Орлов А.И.
д.э.н., д.т.н., к.ф.-м.н., проф., зав. лаб. экономико-математических методов в контроллинге, МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК: 330.46, 378.14
JEL Classification: A22, C61

ИННОВАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ОБУЧЕНИЯ

Аннотация

В работе предлагается инновационный подход к распределению учебного времени между различными видами занятий студентов при заданном общем объеме нагрузки по определенной дисциплине. Он основан на математической модели оптимального распределения учебного времени между овладением знаниями и развитием умений. Найдено оптимальное управление. Показано, что оно в течение основного периода учебного процесса – одно и то же для всех учащихся, а именно, треть времени следует отводить на лекции, две трети – на семинары.

Ключевые слова:
Управление, инновации, высшее образование, учебный процесс, моделирование, принцип максимума Понтрягина.

Alexander I. Orlov, Dr.Sci.Econ., Dr.Sci.Tech., Cand.Phys-Math.Sci., professor, head of Laboratory of economic-mathematical methods in controlling, BMSTU

INNOVATIVE MODEL OF OPTIMUM MANAGEMENT OF THE LEARNING PROCESS

Abstract

The paper proposes an innovative approach to the distribution of study time between different types of students' classes for a given total workload in a particular discipline. It is based on a mathematical model of the optimal distribution of study time between the acquisition of knowledge and the development of skills. The optimal control is found. It is shown that during the main period of the educational process it is the same for all students, namely, one third of the time should be devoted to lectures, two thirds to seminars.

Keywords:
Management, innovation, higher education, studying process, modeling, Pontryagin's maximum principle.

Введение

Управленческие инновации не менее полезны, чем инновации в области производства товаров и услуг, однако экономический эффект от внедрения управленческих новшеств зачастую затруднительно выразить в денежных единицах. Согласно современным подходам к менеджменту, управленческие решения следует принимать на основе пяти групп факторов – социальных, технологических, экологических, экономических, политических (подробнее см., например, [1]). Эффект от внедрения управленческой инновации целесообразно выявлять в рамках этих пяти групп факторов, не ограничиваясь одной из них – экономической.

К управленческим инновациям относятся инновации в сфере образования. Такие инновации многообразны. Например, одни из них касаются содержания образования, другие – систем проведения занятий (в том числе, с использованием информационно-коммуникационных технологий), и т.д. Одним из видов инноваций в высшем образовании являются инновации в области организации учебного процесса.

В настоящей работе предлагается инновационный подход к распределению учебного времени между различными видами работы студентов при заданном общем объеме занятий по определенной дисциплине. Полученные на основе предлагаемого подхода рекомендации согласуются с накопленным автором опытом обучения и могут быть использованы преподавателями высших учебных заведении при подготовке учебных программ.

Построение математической модели

Предлагаемый инновационный подход основан на математической модели оптимального распределения учебного времени между овладением знаниями и развитием умений. Рассмотрим методологические предпосылки построения такой модели.

Любое знание состоит частично из «информации» («чистое знание») и частично из «умения» («знаю, как»). Будем использовать формулировки известного математика и педагога Д. Пойа: «Умение – это мастерство, это способность использовать имеющиеся у вас сведения для достижения своих целей; умение можно еще охарактеризовать как совокупность определенных навыков, в конечном счете, умение – это способность методически работать» [2, с.308].

Нецелесообразно заниматься тщательным определениям понятий, хорошо знакомых каждому преподавателю из практического опыта обучения. Отметим только, что объем «чистого знания» студента увеличивается при прослушивании лекций и самостоятельной работе, в то время как объем его «умений» – во время учебы на семинарах и практических занятиях, при выполнении лабораторных работ и домашних заданий, а также при самостоятельной работе.

Практически важной является проблема распределения учебного времени (аудиторных занятий и самостоятельной работы) между различными видами учебной нагрузки студентов. При этом обычно задан общий объем занятий студентов по определенной дисциплине. Такое предположение естественно, поскольку проблема распределения общего числа учебных часов между дисциплинами обычно решается на более высоком уровне принятия управленческих решений, а именно, при составлении календарного плана обучения студентов определенной специальности.

Принимаем, что учебное время, выделенное на самостоятельную работу студентов, распределяется между повышением знаний и развитием учений пропорционально разделению аудиторного учебного времени между этими направления деятельности. Будем условно называть «лекциями» все занятия, нацеленные на повышение знаний, а «семинарами» – все занятия, направленные на развитие умений. Тогда можно сказать, что рассматриваемая в статье проблема состоит в разработке математического аппарата для оптимального распределения времени между лекциями и семинарами.

Введем функции, используемые в предлагаемой математической модели. Пусть $x(t)$ – объем сведений, накопленных учащимся к моменту времени t («чистое знание»), $y(t)$ – объем накопленных умений: умений рассуждать, решать задачи, разбираться в излагаемом преподавателем материале; $u(t)$ – доля времени, отведенного на накопление знаний в промежутке времени $(t; t + dt)$. Управление возможно при выборе функцию $u(t)$, наилучшей с точки зрения той или иной оптимизационной задачи.

Основное в модели – описание приращений знаний и умений в зависимости от достигнутых значений этих величин.

Примем как исходное положение, что приращение $x(t + dt) – x(t)$ объема знаний студента пропорционально потраченному на это времени $u(t)dt$ и накопленным умениям $y(t)$. Другими словами,

$$\frac{dx(t)}{dt} = k_1 u(t) y(t) \quad (1)$$

В формуле (1) коэффициент $k_1 > 0$ определяется индивидуальными особенностями рассматриваемого студента.

Второе исходное положение состоит в том, что приращение умений $y(t + dt) – y(t)$ за время от t до $t + dt$ пропорционально потраченному на это времени $(1 – u(t))dt$, имеющимся умениям $y(t)$ и знаниям $x(t)$ студента.

Следовательно,

$$\frac{dx(t)}{dt} = k_2 (1 - u(t)) x(t) y(t) \quad (2)$$

Положительный коэффициент k_2 в формуле (2) так же, как и в формуле (1), определяется индивидуальными особенностями студента.

Поясним исходные положения. В модели предполагается, что учащийся тем быстрее приобретает умения, чем больше он уже знает и умеет (формула (2)). В то же время он тем быстрее усваивает знания, чем больше умеет, независимо от ранее накопленных знаний (формула (1)). По мнению автора, нельзя считать, что чем больше запомнил студент, тем быстрее запоминает новую информацию. Именно этим объясняется то, что на правую часть уравнения (1) влияют только те приобретенные в прошлом знания, которые стали активными, поскольку были применены при решении задач и, как следствие, перешли в умения.

Отметим, что модель (1) – (2) имеет смысл применять на таких интервалах времени, чтобы, например, академический час можно было считать бесконечно малой величиной. Вместо системы дифференциальных уравнений (1) – (2) можно было бы рассматривать систему разностных уравнений, однако с математической точки зрения предпочтительнее анализировать систему дифференциальных уравнений, поскольку при этом можно применять хорошо разработанную теорию оптимального управления.

Для изучения и использования модели (1) – (2) с целью организации учебного процесса нет необходимости разрабатывать конкретные методики оценки используемых функций – умений y(t) и знаний x(t). Достаточно принять, что эти функции существуют и удовлетворяют уравнениям (1) – (2). Модель позволяет уловить основные взаимосвязи используемых переменных и получить практически полезные выводы, не вдаваясь в подробности нахождения (оценки) умений y(t) и знаний x(t), поскольку основное в ней – нахождение оптимального управления распределением учебного времени, т.е. функции u(t).

Модели такого типа В.В. Налимов называет эскизными [3], поскольку они нацелены на выявление интересующих исследователя взаимосвязей переменных без проработки вопросов измерения этих переменных.

Можно управлять процессом обучения, выбирая при каждом t значение функции u(t) из отрезка [0; 1]. Для планирования учебного процесса полезны следующие две оптимизационные задачи.

1. Каким образом как можно быстрее достигнуть заданного уровня знаний x_1 и умений y_1? Другими словами, как за кратчайшее время перейти из исходной точки фазовой плоскости $(x_0; y_0)$, отражающей уровень знаний и умений студента перед началом обучения, в заданную организаторами учебного процесса целевую точку $(x_1; y_1)$?
2. Как поступать, чтобы возможно быстрее достичь заданного объема знаний, т.е. из исходной точки $(x_0; y_0)$, выйти на прямую $x = x_1$?

Полезны для практики и результаты решения двойственной задачи: за заданное время достигнуть как можно большего объема знаний. Оптимальные траектории движения для второй задачи и двойственной к ней совпадают (двойственность понимается в обычном для математического программирования смысле – см., например, [4]).

Оказывается, систему уравнений (1) – (2) можно упростить. Сделав замену переменных $z = k_2x$, $w = k_1k_2y$, перейдем от (1) – (2) к более простой системе дифференциальных уравнений, в которой нет неизвестных коэффициентов:

$$\frac{dz}{dt} = uw. \ \frac{dw}{dt} = (1 - u)zw \quad (3)$$

Приведенная выше линейная замена переменных означает переход к другим единицам измерения знаний и умений, при этом для каждого учащегося используется своя персональная система единиц измерения, определяемая его личными свойствами, которые в уравнениях (1) – (2) отражались коэффициентами k_1 и k_2.

Таким образом, система (1) – (2) описывает процесс обучения всех студентов, объемы знаний и умений измеряются единообразно (и в принципе можно разработать объективные правила оценки этих объемов, исходя из содержания изучаемой дисциплины), в то время как индивидуальные особенности обучающихся учитываются коэффициентами k_1 и k_2, система (3) не содержит неизвестных коэффициентов, и потому ее решение описывает динамику измерений объемов знаний и умений каждого студента. Однако единицы измерения этих объемов – свои для каждого из них.

Вид оптимального управления

Начнем с изучения системы (3). Для решения приведенных выше задач 1 и 2 применим математические методы оптимального управления. Наилучший вид управляющей распределением времени функции u(t) найдем с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [5, 6]. Подробное описание процесса решения математических задач 1 и 2 не является предметом настоящей работы. Отметим только, что нет принципиальных отличий от решения других задач оптимального управления путем применения принципа максимума Л.С. Понтрягина.

Приведем полученные результаты. Начнем с задачи 1 для системы (3). Из принципа максимума Л.С. Понтрягина следует, что быстрейшее движение может происходить либо по горизонтальным (для них u = 1) или вертикальным (для них u = 0) отрезкам прямых, либо по особому решению, которым является парабола $w = z^2$ (u = 1/3). Для начальных точек ниже параболы, т.е. при $z_0^2 > w_0$, движение должно начинаться по отрезку вертикальной прямой. Для начальных точек выше параболы, т.е. при $z_0^2 < w_0$, движение сначала идет по отрезку горизонтальной прямой. Если начальная точка лежит на параболе, т.е. $z_0^2 = w_0$, то быстрейшее движение происходит по этой параболе. Важно, что по каждой из областей ниже и выше параболы, т.е. соответственно $\{z^2 > w\}$ и $\{z^2 < w\}$, может проходить не более одного вертикального и одного горизонтального отрезка оптимальной траектории.

На основе теоремы о регулярном синтезе [7, с.266] найдена оптимальная траектория. Она выглядит следующим образом. Сначала надо выйти на «магистраль» – добраться до параболы $w = z^2$ по вертикальному (если начальная точка лежит ниже параболы) или горизонтальному (если начальная точка находится выше параболы) отрезку прямой. Затем основную часть пути следует пройти по магистрали, которой в рассматриваемой задаче является парабола (для нее $u = 1/3$). Если конечная точка лежит под параболой, добраться до нее необходимо по горизонтали, сойдя с магистрали. Если же она лежит над параболой, то заключительный участок траектории является вертикальным отрезком. В случае, когда конечная точка лежит на параболе, в ней и следует остановиться после движения по магистрали.

Например, в случае $w_0 < z_0^2 < w_1 < z_1^2$ и начальная (z_0, w_0), и конечная точки (z_1, w_1) лежат под параболой. Следовательно, оптимальная траектория такова. Сначала надо выйти на магистраль – добраться по вертикальной ($u = 0$) прямой до параболы, т.е. перейти из точки (z_0, w_0) в точку (z_0, z_0^2). Затем следует двигаться по магистрали ($u = 1/3$) от точки (z_0, z_0^2) до точки $(\sqrt{w_1}, w_1)$. После этого следует сойти с магистрали и по горизонтали ($u = 1$) выйти в конечную точку (z_1, w_1).

Если начальная (z_0, w_0), и конечная точки (z_1, w_1) лежат под параболой, но $w_0 < w_1 \leqslant z_0^2 < z_1^2$, то не надо выходить на магистраль. Оптимальная траектория состоит из вертикального и горизонтального отрезков. Из начальной точки (z_0, w_0) следует по вертикали перейти в точку (z_0, w_1), а затем из нее по горизонтали – в конечную точку (z_1, w_1).

Поскольку знания и умения в ходе обучения могут только накапливаться, то всегда конечная точка расположена не ниже и не левее начальной точки. Если они лежат на одной горизонтальной или вертикальной прямой, то оптимальная траектория состоит из одного горизонтального или, соответственно, вертикального отрезка.

Разобран один случай расположения начальной и конечной точек относительно параболы. Есть еще три:

1. Начальная точка ниже параболы, конечная – выше.
2. Обе точки выше параболы.
3. Начальная точка выше параболы, конечная – ниже.

Эти случаи могут быть проанализированы аналогично сделанному выше для ситуации, когда обе точки находятся ниже параболы. Сначала надо выйти на магистраль – если начальная точка ниже параболы, то по вертикали, если же выше – по горизонтали. Затем двигаться по магистрали и сойти с нее так, чтобы попасть в конечную точку по горизонтали (если конечная точка находится ниже параболы) или по вертикали (если выше).

Описанная процедура построения оптимальной траектории напоминает естественную схему поведения автомобилиста – сначала как можно быстрее добраться до магистрали, по ней проехать основную часть пути, а затем в подходящий момент времени свернуть с магистрали и кратчайшим путем добраться до конечной точки. Поэтому «особое решение», по которому надо двигаться основную часть времени, и названо магистралью.

Перейдем к задаче 2. В ней из семейства оптимальных траекторий, ведущих из начальной точки (z_0, w_0) в различные точки луча $(z_1; w_1)$, $w_0 \leqslant w_1 < +\infty$, надо выбрать ту траекторию, требующую минимального времени. Оказывается, при $z_1 \leqslant 2z_0$ на луче оптимальной является точка с $w_1 = z_0 (z_1 - z_0)$, траектория состоит из вертикального и горизонтального отрезков. Если требуется значительно увеличить объем знаний, т.е. при $z_1 > 2z_0$, то оптимальным является $w_1 = z_0^2/4$, при этом основная часть оптимальной траектории проходит по магистрали $w = z^2$ от точки $(z_0; z_0^2)$ до точки $(z_1/2; z_1^2/4)$. Следовательно, чем большим объемом знаний z_1 надо овладеть, тем большую долю времени надо двигаться по магистрали, отдавая при этом 2/3 времени увеличению умений и 1/3 времени – накоплению знаний, а в конце периода обучения только наращивать знания, не тратя учебного времени на развитие умений..

Обсуждение результатов

Полученное для основного участка траектории оптимального обучения значение $u = 1/3$ можно интерпретировать так: при движении по магистрали, т.е. в течение основного периода обучения, на одну лекцию должно приходиться два семинара, на 45 минут объяснения (академический час) – 90 минут решения задач (два академических часа).

В начальном периоде обучения с целью выхода на магистраль следует добиться оптимального соотношения знаний и умений. Если знаний достаточно, но умений мало (например, из-за отсутствия регулярной тренировки в решении задач), преподавателю надо организовать занятия по развитию необходимых умений. Если, наоборот, умения развиты в необходимом объеме, но знаний мало, то преподавателю следует добиться увеличения объема знаний студента. Таким образом, в начале преподавания дисциплины преподаватель должен добиться того, чтобы все студенты вышли на требуемое для освоения дисциплины соотношение знаний и умений. Из сказанного вытекает целесообразность проведения в начале курса занятия, посвященного повторению основных используемых в дальнейшем понятий и пробуждению соответствующих умений.

Действия при завершении обучения определяются поставленной задачей. В соответствии со сказанным выше следует сойти с магистрали. При практическом решении задачи 1 следует выйти на целевые показатели. В зависимости от значений координат конечной точки речь идет либо о необходимом развитии умений, либо о получении знаний, дополняющих полученные при изучении основной части курса.

Приведенное выше решение задачи 2 приводит к выводу о том, что распределение учебного времени между лекциями и семинарами должно резко измениться на завершающем этапе обучения. Все время надо отдавать лекциям. На завершающем этапе студенты овладевают таким же объемом знаний, как и при всем предыдущем обучении. Но при этом они не тратят времени на развитие умений, поскольку необходимые умения получили к началу завершающего этапа обучения.

При движении по магистрали, т.е. в течение основного периода учебного процесса, оптимальное распределение времени между объяснениями и решением задач является одним и тем же для всех учащихся, независимо от индивидуальных коэффициентов k_1 и k_2 (см. систему уравнений (1) – (2)). Этот факт устойчивости оптимального решения (в смысле, раскрытом в [8]) показывает возможность организации обучения, оптимального одновременно для всех учащихся. Действительно, конкретные значения координат начальной и конечной точек никак не влияют на оптимальное распределение времени в течение основного периода обучения. При этом время движения до выхода на магистраль зависит, естественно, от начального положения (x_0; y_0) и индивидуальных коэффициентов k_1 и k_2.

Результаты, полученные в математической модели, вполне соответствуют эмпирическим представлениям об оптимальной организации учебного процесса и практическому опыту автора как преподавателя. Естественно, в начале периода обучения необходимо скорректировать уровень знаний и умений студентов, так сказать, «привести их к единому знаменателю» с целью их обучения в составе единого потока (а не индивидуально). Далее наступает «движение по магистрали»: лекции читаются для всего потока, семинары проводятся для групп студентов.

Обратим внимание на завершающий период обучения. По мнению автора, он существенно отличается от основного периода. Обсудим организацию обучения магистрантов. Надо ли, как студентов предыдущих курсов, нацеливать их на решения конкретных задач теми или иными методами, как это обычно делают на семинарах? Дело в том, что типов задач весьма много, как и методов, и в любом случае студенты овладеют лишь малой частью разработанных к настоящему времени интеллектуальных инструментов. Полезнее дать магистрантам обзоры ряда тем «с высоты птичьего полета», оставив детали для самостоятельного изучения теми выпускниками, которым они понадобятся при практической работе. Именно так построил преподавание магистрантам дисциплины «Организационно-экономическое моделирование» (см. [9–11]). И именно такое поведение оказалось оптимальным при решении задачи (2).

Кроме общей стратегии организации учебного процесса, модель определяет численные значения доли времени, идущей на повышение знаний (она оказалась равной 1/3), и доли материала (1/2), излагаемого на заключительных лекциях без проработки на семинарах (она оказалась равной 1/2). Эти численные значения вполне соответствуют практическому опыту автора по преподаванию различных дисциплин.

Научные результаты настоящей статьи применимы не только при обсуждении проблем преподавания в высшей школе, но и для организации учебного процесса учащихся средних учебных заведений. Именно для второго случая были намечены первоначальные подходы к построению математических моделей оптимального управления процессом обучения [12, 13], развитые в настоящей статье. Некоторое дальнейшее развитие первоначальные идеи получили в [1, 14].

Заключение

Эскизная модель процесса управления обучением (1) – (2) и ее модификация (3) позволили получить ряд практически полезных рекомендаций, в том числе, выраженных в числовой форме. При этом не понадобилось уточнять способы измерения объемов знаний и умений, имеющихся у учащегося. Достаточно было согласиться с тем, что эти величины удовлетворяют качественным соотношениям, приводящим к уравнениям (1) и (2).

В соответствии с предлагаемой инновационной математической моделью оптимального управления процессом обучения рекомендуется сначала выйти на магистраль, т.е. добиться оптимального соотношения исходных уровней знаний и умений у каждого студента. В течение основного периода учебного процесса следует двигаться по магистрали, т.е. треть времени следует отводить на лекции, две трети – на семинары. Важно, что эта рекомендация оптимальна одновременно для всех студентов. Заключительный этап различен для двух поставленных задач. Если необходимо достичь заранее заданных уровней знаний и умений (задача 1), то следует в определенный момент времени сойти с магистрали и завершить процесс обучения либо увеличением знаний, либо развитием умений, в зависимости от достигнутого в течение основного периода обучения. Если цель обучения – возможно быстрее достичь заданного объема знаний, то после схода с магистрали должна быть приобретена половина требуемых знаний, в то время как объем умений признается достаточным, на его увеличение не выделяется учебное время.

Возможности практического применения полученных на основе инновационной математической модели (1) – (2) рекомендаций заслуживают дальнейшего обсуждения.

Литература:

1. Орлов А.И. Менеджмент: организационно-экономическое моделирование. Учебное пособие для вузов. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. — 475 с.
2. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач. Основные понятия, изучение и преподавание. — М.: КомКнига, 2010. — 450 с.
3. Налимов В.В. Теория эксперимента. — М.: Наука, 1971. — 208 с.
4. Гольштейн Е.Г. Выпуклое программирование (элементы теории). — М.: Наука, 1970. — 67 с.
5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. 4-е изд., стереотипное. — М.: Наука, 1983. — 393 с.
6. Милютин А.А., А.В. Дмитрук А.В., Осмоловский Н.П. Принцип максимума в оптимальном управлении. — М.: Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2004. – 73 с.
7. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. — М.: Наука, 1969. — 408 с.
8. Орлов А.И. Устойчивые экономико-математические методы и модели: монография. — М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022. — 337 с.
9. Муравьева В.С., Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование – система инструментов контроллинга // Контроллинг в экономике, организации производства и управлении: сборник научных трудов международного форума по контроллингу (Москва, 20 мая 2021 г.) / под научной редакцией д.э.н., профессора С.Г. Фалько / НП «Объединение контроллеров». — Москва: НП «Объединение контроллеров», 2021. — С. 147–155.
10. Муравьева В.С., Орлов А.И. Организационно-экономические инструменты в контроллинге // Контроллинг. 2021. № 81. С. 72–79.
11. Муравьева В.С., Орлов А.И. Основные составляющие организационно-экономического моделирования // Научный журнал КубГАУ. 2021. №172. С. 182–207.
12. Орлов А.И. Проблемы устойчивости в некоторых моделях управления запасами и ресурсами // Алгоритмы многомерного статистического анализа и их применения. — М.: Изд-во ЦЭМИ АН СССР, 1975. — С. 94–105,
13. Орлов А.И. Математические модели отдельных сторон обучения математике // Сб. научно-методических статей по математике. (Проблемы преподавания математики в вузах.) Вып.7. — М.: Высшая школа, 1978. — С. 28–34.
14. Орлов А.И. Методология моделирования процессов управления в социально-экономических системах // Научный журнал КубГАУ. 2014. №101. С. 166–196.

References:

1. Orlov A.I. Menedzhment: organizacionno-ekonomicheskoe modelirovanie. Uchebnoe posobie dlya vuzov. — Rostov-na-Donu: Feniks, 2009. — 475 s.
2. Poja D. Matematicheskoe otkrytie. Reshenie zadach. Osnovnye ponyatiya, izuchenie i prepodavanie. — M.: KomKniga, 2010. — 450 s.
3. Nalimov V.V. Teoriya eksperimenta. — M.: Nauka, 1971. — 208 s.
4. Gol'shtejn E.G. Vypukloe programmirovanie (elementy teorii). — M.: Nauka, 1970. — 67 s.
5. Pontryagin L.S., Boltyanskij V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov. 4-e izd., stereotipnoe. — M.: Nauka, 1983. — 393 s.
6. Milyutin A.A., A.V. Dmitruk A.V., Osmolovskij N.P. Princip maksimuma v optimal'nom upravlenii. — M.: Mekhaniko-matematicheskij fakul'tet MGU im. M.V. Lomonosova, 2004. – 73 s.
7. Boltyanskij V.G. Matematicheskie metody optimal'nogo upravleniya. — M.: Nauka, 1969. — 408 s.
8. Orlov A.I. Ustojchivye ekonomiko-matematicheskie metody i modeli: monografiya. — M.: Aj Pi Ar Media, 2022. — 337 c.
9. Murav'eva V.S., Orlov A.I. Organizacionno-ekonomicheskoe modelirovanie – sistema instrumentov kontrollinga // Kontrolling v ekonomike, organizacii proizvodstva i upravlenii: sbornik nauchnyh trudov mezhdunarodnogo foruma po kontrollingu (Moskva, 20 maya 2021 g.) / pod nauchnoj redakciej d.e.n., professora S.G. Fal'ko / NP Ob"edinenie kontrollerov. — Moskva: NP Ob"edinenie kontrollerov, 2021. — S. 147–155.
10. Murav'eva V.S., Orlov A.I. Organizacionno-ekonomicheskie instrumenty v kontrollinge // Kontrolling. 2021. № 81. S. 72–79.
11. Murav'eva V.S., Orlov A.I. Osnovnye sostavlyayushchie organizacionno-ekonomicheskogo modelirovaniya // Nauchnyj zhurnal KubGAU. 2021. №172. S. 182–207.
12. Orlov A.I. Problemy ustojchivosti v nekotoryh modelyah upravleniya zapasami i resursami // Algoritmy mnogomernogo statisticheskogo analiza i ih primeneniya. — M.: Izd-vo CEMI AN SSSR, 1975. — S. 94–105,
13. Orlov A.I. Matematicheskie modeli otdel'nyh storon obucheniya matematike // Sb. nauchno-metodicheskih statej po matematike. (Problemy prepodavaniya matematiki v vuzah.) Vyp.7. — M.: Vysshaya shkola, 1978. — S. 28–34.
14. Orlov A.I. Metodologiya modelirovaniya processov upravleniya v social'no-ekonomicheskih sistemah // Nauchnyj zhurnal KubGAU. 2014. №101. S. 166–196.