

Колонка редколлегии

Editorial column

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2025-91-7-5-8>

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ: РЕВОЛЮЦИЯ ПРОДОЛЖАЕТСЯ

© Александр Иванович Орлов

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5; e-mail: prof-orlov@mail.ru

MATHEMATICAL RESEARCH METHODS: THE REVOLUTION CONTINUES

© Alexander I. Orlov

Bauman Moscow State Technical University, 5, 2-ya Baumanskaya ul., Moscow, 105005, Russia; e-mail: prof-orlov@mail.ru

Краткому обзору революции в математических методах исследования посвящена публикация [1]. Продолжим обсуждение этой темы.

По словам одного из лидеров историко-эволюционистского направления в философии науки Т. Куна: «Научные революции — это некумулятивные эпизоды развития науки, во время которых старая парадигма замещается целиком или частично новой парадигмой, несовместимой со старой» [2, с. 129]. Понятие «научная революция» широко обсуждается, прежде всего — философами (см., например, [3]). Хорошо известны революции в физике, связанные с переходом от учений Аристотеля к открытиям Ньютона, прорывами в XX в., обусловленными созданием квантовой механики, ядерной физики и теории относительности. Революция в биологии обусловлена появлением генетики, революция в истории — созданием новой статистической хронологии.

Революция в математических методах исследования основана на новой парадигме в этой научно-практической области. На примере прикладной статистики проведено сравнение по 17 основным характеристикам старой и новой систем идей, взглядов и понятий в статье [4].

Полезно обсудить различные аспекты революции в математических методах исследования, которым посвящены многочисленные статьи в нашем журнале. Чтобы не перегружать колонку редколлегии полными ссылками, будем указывать в квадратных скобках только год, том и номер.

Мы не раз обращались к обсуждению новой парадигмы математических методов исследования, в частности, в [2015. Т. 81. № 7] и [2021. Т. 87. № 7]. Ей предшествовали две парадигмы,

которые в [1] обозначили как «примитивную» и «устаревшую». Первая из них соответствует описательной стадии развития статистической науки, на которой использовались те или иные отдельные эвристические методы анализа данных, — например, построение таблиц, расчет выборочного среднего арифметического, метод наименьших квадратов. Первая научная революция в математических методах исследования — это появление классической теории математической статистики, которая к середине XX в. была в основном разработана. Соответствующая ей парадигма отражена, в частности, в учебниках по теории вероятностей и математической статистике, по которым и в настоящее время учатся студенты различных специальностей. Эту парадигму мы считаем устаревшей. На смену ей пришла новая (современная) парадигма, основы которой были заложены научно-общественным движением 1980-х годов, приведшим, в частности, к созданию Всесоюзной статистической ассоциации. Это движение было заторможено в 1990-х годах из-за проблем, порожденных развалом Советского Союза. Возрождение наступило уже в XXI в. Появилось большое число монографий, учебников, научных статей, подготовленных в соответствии с новой парадигмой математических методов исследования.

Надо отметить, что в развитии математики выделяют ряд научных революций. Первая связана с переходом от эмпирических формул к появлению математики как науки. В Древней Греции появились теоремы, доказательства, аксиомы, прежде всего в геометрии. Вторая революция — создание дифференциального и интегрального исчисления, введение в математику движения. Третья — переход на язык теории

множеств, аксиоматические теории (по Гильберту и Гёделю), рассмотрение математики как науки о формальных системах, в частности, отделение математики от естествознания. Сейчас происходит четвертая революция. Дискуссии о научных революциях продолжаются (см., например, [5]).

Новая парадигма математических методов исследования раскрыта в системной нечеткой интервальной математике [2022. Т. 88. № 7]. Эту новую научную область мы рассматриваем как основу математики XXI века. Она служит базой для разработки современного инструментария математических методов исследования.

В [1] внимание было сосредоточено на двух революционных моментах. Первый — переход от прежних математических чисел к прагматическим числам, характерной чертой которых является нечеткость (размытость, расплывчатость) [2024. Т. 90. № 5]. В прикладной статистике это, прежде всего, переход к статистике интервальных данных [2015. Т. 81. № 3]. Второй момент связан с утверждением, что распределения реальных данных, как правило, нельзя считать нормальными (гауссовскими). Как следствие, необходимо развивать и использовать непараметрические методы статистики.

Необходимо рассмотреть еще целый ряд моментов.

В ходе научной революции центральной областью прикладной статистики стала статистика нечисловых данных [2019. Т. 85. № 11]. Этот термин имеет синонимы: статистика объектов нечисловой природы, нечисловая статистика. В этой области элементы выборки лежат в нелинейных пространствах, их нельзя складывать и умножать на число. В инструментарии классических разделов математических методов исследования — в статистике чисел, векторов (в многомерном статистическом анализе), функций (в статистике случайных процессов и временных рядов) — центральное место занимали суммы и функции от сумм случайных элементов, лежащих в линейных пространствах. В статистике нечисловых данных подобных сумм нет, инструментарий основан на использовании расстояний и задач оптимизации.

В XXI в. основная часть публикаций по прикладной статистике в нашем журнале посвящена статистике нечисловых данных [2017. Т. 83. № 1]. К этой области относится, в частности, современная теория измерений. Статистические методы анализа данных являются адекватными только тогда, когда полученные с их помощью выводы инвариантны относительно допустимых преобразований шкал, в которых измерены ана-

лизируемые данные. Основные шкалы — это шкалы наименований, порядковые, интервалов, отношений, разностей. Они позволяют выделить области соответствующих им методов анализа статистических данных [2006. Т. 72. № 1].

В ходе революции в математических методах исследования резко возросла роль компьютерной техники, информационно-коммуникационных технологий, искусственного интеллекта [2017. Т. 83. № 7]. Если в рамках устаревшей парадигмы они использовались в основном лишь для расчетов значений показателей и таблиц функций распределения статистических критериев, то в настоящее время стали одним из основных инструментов исследователя [2016. Т. 82. № 7].

Мощным инструментом разработчиков методов в области прикладной статистики являются предельные теоремы теории вероятностей — закон больших чисел, центральная предельная теорема и т.п. Ориентированные на математику специалисты призывают только ими и ограничиться. Однако для практического использования статистических методов предельных теорем недостаточно. Необходимо найти границу — выяснить, начиная с какого объема выборки можно пользоваться результатами, полученными с помощью предельных теорем, и определить, как принимать решения, если объем имеющихся данных меньше этой границы.

Теоретические оценки скорости сходимости обычно значительно преувеличивают такие границы. В соответствии с новой парадигмой исследователю доступна универсальная «отмычка» — метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), другими словами, имитационное моделирование. Он основан на использовании последовательности псевдослучайных чисел, свойства которых напоминают свойства рассматриваемых в теории вероятностей случайных величин. Основная идея состоит в последовательном выполнении следующих этапов: разработка вероятностно-статистической модели реального явления или процесса; планирование статистического испытания, в котором случайные величины заменяются псевдослучайными, полученными с помощью того или иного датчика; проведение большого числа испытаний (тысяч или миллионов); анализ полученных результатов расчетов.

Предельные теоремы — только необходимый первый шаг. Под «малой выборкой» понимают такую выборку, для которой нельзя применять выводы, основанные на предельных теоремах. В каждой конкретной задаче возникает необходимость разделить конечные объемы выборки на два класса — те, для которых можно применять предельные теоремы, и те, для которых делать

это нельзя из-за риска получения неверных выводов. Во втором случае необходимо вычислять распределения статистик при конкретных объемах выборок — с помощью программных продуктов, поскольку традиционное использование таблиц невозможно в принципе из-за того, что они имели бы непрактично большой объем.

В устаревшей парадигме исследователь задает уровень значимости (вероятность того, что нулевая гипотеза будет отвергнута, в то время как она верна). Затем он находит из таблиц соответствующее критическое значение, которое сравнивает со значением статистики критерия, на основе чего принимает или отклоняет нулевую гипотезу. Поскольку распределения ранговых статистик дискретны, то обычно невозможно выдержать заданное значение уровня значимости [2019. Т. 85. № 5]. Современный подход предполагает переход от уровня значимости к достигаемому уровню значимости, т.е. к наименьшей его величине, при которой нулевая гипотеза отвергается для данного значения статистики критерия. В перспективе программные продукты позволят находить достигаемый уровень значимости для любых наблюдаемых выборок.

Современная парадигма отдает важную роль методологии при разработке и применении математических методов исследования [2019. Т. 85. № 7]. На ее основе сформированы основные требования к статистическим методам анализа данных, позволяющие обеспечить построение адекватных вероятностно-статистических моделей реальных явлений и процессов, а затем обосновать выбор методов анализа данных [2023. Т. 89. № 11]. Например, требование использовать непараметрические методы статистики вместо параметрических (в частности, основанных на непроверяемом предположении о нормальности распределений результатов измерений) — типичное методологическое требование.

Особенностью современного этапа развития математических методов исследования является сосуществование работ, выполненных в рамках всех рассматриваемых парадигм — примитивной, устаревшей и современной. Так, данные Федеральной службы государственной статистики (Росстата) получены в основном согласно примитивной парадигме. Они содержат в основном таблицы, диаграммы и графики, как и работы XIX в. Однако их непосредственный анализ в ряде случаев дает полезные для практики выводы.

Устаревшая парадигма была господствующей в статистической теории первой половины XX в. Вначале математическая статистика (созданная как наука в начале XX в.) занималась

проблемами оценивания и проверки гипотез применительно к постановкам, в которых предполагалось, что распределения элементов выборок принадлежат тому или иному параметрическому семейству. К середине XX в. параметрическая статистика была в основном разработана. Однако некоторые важные результаты были получены гораздо позже. Им посвящены, например, публикации, в которых обоснована замена оценок максимального правдоподобия одношаговыми оценками [1986. Т. 52. № 5], а также по методам оценивания параметров гамма-распределения [2024. Т. 90. № 3; 2025. Т. 81. № 1]. Значительная часть прикладных работ исходит из устаревшей парадигмы параметрической статистики.

На переднем крае математико-статистической науки находятся исследования по непараметрической и нечисловой статистике, исходящие из современной парадигмы. Отнюдь не все научные проблемы решены. Например, неизвестен аналог Центральной предельной теоремы в случае нечисловых данных общей природы. Необходима дальнейшая разработка моделей и методов анализа совпадений элементов выборок при применении непараметрических ранговых статистик [2017. Т. 83. № 11]. Обратим внимание на нерешенные задачи, включенные в «цахкадзорскую тетрадь» [2002. Т. 68. № 3].

На современном этапе наиболее важным является широкое распространение информации о новой парадигме в математических методах исследования и полученных на ее основе научных результатах. Как теоретики, так и прикладники должны, как минимум, знать эту информацию и, как максимум, применять ее в своей работе. Вместе с тем надо находить место установленным в ходе революции результатам среди современных, использующих многообразие новых терминов. Взаимосвязь искусственного интеллекта, нейросетей, больших данных и математических методов исследования обсуждалась в [2023. Т. 89. № 7].

Важна дальнейшая разработка требований к статистическим методам анализа данных [2020. Т. 86. № 11], обеспечивающих их соответствие современной парадигме. При этом необходимо избегать ошибок, порожденных низкой квалификацией лиц, готовящих те или иные нормативные документы. С подобной ситуацией мы сталкивались при анализе государственных и международных стандартов по статистическим методам управления качеством в 1980-х годах. Как было установлено Рабочей группой из 66 специалистов (в т.ч. 15 докторов и 45 кандидатов наук), несколько десятков из них содержали

грубые ошибки и в итоге были отменены. Об этой истории рассказано в нашем журнале [1997. Т. 63. № 3] и во многих учебниках. Бесспорно, что в публикациях нашего журнала надо опираться на научные результаты, а не на ошибочные материалы, пусть даже они называются ГОСТами (тем более, что в современных условиях любые стандарты не являются обязательными). Сомнительные ГОСТы и аналогичные материалы должны быть проанализированы и при обнаружении ошибок отменены. К сожалению, анализ подобных текстов требует много времени квалифицированных специалистов. Из-за отсутствия соответствующей организационной структуры и необходимых ресурсов такой анализ в отношении ряда нормативно-технических документов еще не проведен и подобные материалы, к сожалению, продолжают использоваться.

Необходимы изменения в преподавании учебных курсов, посвященных математическим методам исследования, в целях обеспечения их соответствия новой парадигме. Ряд нужных для этого учебников уже выпущен в 2003 – 2024 гг.

Очевидно, необходимы серьезные организационные усилия для реализации намеченной выше программы. Опыт работы раздела «Математические методы исследования» нашего журнала, кратко описанный здесь, позволяет уверен-

но прогнозировать дальнейшее развитие революции в этой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Орлов А. И.** Революция в математических методах исследования / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2024. Т. 90. № 7. С. 5 – 7.
2. **Кун Т.** Структура научных революций / Пер. с англ. — М.: АСТ, 2002. — 608 с.
3. **Хмелевская С. А.** К вопросу об определении понятия «научная революция» / Социально-политические науки. 2017. № 6. С. 7 – 10.
4. **Орлов А. И.** Новая парадигма прикладной статистики / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Т. 78. № 1. Ч. I. С. 87 – 93.
5. **Шапошников В. А.** Признавал ли Кун революции в математике? / Вестник Московского университета. Серия 7: Философия. 2020. № 3. С. 19 – 37.

REFERENCES

1. **Orlov A. I.** The revolution in mathematical research methods / Industr. Lab. Mater. Diagn. 2024. Vol. 90. No. 7. P. 5 – 7 [in Russian].
2. **Kuhn T.** The structure of scientific revolutions. — Moscow: AST, 2002. — 608 p. [Russian translation]
3. **Khmelevskaya S. A.** On the question of defining the concept of “scientific revolution” / Sots.-Polit. Nauki. 2017. No. 6. P. 7 – 10 [in Russian].
4. **Orlov A. I.** The new paradigm of applied statistics / Industr. Lab. Mater. Diagn. 2012. Vol. 78. No. 1. Part I. P. 87 – 93 [in Russian].
5. **Shaposhnikov V. A.** Did Kuhn recognize revolutions in mathematics? / Vestn. Mosk. Univ. Ser. 7. Filos. 2020. No. 3. P. 19 – 37 [in Russian].