

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2022-88-7-5-7>

СИСТЕМНАЯ НЕЧЕТКАЯ ИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА — ОСНОВА ИНСТРУМЕНТАРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

© Александр Иванович Орлов

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, Бауманская 2-я, д. 5;
e-mail: prof-orlov@mail.ru

SYSTEM FUZZY INTERVAL MATHEMATICS: THE BASIS OF TOOLS OF MATHEMATICAL RESEARCH METHODS

© Alexander I. Orlov

Bauman Moscow State Technical University, 5, 2-ya Baumanskaya ul., Moscow, 105005, Russia; e-mail: prof-orlov@mail.ru

Математические методы исследования — это прежде всего методы прикладной статистики. Можно говорить о новой парадигме математических методов исследования, характерной для XXI в. и сменившей классическую парадигму середины XX в. [1, 2]. Новая парадигма основана на статистике нечисловых данных и системной нечеткой интервальной математике. В целях адекватного применения современных математических методов исследования обсудим эти новые направления.

Прикладная статистика (синоним — статистические методы анализа данных) — это наука о том, как обрабатывать данные. Математическая статистика занимается математическими моделями прикладной статистики. Применение статистических методов в конкретной сфере деятельности порождает соответствующие области исследований: биометрию — применение статистических методов в биологии; эконометрику — их применение в экономике и управлении; технометрику — в технических науках; хемометрику — в химии и т.д.

Статистика нечисловых данных (статистика объектов нечисловой природы, нечисловая статистика) — одна из четырех областей статистики (выделяемых по видам данных), к которым также относятся статистика чисел, многомерный статистический анализ, статистика временных рядов и случайных процессов. Нечисловые данные — элементы пространств, не являющихся линейными, т.е. их нельзя складывать и умножать на число. К ним можно отнести, например, бинарные отношения, тексты, измерения по качественным признакам, множества, нечеткие множества...

Статистика нечисловых данных как самостоятельная область прикладной статистики выделена нами в 1979 г., хотя отдельные методы анализа нечисловых данных, например, значений альтернативных (бинарных, дихотомических) признаков, принимающих два значения, с X в. (например, треугольник Паскаля).

Центральной частью статистики нечисловых данных является статистика в пространствах произвольной природы. Введены понятия эмпирического и теоретического средних в таких пространствах, разработаны методы оценки плотности и соответствующие зависимости (регрессионного анализа), методы решения задач классификации (распознавания образов, обучения нейросетей) и др. Общие результаты статистики в пространствах произвольной природы позволяют единообразным образом получить рекомендации для конкретных пространств объектов нечисловой природы.

Развитие статистики интервальных данных проанализировано в обзоре [3]. Первая в мире монография по рассматриваемому перспективному разделу прикладной статистики выпущена в 2009 г. [4].

Системная нечеткая интервальная математика [5, 6] основана на различии математических, прагматических и компьютерных чисел.

Математические числа — это те, которые изучают в классической математике (натуральные, действительные и т.п.).

Прагматические числа — те, которые используют на практике, с несколькими значащими десятичными цифрами; их — конечное число в отличие от математических чисел. *Компьютерные числа* применяют при компьютерных расче-

тах. Важно наличие «машинного нуля» — числа, меньшие по абсолютной величине некоторой границы, воспринимаются компьютером как нуль.

Использование в расчетах прагматических или компьютерных чисел вместо математических приводит к нарушениям ряда математических соотношений.

Результаты измерений (наблюдений, испытаний, анализов, опытов, обследований), как правило, имеют погрешности. Наличие погрешностей измерений и погрешностей вычислений, использование прагматических чисел вместо математических приводят к тому, что результаты расчетов имеют свойства, отличные от выводов на основе математических чисел. Например, согласно конкретной математической теореме некоторая сумма должна равняться нулю, но по результатам расчетов она является ненулевой; расходящийся ряд имеет конечную сумму при расчетах на компьютере; выборочная дисперсия оказывается отрицательной.

Следовательно, нужны теории, позволяющие учитывать неопределенность исходных данных и результатов расчетов. Одна из них — теория нечетких множеств.

В качестве отправной точки можно взять парадокс Зенона «Куча». Он демонстрирует невозможность описания количества зерен в куче с помощью одного натурального числа. Понятие нечеткого множества и задающей его функции принадлежности (со значениями от 0 до 1) рассмотрел Э. Борель [7]. Современный вид теории нечетких множеств придал Лотфи А. Заде. В 1965 г. он ввел операции над нечеткими множествами, заданными своими функциями принадлежности. За прошедшие годы выполнены десятки тысяч научных работ по теории нечеткости (теории нечетких множеств, нечеткой логике). Первая книга отечественного автора по нечетким множествам вышла в 1980 г. [8].

Термин Л. А. Заде *fuzzy set* переводят на русский язык как нечеткое, размытое, расплывчатое, туманное, пушистое множество.

В основе современной математики лежат множества и числа. Заменяя множества на нечеткие множества, а числа — на нечеткие числа, получаем «удвоение» математических постановок и алгоритмов.

Теория нечетких множеств полезна для применения в ситуациях, когда переход от принадлежности к множеству к непринадлежности происходит не скачком (как в обычной теории множеств), а постепенно. В теории нечеткости возникают новые проблемы для исследования. Например, тождества алгебры (обычных) множеств могут быть верны, но могут быть и неверны в алгебре нечетких множеств. На основе теории нечетких множеств разработаны математические

инструменты для решения различных прикладных задач.

Наиболее простое нечеткое множество имеет функцию принадлежности, равную нулю вне некоторого интервала на оси действительных чисел и равную единице внутри этого интервала. Такое нечеткое множество задается интервалом и описывает интервальное число.

Развита статистика интервальных данных, в которой каждый элемент выборки — не число, а интервал [5, 6]. Основные постановки прикладной статистики можно рассмотреть в рамках статистики интервальных данных.

Ряд результатов статистики интервальных данных отличается от аналогичных результатов в классической математической статистике. Так, в математической статистике одна из основных задач — построение состоятельных статистических оценок, сходящихся (по вероятности) к параметрам и характеристикам распределения, в соответствии с которым распределены элементы выборки. В статистике интервальных данных состоятельных оценок не существует. Наличие погрешностей измерений (заданных интервалами) приводит к неустраняемой погрешности выводов.

Чем больше объем выборки в классической математической статистике, тем точнее оценки. В статистике интервальных данных определяется «рациональный объем выборки», превышать который не имеет смысла.

В настоящее время для описания неопределенностей используют три математических подхода: 1) вероятностно-статистический; 2) опирающийся на теорию нечетких множеств; 3) на основе статистики интервальных данных. Как уже отмечалось, два последних подхода связаны между собой, поскольку интервалы — частный случай нечетких множеств. Оказывается, теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств и тем самым — к теории вероятностей [5, 8]. Однако на современном этапе развития науки при решении прикладных задач эти три подхода применяют независимо, без опоры на связи между ними.

В ходе создания Всесоюзной статистической ассоциации (учреждена в 1990 г.) были выработаны основы новой парадигмы математических методов исследования, идущей на смену парадигме середины XX в. [5, 6]. Системная нечеткая интервальная математика — стержень новой парадигмы. Сравнение старой и новой парадигм с теоретической и прикладной точек зрения проведено, например, в работе [9].

Итак, для читателей журнала «Заводская лаборатория. Диагностика материалов» кратко рассказано о системной нечеткой интервальной математике — перспективном направлении теоретической и вычислительной математики. Это на-

правление вместе со статистикой нечисловых данных развивается в соответствии с новой парадигмой математических методов исследования. Отечественная научная школа в области организационно-экономического моделирования, эконометрики и статистики опирается на системную нечеткую интервальную математику. Мы полагаем [10], что системная нечеткая интервальная математика — основа математики XXI века. Наряду с теоретическими и прикладными исследованиями ведется обучение различным разделам системной нечеткой интервальной математики. Так, в МГТУ им. Н. Э. Баумана, МФТИ, Кубанском государственном аграрном университете и ряде других вузов в соответствии с принципом «Образование через науку» в учебные дисциплины «Прикладная статистика», «Методы анализа данных», «Теория принятия решений» и другие включены научные результаты системной нечеткой интервальной математики в соответствии с новой парадигмой математических методов исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов А. И. Новая парадигма прикладной статистики / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Т. 78. № 1. Ч. I. С. 87 – 93.
2. Орлов А. И. Новая парадигма математических методов исследования / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2015. Т. 81. № 7. С. 5.
3. Орлов А. И. Статистика нечисловых данных за сорок лет (обзор) / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019. Т. 85. № 11. С. 69 – 84. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-11-69-84
4. Орлов А. И. Организационно-экономическое моделирование: учебник. В 3-х ч. Ч. 1. Нечисловая статистика. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. — 542 с.
5. Орлов А. И., Луценко Е. В. Системная нечеткая интервальная математика. — Краснодар: КубГАУ, 2014. — 600 с.
6. Орлов А. И., Луценко Е. В. Анализ данных, информации и знаний в системной нечеткой интервальной математике. — Краснодар: КубГАУ, 2022. — 405 с.
7. Борель Э. Вероятность и достоверность / Пер. со 2-го франц. изд. И. Б. Погребысского; под ред. Б. В. Гнеденко. — М.: Физматгиз, 1961. — 120 с.
8. Орлов А. И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. — М.: Знание, 1980. — 64 с.
9. Орлов А. И. Отечественная научная школа в области организационно-экономического моделирования, эконометрики и статистики / Контроллинг. 2019. № 73. С. 28 – 35.
10. Орлов А. И. Системная нечеткая интервальная математика — основа математики XXI века / Научный журнал КубГАУ. 2021. № 165. С. 111 – 130.

REFERENCES

1. Orlov A. I. The new paradigm of applied statistics / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2012. Vol. 78. N 1. Part I. P. 87 – 93 [in Russian].
2. Orlov A. I. The new paradigm of mathematical methods of research / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2015. Vol. 81. N 7. P. 5 [in Russian].
3. Orlov A. I. Statistics of NonNumeric Data in forty years (Review) / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2019. Vol. 85. N 11. P. 69 – 84. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-11-69-84
4. Orlov A. I. Organizational and economic modeling: textbook: In 3 parts. Part 1. Nonnumerical statistics. — Moscow: Izd. MGTU im. N. E. Bauman, 2009. — 542 p. [in Russian].
5. Orlov A. I., Lucenko E. V. System Fuzzy Interval Mathematics. — Krasnodar: KubGAU, 2014. — 600 p. [in Russian].
6. Orlov A. I., Lucenko E. V. Analysis of data, information and knowledge in system fuzzy interval mathematics. — Krasnodar: KubGAU, 2022. — 405 p. [in Russian].
7. Borel' E. Probability and reliability / I. B. Pogrebyssky, B. V. Gnedenko, eds.. — Moscow: Fizmatgiz, 1961. — 120 p. [Russian translation].
8. Orlov A. I. Optimization Problems and Fuzzy Variables. — Moscow: Znanie, 1980. — 64 p. [in Russian].
9. Orlov A. I. Native scientific school in the field of organizational and economic modeling, econometrics and statistics / Kontrolling. 2019. N 73. P. 28 – 35 [in Russian].
10. Orlov A. I. System fuzzy interval mathematics — the basis of mathematics of the XXI century / Nauch. Zh. KubGAU. 2021. N 165. P. 111 – 130 [in Russian].