, ..., X_n$ независимы и одинаково распределены. Поскольку эти случайные величины принимают два значения, то ситуация описывается одним параметром p — вероятностью рискового события. Тогда

$$P(X_i = 1) = p,\ P(X_i = 0) = 1 - p,\ i = 1, 2, ..., n.$$

Пусть $m = X_1 + X_2 + ... + X_n$. Случайная величина m имеет биномиальное распределение $B(n, p)$ с параметрами n (объем выборки) и p (вероятность определенного ответа, здесь — реализации рискового события). Такая случайная величина может быть представлена в виде $m = X_1 + X_2 + ... + X_n$, где случайные величины $X_1, X_2, ..., X_n$ независимы, одинаково распределены, принимают два значения — 1 и 0, причем $P(X_i = 1) = p$, $P(X_i = 0) = 1 - p$, $i = 1, 2, ..., n$.

Оценкой вероятности p является выборочная частота $p^* = m/n$. При этом математическое ожидание и дисперсия имеют вид

$$M(p^*) = p,\ D(p^*) = p(1 - \mathrm{p})/n.$$

По Закону больших чисел (ЗБЧ) теории вероятностей (в данном случае — по теореме Бернулли) частота p^* сходится (т.е. безгранично приближается) к вероятности p при росте объема выборки. Это означает, что оценивание проводится тем точнее, чем больше объем выборки. Точность оценивания можно указать, используя доверительные границы, построенные с помощью теоремы Муавра – Лапласа [9].

Для доверительной вероятности γ нижняя доверительная граница

$$p_{\text{нижн}} = p^* - U(\gamma)\frac{\sqrt{p^*(1-p^*)}}{\sqrt{n}},$$

в то время как верхняя доверительная граница

$$p_{\text{верх}} = p^* + U(\gamma)\frac{\sqrt{p^*(1-p^*)}}{\sqrt{n}}.$$

Здесь функция доверительной вероятности γ

$$U(\gamma) = \Phi^{-1}\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right),$$

где Φ^{-1} — функция, обратная к функции стандартного нормального распределения Φ.

Наиболее распространенным (в прикладных исследованиях) значением доверительной вероятности является $\gamma = 0{,}95$. Иногда употребляют термин «95 %-й доверительный интервал». Тогда $U(\gamma) = 1{,}96$.

В прикладных исследованиях возникает необходимость выяснить, отличаются ли вероятности рискового события для двух ситуаций. Ответить на это вопрос можно с помощью проверки однородности двух биномиальных выборок. Пусть в первой группе объема n_1 рисковое событие осуществилось в m_1 случаях, а во второй группе объема n_2 — в m_2 случаях. В вероятностной модели полагаем, что m_1 и m_2 — биномиальные случайные величины $B(n_1, p_1)$ и $B(n_2, p_2)$ соответственно.

Однородность двух групп означает, что соответствующие им вероятности равны, неоднородность — эти вероятности отличаются. В терминах прикладной математической статистики задача ставится так: необходимо проверить гипотезу однородности

$$H_0\colon p_1 = p_2$$

при альтернативной гипотезе о наличии эффекта

$$H_1: p_1 \neq p_2.$$

Оценкой вероятности p_1 является частота $p_1^* = m_1/n_1$, а оценкой вероятности p_2 — частота $p_2^* = m_2/n_2$. Даже при совпадении вероятностей p_1 и p_2 частоты, как правило, различаются. Согласно [8] правило принятия решения при проверке однородности двух выборок выглядит следующим образом.

1. Вычислить статистику

$$Q = \frac{p_1^* - p_2^*}{\sqrt{\dfrac{p_1^*(1 - p_1^*)}{n_1} + \dfrac{p_2^*(1 - p_2^*)}{n_2}}}.$$

2. Сравнить значение модуля статистика $|Q|$ с граничным значением K. Если $|Q| \leq K$, то принять гипотезу однородности H_0. Если же $|Q| > K$, то заявить об отсутствии однородности и принять альтернативную гипотезу H_1.

Граничное значение K определяется выбором уровня значимости статистического критерия проверки однородности. При справедливости гипотезы однородности H_0 для уровня значимости $\alpha = P(|Q| > K)$ имеем (при $n_1 \to \infty$, $n_2 \to \infty$)

$$\alpha \to 1 - \Phi(K) + \Phi(-K) = 2 - 2\Phi(K).$$

Следовательно, граничное значение в зависимости от уровня значимости целесообразно выбирать из условия

$$K = K(\alpha) = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2).$$

Здесь $\Phi^{-1}(\cdot)$ — функция, обратная к функции стандартного нормального распределения. В социально-экономических исследованиях наиболее распространен 5 %-ный уровень значимости, т.е. $\alpha = 0{,}05$. Для него $K = 1{,}96$.

Приведенные выше формулы — асимптотические. Они дают достаточно хорошие приближения, когда объемы выборок велики, а выборочные доли отделены от 0 и 1. Если же это не так, то в ряде случаев оказываются полезными правила, основанные на распределении Пуассона.

Случайная величина Y имеет распределение Пуассона, если

$$P(Y = y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!},\ y = 0, 1, 2, \ldots,$$

где λ — параметр распределения Пуассона (параметр интенсивности). Для распределения Пуассона математическое ожидание и дисперсия совпадают с параметром интенсивности:

$$M(Y) = \lambda,\ D(Y) = \lambda.$$

Это распределение названо в честь французского математика С. Д. Пуассона (1781 – 1840 гг.), впервые получившего его в 1837 г. Распределение Пуассона — предельный случай биномиального распределения $P(Y = y|p, n)$, когда вероятность p осуществления события мала, но число испытаний n велико, причем $np = \lambda$. Точнее, справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n\to\infty, np\to\lambda} P(Y = y|\,p, n) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!},\ y = 0, 1, 2, \ldots$$

Оценкой неизвестного параметра λ распределения Пуассона является наблюдаемое значение случайной величины Y. Доверительное оценивание может быть основано на асимптотической нормальности распределения Пуассона и соотношении (1). А именно, для доверительной вероятности 0,95 нижняя доверительная граница

$$\lambda_{\text{нижн}} = Y - 1{,}96\sqrt{Y},$$

а верхняя доверительная граница

$$\lambda_{\text{верх}} = Y + 1{,}96\sqrt{Y}.$$

Эти границы — приближенные (асимптотические), поскольку получены в предположении, что параметр интенсивности λ достаточно велик (несколько десятков или сотен). Более точные расчеты можно провести по правилам, приведенным в специальной литературе.

Есть ли различия по осуществлениям рисковых событий между двумя ситуациями? В рассматриваемой постановке следует рассмотреть случайные величины Y_1 и Y_2, имеющие распределения Пуассона с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно, и проверять статистическую гипотезу о равенстве параметров этих распределений, т.е. гипотезу однородности

$$H_0: \lambda_1 = \lambda_2$$

при альтернативной гипотезе о наличии эффекта

$$H_1: \lambda_1 \neq \lambda_2.$$

Если наблюдаемые значения случайных величин Y_1 и Y_2 не являются малыми (другими словами, не менее нескольких десятков), рекомендуем воспользоваться статистическим критерием, основанным на асимптотической нормальности случайных величин, имеющих распределения Пуассона. Правило принятия решения при проверке однородности двух выборок выглядит таким образом.

1. Вычислить статистику

$$R = \frac{|Y_1 - Y_2|}{\sqrt{Y_1 + Y_2}}.$$

2. Сравнить значение статистики R с граничным значением K. Если $R \leq K$, то принять гипотезу однородности H_0. Если же $R > K$, то заявить об отсутствии однородности и принять альтернативную гипотезу H_1 о наличии эффекта.

Граничное значение K определяется выбором уровня значимости статистического критерия проверки однородности. Наиболее распространен 5 %-ный уровень значимости, т.е. $\alpha = 0{,}05$. Для него $K = 1{,}96$.

Аддитивно-мультипликативная модель оценки риска

Довольно широкое распространение получила разработанная нами аддитивно-мультипликативная модель оценки риска на основе иерархической системы рисков [10]. Эта модель может быть также использована для управления риском. Во многих выпускных квалификационных работах студентов кафедры “Экономика и организация производства” МГТУ им. Н. Э. Баумана для конкретных ситуаций разработаны такие модели оценки рисков.

Рассмотрим основные составляющие аддитивно-мультипликативные модели оценки рисков выполнения проектов. Из сказанного выше ясна необходимость разработки методов оценки вероятности p рискового события. Для этого полезна аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков. Она достаточно общая для использований в различных предметных областях, но при этом довольно простая и приспособлена для практических применений и расчетов. В терминологии В. В. Налимова это — эскизная модель.

Аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков основана на трехуровневой иерархической схеме декомпозиции риска (общий риск — групповой риск — частный риск). При этом на нижнем уровне агрегированные оценки групповых рисков строятся аддитивно (поскольку малы вероятности конкретных видов нежелательных событий — частные риски нижнего уровня), а на верхнем уровне итоговая оценка риска рассчитывается по групповым рискам по мультипликативной схеме.

В общем случае аддитивно-мультипликативная модель оценки риска исходит из сформулированных ниже предпосылок.

1. Цель разработки модели — оценка риска R наступления нежелательного события. Для расчета этого риска применяют вероятностную модель, согласно которой наступление нежелательного события B является случайным событием — подмножеством множества всех возможных элементарных событий. Риск (нежелательное событие) будем обозначать R, его числовую вероятностную оценку — Q. Пусть Q — вероятность наступления нежелательного события R, тогда $P = 1 - Q$ — вероятность того, что нежелательного события удастся избежать. Для простоты изложения примем Q как вероятность неудачи, тогда $P = 1 - Q$ есть вероятность успеха, например, вероятность успешного выполнения инновационно-инвестиционного проекта по созданию изделия ракетно-космической техники (или его определенного этапа). В дальнейшем описании модели используется двойственность Q и P (с прикладной точки зрения важна оценка риска Q, в то время как модель описывается с помощью вероятностей P).

2. Примем, что для осуществления случайного события B необходимо одновременное выполнение m независимых условий (т.е. должны одновременно осуществиться случайные события $B_1, B_2, ..., B_m$). Предположим, что случайные события $B_1, B_2, ..., B_m$ независимы в совокупности (в смысле, принятом в теории вероятностей). Тогда вероятность успеха, т.е. вероятность P осуществления случайного события B, равна произведению вероятностей $P_1, P_2, ..., P_m$ осуществления случайных событий $B_1, B_2, ..., B_m$ соответственно, т.е. $P = P_1P_2...P_m$. Следовательно, оценка Q риска R, т.е. вероятность наступления нежелательного события, составит $Q = 1 - P = 1 - P_1P_2...P_m$.

3. Примем, что для осуществления i-го условия должны одновременно осуществиться случайные события $B_{i1}, B_{i2}, ..., B_{ik(i)}$, имеющие вероятности $P_{i1}, P_{i2}, ..., P_{ik(i)}$ соответственно. Здесь $k(i)$ — число событий второго (нижнего) уровня декомпозиции, соответствующих i-му событию на первом (верхнем) уровне декомпозиции. Оценки частных рисков второго порядка R_i равны $Q_{ij} = 1 - P_{ij}$, $j = 1, 2, ..., k(i)$. При моделировании предположим, что оценки частных рисков Q_{ij} малы, а частные вероятности успеха P_{ij} достаточно близки к 1.

Как выразить вероятность события B_i первого уровня через вероятности событий $B_{i1}, B_{i2}, ..., B_{ik(i)}$ второго уровня? Рассмотрим два варианта: А) события $B_{i1}, B_{i2}, ..., B_{ik(i)}$ второго уровня независимы в совокупности (и дополнительные к ним события, соответствующие реализациям частных рисков, также независимы); Б) нежелательные события (т.е. соответствующие частным рискам) несовместны.

Как показано в [10], в обоих случаях с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$P_i = 1 - Q_i = 1 - Q_{i1} - Q_{i2} - \ldots - Q_{ik(i)}. \quad (1)$$

Согласно формуле (1) оценка Q_i частного риска R_i есть сумма оценок Q_{ij} частных рисков второго порядка R_{ij}, т.е. $Q_i = Q_{i1} + Q_{i2} + \ldots + Q_{ik(i)}$. Таким образом, два принципиально разных подхода А и Б дают одно и то же численное значение (в асимптотике), что повышает обоснованность использования формулы (1).

4. Каждый из частных рисков (факторов риска) второго порядка R_{ij} имеет два показателя — выраженность (показывает частоту встречаемости) и весомость (насколько влияет на риск более высокого уровня). Эти показатели можно оценивать на основе различных моделей.

Вначале обсудим оценку выраженности. Если есть обучающая выборка, ее целесообразно проводить по статистическим данным (как частоту реализации нежелательного события). Можно использовать экспертные оценки. При этом естественно давать оценки рисков с помощью лингвистических переменных. Например, члены экспертной комиссии оценивают риск R_{ij} с помощью градаций лингвистической переменной X_{ij}, выбирая ее значения из списка:

0 — практически невозможное событие (с вероятностью не более 0,000001);

1 — крайне маловероятное событие (с вероятностью от 0,000001 до 0,0005);

2 — маловероятное событие (вероятность от 0,0005 до 0,001);

3 — событие с вероятностью, которой нельзя пренебречь (от 0,001 до 0,01);

4 — достаточно вероятное событие (вероятность от 0,01 до 0,1);

5 — событие с заметной вероятностью (более 0,1).

Лингвистические переменные X_{ij} естественно моделировать нечеткими числами [12] с носителем {0, 1, 2, 3, 4, 5}. В этом отличие модели, рассмотренной в [10], в которой X_{ij} — элементы множества {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Носитель значений лингвистических переменных может меняться в соответствии с конкретной задачей оценки и управления риском.

5. В оценке Q_{ij} риска R_{ij} можно учесть весомость (важность) этого вида риска, положив:

$$Q_{ij} = A_{ij} X_{ij}, \quad (2)$$

где A_{ij} — показатель весомости (важности), например, оценка экономических потерь, вызванных данным видом риска; X_{ij} — показатель выраженности (распространенности). Эта формула обобщает известный способ оценки риска как произведения среднего ущерба (математического ожидания ущерба) на вероятность нежелательного события.

6. В соответствии с формулами (1) и (2) имеем

$$P_i = 1 - Q_i = 1 - Q_{i1} - Q_{i2} - \ldots - Q_{ik(i)} =$$
$$= 1 - A_{i1}X_{i1} - A_{i2}X_{i2} - \ldots - A_{ik(i)}X_{ik(i)},$$
$$i = 1, 2, \ldots, m, \quad (3)$$

где $X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{ik(i)}$ — оценки факторов риска второго порядка, используемые при вычислении оценки частного риска типа i; положительные числа $A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{ik(i)}$ — коэффициенты весомости (важности) этих факторов.

Значения факторов $X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{ik(i)}$ оценивают эксперты для каждого конкретного инновационного проекта, в то время как значения коэффициентов весомости $A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{ik(i)}$ задаются одними и теми же для всех проектов — по результатам специально организованного экспертного опроса. Показатели весомости A_{ij} могут задаваться лингвистическими переменными и оцифровываться с помощью нечетких чисел.

7. Вероятность P_i должна быть неотрицательна при всех возможных $X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{ik(i)}$, их значения меняются от 0 до 5, а потому сумма $A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{ik(i)}$ должна равняться 1/5.

Итоговую оценку вероятности наступления нежелательного события (оценку общего риска) $Q = 1 - P = 1 - P_1P_2 \ldots P_m$ используют при оценке целесообразности реализации проекта, при определении приоритетности реализации проектов, при планировании распределения ресурсов на следующем интервале планирования (это важно в случае неудачной реализации проекта). Управление рисками может быть использовано для оценки влияния выраженности того или иного частного или группового фактора на итоговую оценку общего риска, оптимизации выбора изменений значений факторов с учетом имеющихся ресурсов.

Экспертные оценки активно используют на всех этапах построения и применения аддитивно-мультипликативной модели — при построении иерархической системы рисков, определении значений коэффициентов весомости, а затем — выборе значений коэффициентов выраженности для конкретных проектов.

Вначале была разработана аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков выполнения инновационных проектов в вузах (с участием внешнего партнера). Затем модель рассматриваемого типа применяли для оценки рисков при выпуске нового инновационного изделия. Следующие шаги — варианты аддитивно-мультипликативной модели оценки рисков при разработке ракетно-космической техники. Подобные модели разобраны и описаны в наших учебниках, предложены в выпускных квалификационных работах на кафедре ИБМ-2 (подробнее см. [10]). Дальнейшее развитие модели может быть связано с расширением использования в ней теории нечетких множеств [12], в частности, с применением нечетких чисел для оценки выраженности частных рисков.

Интервальная оценка случайного ущерба

Простейшая оценка риска в вероятностно-статистической модели — это $pM(X)$, т.е. произведение вероятности рискового события и математического ожидания случайного ущерба. Управление риском основано на решении оптимизационной задачи

$$pM(X) \to \min,$$

где оптимизация проводится по множеству всех возможных вариантов управленческих решений о распределении ресурсов.

Нерешенная проблема состоит в совместном рассмотрении материальных потерь и потерь в живой силе. Можно ли выразить ценность человеческой жизни в денежных единицах? Обсудим этот вопрос. Ясно, что страховщики не могут дать обоснованного ответа. Иногда пытаются выразить потери как величину вклада в валовой внутренний продукт страны, недополученного из-за преждевременной смерти или потери трудоспособности. Но такой подход приводит к выводу о положительном эффекте от смерти тех, кто в дальнейшем уже не будет работать из-за возраста и болезней. Вытекающие из такого вывода предложения не являются допустимыми из-за этических принципов. В соответствии со сказанным будем рассматривать только модели рисков, в которых случайный ущерб выражается в денежных единицах.

Интервальную оценку риска в рассматриваемой постановке получаем на основе доверительных границ для вероятности рискового события (см. выше) и непараметрической оценки математического ожидания случайного ущерба [13]. Пусть исходные данные — обучающая выборка $x_1, x_2, ..., x_n$, где n — объем выборки. В вероятностной модели выборочные значения $x_1, x_2, ..., x_n$ рассматривают как реализации независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2, ..., X_n$ с общей функцией распределения $F(x) = P(X_i < x)$, $i = 1, 2, ..., n$. В расчетах используют выборочное среднее арифметическое

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + ... + X_n)/n$$

и выборочную дисперсию

$$s_0^2 = \frac{1}{n}[(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \ldots + (X_n - \bar{X})^2].$$

Нижняя доверительная граница для математического ожидания имеет вид

$$\bar{X} - \frac{U(p)s_0}{\sqrt{n}},$$

где p — доверительная вероятность (истинное значение математического ожидания находится между нижней и верхней доверительными границами с вероятностью, асимптотически равной доверительной); $U(p)$ — число, заданное равенством $\Phi(U(p)) = (1 + p)/2$, где $\Phi(x)$ — функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Например, при $p = 95\ \%$ (т.е. при $p = 0{,}95$) имеем $U(p) = 1{,}96$.

Верхняя доверительная граница для математического ожидания составляет

$$\bar{X} + \frac{U(p)s_0}{\sqrt{n}}.$$

Выражения для верхней и нижней доверительных границ получены с помощью центральной предельной теоремы теории вероятностей и теоремы о наследовании сходимости [9, 13].

Математический аппарат оценки и управления рисками

Необходимость использования непараметрических статистических методов анализа данных при оценке и управлении рисками следует из-за отсутствия каких-либо оснований по выбору того или иного параметрического семейства распределений. Так, хорошо известно, что распределения реальных данных, как правило, не являются нормальными [11].

Необходимо учитывать погрешности реальных данных, в частности, различать математические, прагматические (записываемые небольшим числом десятичных знаков) и компьютерные (с учетом машинного ноля), как это делается в системной нечеткой интервальной математике — математике XXI века [12]. Речь идет о различных подходах к учету неопределенности и описанию рисков. В частности, при описании характеристик случайного ущерба, кроме математического ожидания, используют медиану и квантили, в частности, квантиль порядка 0,999999 (особенно популярен в теории надежности). Разброс характеризуется не только дисперсией и средним квадратическим отклонением, но и коэффициентом вариации, размахом и межквартильным расстоянием. Методы точечного и интервального оценивания используемых характеристик случайного ущерба приведены в [13].

Управление рисками основано на многокритериальной оптимизации. Например, естественно стремиться к минимизации математического ожидания случайного ущерба и одновременно — к минимизации того или иного показателя разброса. Однако по двум критериям одновременно невозможно провести оптимизацию. Обычно все критерии, кроме одного, переводят в ограничения либо строят обобщенный критерий, объединяющий исходные [14]. Есть и другие подходы к решению многокритериальных задач. Так, при минимизации гладкой функции по одному критерию (зависимой переменной), значения которого — действительные числа, область независимых переменных, в которых рассматриваемый критерий превышает свой минимум на ε, довольно обширна (диаметр ее порядка $\sqrt{\varepsilon}$, где ε — малое положительное число); в этой области можно проводить минимизацию по второму критерию, и т.п. Зачастую применяют оптимизацию по Парето — выделяют множество всех точек, обладающих следующим свойством: любая пара точек из этого множества такова, что по некоторым критериям первая точка лучше второй, а по другим — вторая точка лучше первой, затем сравнивают только эти точки, например, с помощью экспертов. В ряде случаев используют соображения теории устойчивости, например, принцип уравнивания погрешностей [9], и т.д.

Обсудим простейшую двухкритериальную задачу — необходимо минимизировать математическое ожидание случайного ущерба и одновременно дисперсию случайного ущерба:

$$\begin{cases} M(X) \to \min, \\ D(X) \to \min. \end{cases}$$

Переводя один из критериев в ограничение, получаем две задачи оптимизации:

$$\begin{cases} M(X) \to \min, \\ D(X) \le C_1, \end{cases} \quad \begin{cases} D(X) \to \min, \\ M(X) \le C_2. \end{cases}$$

Отметим, что аналогами второй из этих задач являются такие распространенные экономические и управленческие методы снижения возможных потерь от рисков, как страхование и диверсификация.

При страховании уменьшается неопределенность будущей стоимости имущества. В предельном случае, когда страховщик возмещает все убытки от страхового случая (реализации рискового события), стоимость имущества остается постоянной, дисперсия ущерба равна нулю, независимо от того, произошло рисковое событие или нет. Но за уменьшение неопределенности будущей стоимости имущества необходимо выплатить страховую премию — плату за страхование, которую страхователь обязан внести страховщику в соответствии с договором страхования или законом.

Под диверсификацией понимают экономическую стратегию предприятия, при которой оно работает по нескольким направлениям деловой активности. Она осуществляется путем расширения ассортимента выпускаемой продукции, работы на нескольких рынках сбыта, освоения новых видов производств и др. Однако из всех направлений деятельности лишь одно является наиболее выгодным в конкретный момент времени. Почему же предприятие занимается несколькими направлениями? Так оно «страхуется» на случай изменения экономической обстановки, при котором первенство в выгоде может перейти к другому направлению. Цель такой экономической стратегии — та же, что и при страховании: уменьшить неопределенность будущей стоимости активов предприятия. Но вместо страховой премии платой за уменьшение неопределенности становится упущенная выгода, определяемая тем, что некоторые направления деятельности предприятия не являются наиболее выгодными в конкретный момент времени (момент, когда осуществляется планирование).

В случае двухкритериальной задачи об одновременной минимизации математического ожидания и дисперсии случайного ущерба обобщенный критерий, объединяющий исходные, можно записать, например, в виде

$$M(X) + 3\sqrt{D(X)}.$$

Если случайный ущерб X имеет нормальное распределение, то минимизация такого критерия соответствует минимизации квантиля порядка Ф(3) = 0,99865.

В целях обоснования выбора типа экономико-математической модели для оценки и управления рисками полезна характеризация моделей с дисконтированием среди всех моделей динамического программирования [15]. Математические методы оценки эффективности управления рисками рассмотрены в [16].

Практически важной является частная теория риска, посвященная статистическому контролю партий (продукции, документов, экологической обстановки) и процессов [9]. Эта теория посвящена рискам дефектности. Базовыми являются понятия риска поставщика и риска потребителя, им соответствуют приемочный и браковочный уровни дефектности. При управлении рисками дефектности стандартизация рассматривается как форма контроллинга методов [17], тем самым она относится к современным технологиям управления. Полезен принцип распределения приоритетов. Важно, что не всегда нужен выходной контроль качества у поставщика, с меньшими затратами можно использовать различные технико-экономические политики пополнения партий, обеспечения гарантийного ремонта и замены дефектных изделий. Сократить издержки на контроль позволяют усеченные планы, однако возможность их применения должна быть предусмотрена в нормативно-технической документации. Для обнаружения отклонений (разладки процессов) используют контрольные карты Шухарта и кумулятивных сумм. Эти методы применяют не только в организации производства, но и в медицине, геологии, для обеспечения безопасности полетов самолетов и в других областях. Подходы к обнаружению отклонений основаны на таких понятиях, как «риск незамеченной разладки» и «риск излишней наладки».

В частных теориях рисков активно используют графические модели на основе деревьев. Деревья последствий применяют для расчета вероятностей итоговых событий (т.е. для оценки риска) и характеристик случайного ущерба. Деревья событий основаны на расчете (не всегда обоснованном) передаточных коэффициентов при переходах на более высокий уровень иерархической системы рисков с помощью операций «и» и «или». Подобные графические модели полезны при решении задач надежности, для обеспечения авиационной безопасности [6], анализа безопасности технологических процессов и в других областях. В менеджменте [4] популярна графическая модель того же типа, известная как диаграмма Исикава («рыбий скелет»).

В теории и практике анализа, оценки и управления рисками велико значение статистических и экспертных методов прогнозирования [4, 6, 9]. Необходимо упомянуть о методе сценариев, комбинированных методах, ситуационных комнатах, отметить достоинства и недостатки форсайт-технологий прогнозирования и стратегического планирования. В рамках теорий рисков высоко ценится практическое значение оптимизационных моделей и методов, в частности, линейного и целочисленного (дискретного) программирования. Важны теория оптимального управления и динамические модели на основе принципа максимума Понтрягина.

Инновационные и инвестиционные риски

Риски и способы их уменьшить, как правило, рассматриваются в бизнес-плане разрабатываемого проекта. В инновационном процессе выделяем тринадцать этапов [18]. Это позволяет проанализировать многообразие точек коммерциализации и обосновать необходимость активного участия в инновационном процессе специализированных структур (инновационных центров), обеспечивающих организационно-экономическую поддержку инновационных проектов, прежде всего при организации экспертиз, проведении маркетинговых исследований, разработке бизнес-планов.

Эскизная экономико-математическая оптимизационная модель выбора моментов выпуска новых марок продукции на рынок дает основания для стратегического контроля инноваций [4], в частности, — расчетные формулы для моментов выпуска новых марок продукции. С математической точки зрения эта модель имеет много черт, сближающих ее с классической моделью управления запасами [9]. В частности, в ней важное место занимает аналог формулы Вильсона (формулы квадратного корня). К теории инновационных рисков относятся также методы решения задачи «Когда догоним» (задачи об оценивании точки пересечения двух регрессионных прямых) [9].

При управлении инвестиционными рисками возникает проблема определения коэффициента дисконтирования. Естественно использовать обобщение чистой текущей стоимости *NPV* с различными коэффициентами дисконтирования по годам. На основе расчета асимптотической нотны в статистике интервальных данных [12] оцениваем риски при управлении инвестициями, а именно, находим погрешность чистой текущей стоимости *NPV* на основе заданной погрешности определения коэффициента дисконтирования [19].

В Институте высоких статистических технологий и эконометрики МГТУ им. Н. Э. Баумана принято выделять одиннадцать этапов жизненного цикла продукции и пять видов статистических методов, что позволяет провести выбор моделей и методов анализа данных для различных задач экономики предприятия и организации производства, прежде всего — для оценки и управления рисками [9].

Глобальные экономические и экологические риски

Доклад Римского клуба «Come on. Капитализм, близорукость, население и разрушение планеты» дает основу для обсуждения глобальных проблем в общей теории рисков [20]. Так, к глобальным экологическим рискам относятся риски истощения природных ресурсов, загрязнения окружающей среды, глобального потепления, демографические. Наблюдаемый экспоненциальный рост макроэкономических показателей несовместим с очевидными пределами роста, обусловленными ограниченностью ресурсов нашей планеты.

Из проблем управления экологической безопасностью выделим внутренние и внешние экологические риски на предприятии, проблемы уничтожения химического оружия, стандарты ИСО серии 18000 (стандарты на системы управления окружающей средой) [3]. Методы проведения мониторинга экологической обстановки могут быть основаны на теории и практике статистического контроля [9]. Непараметрические оценки плотности вероятностей, разработанные в статистике нечисловых данных [12], являются основой математических инструментов скрининга при проведении периодических обследований работников вредных производств, поскольку согласно лемме Неймана – Пирсона математической статистики оптимальное правило диагностики основано на отношении плотностей распределений, соответствующих классам. Экологическое страхование осуществляется в целях защиты имущественных интересов юридических и физических лиц при реализации экологических рисков.

К общей теории рисков примыкают основные положения новой парадигмы экономической теории — солидарной информационной экономики [21]. Основоположник экономической теории Аристотель полагал, что цель экономической деятельности — удовлетворение потребностей. Он резко выступал против так называемых хрематистиков, стремящихся к максимизации выгоды (прибыли). Основное течение (мейнстрим) в современной экономической науке — обоснование несостоятельности рыночной экономики и, как следствие, необходимости перехода к плановой системе управления хозяйством. Возможность глобальной оптимизации экономики была обоснована шотландскими экономистами на рубеже тысячелетий (Cockshott W. Paul and Cottrell Allin F.). Быстро растет влияние информационно-коммуникационных технологий на хозяйственную деятельность. В качестве примеров таких технологий на уровне государств можно указать на проекты ОГАС В. М. Глушкова и «Киберсин» Ст. Бира. Методы теории принятия решений на основе развития информационно-коммуникационных технологий позволяют выявлять потребности граждан и общества. Принятие решений может быть организовано на основе сетей экспертов. Базовый Интернет-ресурс «Солидарная информационная экономика»[1] на 06.01.2021 собрал 284,4 тыс. просмотров, что свидетельствует о востребованности работ в рамках новой парадигмы экономики. Более 60 публикаций по солидарной информационной экономике перечислено в соответствующей теме[2] форума «Высокие статистические технологии».

[1] http://forum.orlovs.pp.ru/viewtopic.php?f=2&t=570

[2] http://forum.orlovs.pp.ru/viewtopic.php?f=2&t=1311

Выводы

Общая теория риска позволяет единообразно подходить к анализу, оценке и управлению рисками в конкретных ситуациях. В настоящее время используют три основных подхода к учету неопределенности и описанию рисков — вероятностно-статистический, с помощью нечетких множеств, на основе интервальной математики. Точечные оценки и доверительные границы для вероятности рискового события строят на основе биномиального распределения и распределения Пуассона. Широкое распространение получила аддитивно-мультипликативная модель оценки риска на основе иерархической системы рисков. Математический аппарат оценки и управления рисками основан на непараметрических постановках и предельных соотношениях, широко использует многокритериальную оптимизацию. В частных теориях рисков рассматривают инновационные и инвестиционные риски, глобальные экономические и экологические риски и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Махутов Н. А.** Актуальные проблемы безопасности критически и стратегически важных объектов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 1-I. С. 5 – 9.
2. **Горский В. Г.** Безопасность объектов в техносфере (проблемы химической безопасности) / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2005. Т. 71. № 1. С. 3 – 10.
3. **Орлов А. И.** Проблемы управления экологической безопасностью. Итоги двадцати лет научных исследований и преподавания. — Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing. 2012. — 344 с.
4. **Орлов А. И.** Менеджмент: организационно-экономическое моделирование. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. — 475 с.
5. **Орлов А. И.** Многообразие рисков / Научный журнал КубГАУ. 2015. № 111. С. 53 – 80.
6. **Бутов А. А., Волков М. А., Макаров В. П., Орлов А. И., Шаров В. Д.** Автоматизированная система прогнозирования и предотвращения авиационных происшествий при организации и производстве воздушных перевозок / Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14. № 4(2). С. 380 – 385.
7. **Орлов А. И., Пугач О. В.** Подходы к общей теории риска / Управление большими системами. Выпуск 40. — М.: ИПУ РАН, 2012. С. 49 – 82.
8. **Орлов А. И.** Современное состояние контроллинга рисков / Научный журнал КубГАУ. 2014. № 98. С. 933 – 942.
9. **Орлов А. И.** Организационно-экономическое моделирование: учебник. В 3-х ч. Ч. 3. Статистические методы анализа данных. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. — 624 с.
10. **Орлов А. И.** Аддитивно-мультипликативная модель оценки рисков при создании ракетно-космической техники / Научный журнал КубГАУ. 2014. № 102. С. 78 – 111.
11. **Орлов А. И.** Распределения реальных статистических данных не являются нормальными / Научный журнал КубГАУ. 2016. № 117. С. 71 – 90.
12. **Орлов А. И., Луценко Е. В.** Системная нечеткая интервальная математика. — Краснодар, КубГАУ, 2014. — 600 с.

13. **Орлов А. И.** Непараметрическое оценивание характеристик распределений вероятностей / Научный журнал КубГАУ. 2015. № 112. С. 1 – 20.
14. **Орлов А. И., Цисарский А. Д.** Определение приоритетности реализации НИОКР на предприятиях ракетно-космической отрасли / Контроллинг. 2020. № 2(76). С. 58 – 65.
15. **Орлов А. И.** Характеризация моделей с дисконтированием / Научный журнал КубГАУ. 2019. № 153. С. 211 – 227.
16. **Хрусталев С. А., Орлов А. И., Шаров В. Д.** Математические методы оценки эффективности управленческих решений / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2013. Т. 79. № 11. С. 67 – 72.
17. **Орлов А. И.** Контроллинг организационно-экономических методов / Контроллинг. 2008. № 4(28). С. 12 – 18.
18. **Орлов А. И.** 13 этапов инновационного процесса / Инновации в менеджменте. 2017. № 4(14). С. 46 – 54.
19. **Орлов А. И.** Оценка погрешностей характеристик финансовых потоков инвестиционных проектов в ракетно-космической промышленности / Научный журнал КубГАУ. 2015. № 109. С. 238 – 264.
20. **von Weizsaecker E., Wijkman A.** Come On! Capitalism, Short-termism, Population and the Destruction of the Planet. — Springer, 2018. — 220 p.
21. **Орлов А. И.** О развитии солидарной информационной экономики / Научный журнал КубГАУ. 2019. № 7(121). С. 262 – 291.

REFERENCES

1. **Makhutov N. A.** Topical security issues of critical and strategic facilities / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2018. Vol. 84. N 1-I. P. 5 – 9 [in Russian].
2. **Gorsky V. G.** Safety of objects in the technosphere (problems of chemical safety) / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2005. Vol. 71. N 1. P. 3 – 10 [in Russian].
3. **Orlov A. I.** Environmental safety management problems. The Results of Twenty Years of Research and Teaching. — Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2012. — 344 p. [in Russian].
4. **Orlov A. I.** Management: organizational and economic modeling. — Rostov-on-Don: Feniks, 2009. — 475 p. [in Russian].
5. **Orlov A. I.** Variety of risks / Nauch. Zh. KubGAU. 2015. N 111. P. 53 – 80 [in Russian].
6. **Butov A. A., Volkov M. A., Makarov V. P., Orlov A. I., Sharov V. D.** The automated system for predicting and preventing aviation accidents in the organization and production of air transportation / Izv. Samar. NTs RAN. 2012. Vol. 14. N 4(2). P. 380 – 385 [in Russian].
7. **Orlov A. I., Pugach O. V.** Approaches to general risk theory / Management of large systems. Issue 40. — Moscow: IPU RAN, 2012. P. 49 – 82 [in Russian].
8. **Orlov A. I.** Current state of risk controlling / Nauch. Zh. KubGAU. 2014. N 98. P. 933 – 942 [in Russian].
9. **Orlov A. I.** Organizational and economic modeling: textbook: in 3 parts. Part 3. Statistical methods of data analysis. — Moscow: Izd. MGTU im. N. É. Baumana, 2012. — 624 p. [in Russian].
10. **Orlov A. I.** Additive-multiplicative risk estimation model in the development of rocket and space technology / Nauch. Zh. KubGAU. 2014. N 102. P. 78 – 111 [in Russian].
11. **Orlov A. I.** Distributions of real statistical data are not normal / Nauch. Zh. KubGAU. 2016. N 117. P. 71 – 90 [in Russian].
12. **Orlov A. I., Lutsenko E. V.** System fuzzy interval mathematics. — Krasnodar, KubGAU. 2014. — 600 p. [in Russian].
13. **Orlov A. I.** Nonparametric estimation of characteristics of probability distributions / Nauch. Zh. KubGAU. 2015. N 112. P. 1 – 20 [in Russian].
14. **Orlov A. I., Tsisarsky A. D.** Prioritization of R&D implementation at the enterprises of the rocket and space industry / Kontrolling. 2020. N 2(76). P. 58 – 65 [in Russian].
15. **Orlov A. I.** Characterization of models with discounting / Nauch. Zh. KubGAU. 2019. N 153. P. 211 – 227 [in Russian].
16. **Khrustalev S. A., Orlov A. I., Sharov V. D.** Mathematical methods for estimation the effectiveness of management decisions / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2013. Vol. 79. N 11. P. 67 – 72 [in Russian].
17. **Orlov A. I.** Controlling of organizational and economic methods / Kontrolling. 2008. N 4 (28). P. 12 – 18 [in Russian].
18. **Orlov A. I.** 13 stages of the innovation process / Inn. Menedzhm. 2017. N 4(14). P. 46 – 54 [in Russian].
19. **Orlov A. I.** Estimation of errors in characteristics of financial flows of investment projects in the rocket and space industry / Nauch. Zh. KubGAU. 2015. N 109. P. 238 – 264 [in Russian].
20. **von Weizsaecker E., Wijkman A.** Come On! Capitalism, Short-termism, Population and the Destruction of the Planet. — Springer, 2018. — 220 p.
21. **Orlov A. I.** On the development of a solidary information economy / Nauch. Zh. KubGAU. 2019. N 07(121). P. 262 – 291 [in Russian].