МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.И. ОРЛОВ, Е.В. ЛУЦЕНКО

СИСТЕМНАЯ НЕЧЕТКАЯ ИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

КРАСНОДАР 2014

УДК 005.521:633.1]:004.8
ББК 65.9(2) 325.1

РЕЦЕНЗЕНТ:
Г.А. Аршинов
Доктор технических наук, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного аграрного университета, Краснодар, Россия

Орлов А.И., Луценко Е.В.
О-66 Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2014. – 600 с.

В монографии, состоящей из двух взаимосвязанных частей, рассматриваются перспективы и некоторые «точки роста» современной теоретической и вычислительной математики.

В 1-й части освещаются следующие вопросы: числа и множества - основа современной математики; математические, прагматические и компьютерные числа; от обычных множеств - к нечетким; теория нечетких множеств и «нечеткое удвоение» математики; о сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств; интервальные числа как частный случай нечетких множеств; развитие интервальной математики (интервальное удвоение математики).

2-я часть посвящена вопросам системного обобщения математики: система как обобщение множества; системное обобщение математики и задачи, возникающие при этом; системное обобщение операций над множествами (на примере операции объединения булеанов); системное обобщение понятия функции и функциональной зависимости; когнитивные функции; матрицы знаний как нечеткое с расчетной степенью истинности отображение системы аргументов на систему значений функции; модификация метода наименьших квадратов при аппроксимации когнитивных функций; развитие идеи системного обобщения математики в области теории информации - системная (эмерджентная) теория информации; информационные меры уровня системности - коэффициенты эмерджентности; прямые и обратные, непосредственные и опосредованные правдоподобные логические рассуждения с расчетной степенью истинности; интеллектуальная система Эйдос-Х++ как инструментарий, реализующий идеи системного нечеткого интервального обобщения математики.

Некоторые мысли, излагаемые в монографии, носят спорный и дискуссионный характер и высказаны в порядке научного обсуждения.

Сп. лит. 286 наим.

ISBN 978-5-94672-757-0

СОДЕРЖАНИЕ

ОБ АВТОРАХ

Александр Иванович Орлов (14 мая 1949, Москва) — профессор (1995 — по кафедре математической экономики), доктор экономических наук (2010 — по математическим и инструментальным методам экономики), доктор технических наук (1993 — по применению математических методов), кандидат физико-математических наук (1977 — по теории вероятностей и математической статистике). Основные направления исследований — статистические методы, организационно-экономическое моделирование. Разработал новую область прикладной статистики — статистику объектов нечисловой природы.

Профессор кафедры «Экономика и организация производства» научно-учебного комплекса «Инженерный бизнес и менеджмент» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, руководитель секции «Организационно-экономическое моделирование, статистика и эконометрика», заведующий Лабораторией экономико-математических методов в контроллинге.

Профессор кафедры «Оценка эффективности инвестиционных проектов» Московского физико-технического института.

Главный специалист ЦНИИмашиностроения (г. Королёв).

В 1966 г. окончил физматшколу № 2 г. Москвы, в 1971 г. – механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова. В 1971-1978 гг. работал в Центральном экономико-математическом институте АН СССР, в 1978-1981 гг. – в «кремлевской больнице» (заведующий математическим отделением ЦНИЛ), в 1981-1989 г. – во ВНИИ стандартизации Госстандарта СССР. Создал и руководил Всесоюзным центром статистических методов и информатики (1989-1992). С 1993 г. – на преподавательской работе, профессор ряда московских вузов.

Член редколлегий научных журналов «Заводская лаборатория. Диагностика материалов», «Контроллинг», «Социология: методология, методы, математическое моделирование», «Управление большими системами», «Biocosmology – neo-aristotelism», «Инженерный журнал: наука и инновации». Главный редактор электронного еженедельника «Эконометрика». Академик Международной академии исследований будущего и Российской академии статистических методов. Вице-президент Всесоюзной Статистической Ассоциации, президент Российской ассоциации статистических методов.

Основные направления научной и педагогической деятельности: организационно-экономическое моделирование, статистические методы, экспертные оценки, эконометрика, экономико-математические методы, теория принятия решений, менеджмент, теория управления, контроллинг, экономика предприятия, макроэкономика, экология, социология. Автор более 800 публикаций в России и за рубежом, в том числе более 40 книг.

Электронная почта: prof-orlov@mail.ru
В Интернете: http://orlovs.pp.ru/, http://forum.orlovs.pp.ru/, http://ibm.bmstu.ru/nil/biblio.html, http://www.bmstu.ru/ps/~orlov/, http://subscribe.ru/catalog/science.humanity.econometrika

Основные книги проф. А.И.Орлова

1. *Орлов А.И.* Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука,1979. – 296 с.
2. *Орлов А.И.* Задачи оптимизации и нечеткие переменные. – М.: Знание, 1980. – 64 с.
3. Анализ нечисловой информации / Ю.Н. Тюрин, Б.Г. Литвак, А.И. Орлов и др. – М.: Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1981. – 80 с.
4. *Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л.* Внеклассная работа по математике в 6-8 классах (совместно с В.А. Гусевым, А.Л. Розенталем). – М.: Просвещение, 1977. – 288 с. – Второе издание, исправленное и дополненное (М.: Просвещение, 1984). Переводы

на казахский, литовский, молдавский, таджикский языки. Репринт издания 1984 г.: Издательство ЁЁ Медиа, 2012.
5. ГОСТ 11.011-83. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров гамма-распределения / Орлов А.И., Миронова Н.Г., Невельсон М.Б. - М.: Изд-во стандартов, 1984. - 53 с. – Переиздание: М.: Изд-во стандартов, 1985. – 50 с.
6. Анализ нечисловой информации в социологических исследованиях / Орлов А.И., Толстова Ю.Н., Раушенбах Г.Б. и др. – М.: Наука, 1985. – 220 с.
7. Пакет программ анализа данных «ППАНД». Учебное пособие / Легостаева И.Л., Орлов А.И., Черномордик О.М и др. – М.: Сотрудничающий центр Всемирной организации здравоохранения по профессиональной гигиене, 1990. – 93 с.
8. *Орлов А.И.* О теоретических основах внеклассной работы по математике и опыте Вечерней математической школы при Московском математическом обществе. – М.: Всесоюзный центр статистических методов и информатики, 1991. – 48 с.
9. Математическое моделирование процессов налогообложения (подходы к проблеме) / Орлов А.И., Кастосов М.А., Иванова Н.Ю. и др.). – М.: Изд-во ЦЭО Министерства общего и профессионального образования РФ, 1997. – 232 с.
10. Экология. Учебное пособие / Боголюбов С.А., Орлов А.И., Поляков Л.П. и др. – М.: Знание, 1999. – 288 с.
11. Менеджмент. Учебное пособие / Боголюбов С.А., Орлов А.И., Прокофьева Ж.В. и др. – М.: Знание, 2000. - 288 с.
12. *Орлов А.И.* Эконометрика. Учебник для вузов. – М.: Экзамен, 2002, 2003 (2-е изд., исправленное и дополненное), 2004 (3-е изд., исправленное и дополненное). – 576 с.
13. Управление промышленной и экологической безопасностью: Учебное пособие / Федосеев В.Н., Орлов А.И., Ларионов В.Г., Козьяков А.Ф. - М.: УРАО, 2002 (1-е изд.), 2003 (2-е изд.). – 220 с.
14. *Орлов А.И., Федосеев В.Н.* Менеджмент в техносфере. Учебное пособие для вузов. – М.: Академия, 2003. – 384 с.
15. *Орлов А.И.* Принятие решений. Теория и методы разработки управленческих решений. Учебное пособие для вузов. – М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2005. – 496 с.

16. *Орлов А.И.* Прикладная статистика. Учебник для вузов. – М.: Экзамен, 2006. – 671 с.
17. *Орлов А.И.* Теория принятия решений. Учебник для вузов. — М.: Экзамен, 2006. — 576 с.
18. Проектирование интегрированных производственно- корпоративных структур: эффективность, организация, управление / Колобов А.А., Омельченко И.Н., Орлов А.И. и др. / Под ред. А.А. Колобова, А.И. Орлова. Научное издание. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. — 728 с.
19. *Колобов А. А., Омельченко И. Н., Орлов А. И.* Менеджмент высоких технологий. Интегрированные производственно-корпоративные структуры: организация, экономика, управление, проектирование, эффективность, устойчивость. Учебник для вузов. — М.: Экзамен, 2008. — 621 с.
20. *Орлов А.И.* Организационно-экономическое моделирование : учебник : в 3 ч. Ч. 1. Нечисловая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. — 541 с.
21. *Орлов А.И.* Эконометрика. Изд. 4-е, доп. и перераб. Учебник для вузов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. - 572 с.
22. *Орлов А.И.* Менеджмент: организационно-экономическое моделирование. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. - 475 с.
23. *Орлов А.И.* Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник. – М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.
24. *Орлов А.И.* Организационно-экономическое моделирование: учебник : в 3 ч. Часть 2: Экспертные оценки. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. – 486 с.
25. *Орлов А.И.* Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений. – М.: КНОРУС, 2011. – 568 с.
26. *Орлов А.И.* Устойчивые экономико-математические методы и модели. – Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2011. – 436 с.
27. *Орлов А.И.* Проблемы управления экологической безопасностью. Итоги двадцати лет научных исследований и преподавания. – Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing. 2012. – 344 с.
28. *Орлов А.И.* Организационно-экономическое моделирование : учебник : в 3 ч. Ч.3. Статистические методы анализа данных. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 624 с.

Луценко Евгений Вениаминович, (род. 2 ноября 1954 г, г.Москва) по образованию физик-теоретик (КубГУ, 1977), профессиональный разработчик программного обеспечения, профессор (по кафедре компьютерных технологий и систем 2005), доктор экономических наук по специальности 08.00.13 - Математические и инструментальные методы экономики (2003), кандидат технических наук по специальности 05.13.06 - Автоматизированные системы управления (1999), профессор кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного аграрного университета, член редакционного Совета, ответственный секретарь научного журнала КубГАУ: http://ej.kubagro.ru

Области научных интересов: Системно-когнитивный анализ (разработчик теории, математической модели, методики численных расчетов и программного инструментария автоматизированного системно-когнитивного анализа – интеллектуальной системы «Эйдос»), системы искусственного интеллекта, рефлексивное управление активными системами, перспективы человека, технологии и общества. Автор 388 научных работ в этих и других областях, в том числе 24 монографии, 16 учебных пособий, в т.ч. 3 учебных пособий по интеллектуальным информационным системам с грифами УМО и Министерства, 27 патентов РФ на системы искусственного интеллекта, 173 публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ.

Электронная почта: prof.lutsenko@gmail.com

Сайт: http://lc.kubagro.ru

Работа

1972-1977 - студент физфака Кубанского государственного университета (КубГУ)

1976-1977 - старший лаборант, зав. учебным кабинетом физики Краснодарского высшего военного училища (МО СССР)

1977-1979 - инженер 8 отд. Краснодарского отделения ВНИИ источников тока НПО "Квант" (МО СССР)

1979-1979 - старший инженер ВЦ Кубанского медицинского института (г.Краснодар).

1979-1981 - служба в Вооруженных силах (командир батареи в/ч. 35560, СКВО МО СССР)

1981-1983 - старший инженер-конструктор Краснодарской партии ЦГО "Центргеофизика" (Мингеологии)

1983-1985 - заведующий сектором программного и информационного обеспечения Краснодарского филиала ВНИИ проблем организации управления (Государственный Комитет СССР по науке и технике)

1985-1986 - заведующий сектором программного и информационного обеспечения Краснодарского филиала ВНИИ АСУ (Госплан РСФСР)

1986-1987 - заведующий отделом № 2 обработки информации на ЭВМ Северо-Кавказского филиала Всесоюзного (начальник вычислительного центра) научно-исследовательского центра (ВНИЦ) "АИУС-агроресурсы" (г. Краснодар, Главкосмос СССР)

1987-1988 - главный конструктор ВНИЦ "АИУС-агроресурсы" (г. Краснодар, Главкосмос СССР)

1988-1990 - главный конструктор научно-производственного кооператива (НПК) "Терминал" (г. Краснодар)

1990-1999 - директор научно-производственного предприятия (НПП) "Эйдос" (г. Краснодар)

1994-1995 - главный специалист информационно-аналитического центра Администрации Краснодарского края (г. Краснодар)

1995-1999 - начальник отдела АСУ Краснодарской опытно-показательной птицефабрики

1996-1998 - ведущий специалист Государственной аттестационной службы департамента образования и науки Администрации Краснодарского края.

1998-1999 - заведующий отделом мониторинга качества образования Государственной аттестационной службы департамента образования и науки Администрации Краснодарского края.

1999-2002 - доцент кафедры компьютерных технологий и информационной безопасности Кубанского государственного технологического университета (КубГТУ)

1999-2000 - начальник управления сетевых технологий Технического университета КубГТУ

2000-2002 - директор Инновационного центра Технического университета КубГТУ (на правах проректора ТУ КубГТУ)

2001-2002 - заведующий кафедрой математических и естественнонаучных дисциплин института современных технологий и экономики (ИСТЭК) КубГТУ

2002-2003 - доцент кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного аграрного университета (КубГАУ).

2003 по н.в. - профессор кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления (АСОИУ) физического факультета Адыгейского государственного университета (АГУ) (по совм.).

2003 по н.в. - член редакционного Совета, ответственный секретарь Научного журнала КубГАУ.

2003 по н.в. - профессор кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной информатики Кубанского государственного аграрного университета (КубГАУ).

2004-2007 - заместитель декана факультета прикладной информатики КубГАУ по научной работе.

2010 по н.в. - профессор кафедры общего, стратегического и информационного менеджмента и бизнес-процессов факультета управления и психологии Кубанского государственного университета (КубГУ) (по совм.).

2010-2011 - профессор филиала Кубанского государственного университета (КубГУ) в г.Горячий Ключ (по совм.).

2011 по н.в. - профессор кафедры информационных образовательных технологий факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета (КубГУ) (по совм.).

Научные монографии и учебные пособия по интеллектуальным технологиям и системам

1. Луценко Е.В. Универсальная автоматизированная система распознавания образов "Эйдос" (версия 4.1).-Краснодар: КЮИ МВД РФ, 1995.- 76с.
2. Луценко Е.В. Теоретические основы и технология адаптивного семантического анализа в поддержке принятия решений (на примере универсальной автоматизированной системы распознавания образов "ЭЙДОС-5.1"). - Краснодар: КЮИ МВД РФ, 1996. - 280с.
3. Симанков В.С., Луценко Е.В. Адаптивное управление сложными системами на основе теории распознавания образов. Монография (научное издание). – Краснодар: ТУ КубГТУ, 1999. - 318с.
4. Симанков В.С., Луценко Е.В., Лаптев В.Н. Системный анализ в адаптивном управлении: Монография (научное издание). /Под науч. ред. В.С.Симанкова. – Краснодар: ИСТЭК КубГТУ, 2001. – 258с.
5. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2002. – 605 с.
6. Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие для студентов специальности 351400 "Прикладная информатика (по отраслям)". – Краснодар: КубГАУ. 2004. – 633 с.
7. Луценко Е.В., Лойко В.И., Семантические информационные модели управления агропромышленным комплексом. Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2005. – 480 с.
8. Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп.– Краснодар: КубГАУ, 2006. – 615 с.

9. Луценко Е.В. Лабораторный практикум по интеллектуальным информационным системам: Учебное пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – 318с.

10. Наприев И.Л., Луценко Е.В., Чистилин А.Н. Образ-Я и стилевые особенности деятельности сотрудников органов внутренних дел в экстремальных условиях. Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2008. – 262 с.

11. Луценко Е. В., Лойко В.И., Великанова Л.О. Прогнозирование и принятие решений в растениеводстве с применением технологий искусственного интеллекта: Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ, 2008. – 257 с.

12. Трунев А.П., Луценко Е.В. Астросоциотипология: Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ, 2008. – 264 с.

13. Луценко Е.В., Коржаков В.Е., Лаптев В.Н. Теоретические основы и технология применения системно-когнитивного анализа в автоматизированных системах обработки информации и управления (АСОИУ) (на примере АСУ вузом): Под науч. ред. д.э.н., проф. Е.В.Луценко. Монография (научное издание). – Майкоп: АГУ. 2009. – 536 с.

14. Луценко Е.В., Коржаков В.Е., Ермоленко В.В. Интеллектуальные системы в контроллинге и менеджменте средних и малых фирм: Под науч. ред. д.э.н., проф. Е.В.Луценко. Монография (научное издание). – Майкоп: АГУ. 2011. – 392 с.

15. Наприев И.Л., Луценко Е.В. Образ-я и стилевые особенности личности в экстремальных условиях: Монография (научное издание). – Saarbrucken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG,. 2012. – 262 с. Номер проекта: 39475, ISBN: 978-3-8473-3424-8

16. Трунев А.П., Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ влияния факторов космической среды на ноосферу, магнитосферу и литосферу Земли: Под науч. ред. д.т.н., проф. В.И.Лойко. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2012. – 480 с. ISBN 978-5-94672-519-4

17. Трубилин А.И., Барановская Т.П., Лойко В.И., Луценко Е.В. Модели и методы управления экономикой АПК региона.

Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2012. – 528 с. ISBN 978-5-94672-584-2

18. Горпинченко К.Н., Луценко Е.В. Прогнозирование и принятие решений по выбору агротехнологий в зерновом производстве с применением методов искусственного интеллекта (на примере СК-анализа). Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2013. – 168 с. ISBN 978-5-94672-644-3

Вел или веду дисциплины (в разное время и в разных вузах): "Теория и техника измерений", "Методы принятия решений", "Основы теории информации", "Алгоритмы и структуры данных", "Вычислительные системы и сети", "Базы данных", "Новые информационные технологии в учебном процессе", "Комплексные технологии в науке и образовании", "Измерения в социально-экономических системах", "Информатика", "Интеллектуальные информационные системы", «Представление знаний в информационных системах», "Основы теории управления (теория автоматического управления)", «Компьютерные технологии в строительной науке и образовании (магистратура)», «Современные технологии в образовании (магистратура)», «Управление знаниями (магистратура)», Введение в искусственный интеллект, Системно-когнитивный анализ, Информационные технологии управления бизнес-процессами / Корпоративные информационные системы (магистратура), Система искусственного интеллекта «Эйдос», Моделирование социально-экономических систем / Организационно-управленческие модели корпорации (магистратура), Введение в нейроматику и методы нейронных сетей (магистратура), Интеллектуальные и нейросетевые технологии в образовании (магистратура), Основы искусственного интеллекта, Эффективность АСУ (магистратура), Функционально-стоимостной анализ системы и технологии управления персоналом (магистратура), Компьютерная графика, Интеллектуальные технологии и представление знаний, Технологии и средства защиты информации (магистратура), Информационная среда обучения (магистратура), "Информационные системы в экономике", "Математическое моделирование".

ВВЕДЕНИЕ

Неизвестно, какая математика появилось раньше, вычислительная или теоретическая. Ясно, что вычислительная математика возникла тогда, когда возникла потребность в реальных практических вычислениях. Возможно, это было сделано на основе некоторых теоретических представлений, однако гораздо более правдоподобным является предположение, что сами эти теоретические представления возникли как обобщение опыта реальных вычислений.

Вычислители прошлого, не имевшие в своем распоряжении компьютеров, достигли больших высот в практических вычислениях. Однако именно с появлением компьютеров и информационных технологий началась новая современная эпоха бурного развития вычислительной математики, численных методов и дискретной математики (далее будем называть все эти направления вычислительной математикой).

На начальных этапах развития различных направлений современной вычислительной математики казалось очевидным, что все они развивались на грандиозном стволе теоретической математики подобно ветвям огромного дерева и питались его соками. Но недавно стало ясно, что в огромном количестве различных направлений вычислительной математики, которые в этой метафоре можно уподобить листьям, тоже возникает много новых перспективных идей, некоторые из которых вполне могут обогатить теоретическую математику и дать новый импульс ее развитию. Иначе говоря, сегодня наблюдается взаимопроникновение и взаимообогащение теоретической и вычислительной математики.

Кратко, не претендуя на полноту изложения, рассмотрим некоторые из подобных идей.

1. Числа и множества – основа современной математики

Математика – язык науки [1, с.18]. С появлением новых объектов обсуждения язык развивается. «Между математикой и практикой всегда существует двусторонняя связь; математика предлагает практике понятия и методы исследования, которыми она уже располагает, а практика постоянно сообщает математике, что ей необходимо» [1, с.53].

В настоящей работе мы рассматриваем необходимость расширения математического аппарата с целью учета присущих реальности нечеткости, интервальности, системности, а также основы соответствующего предлагаемого нами нового перспективного направления теоретической и вычислительной математики – системной нечеткой интервальной математики (СНИМ).

Анализируя, следуя А.Н. Колмогорову [2], математику в ее историческом развитии, констатируем, что ее основой являются действительные числа и множества. С прикладной точки зрения проанализируем эти понятия, обсудим необходимость обобщений и наметим пути таких обобщений.

Несколько слов о том, что известно всем специалистам, занимающимся разработкой и применением математических методов исследования.

Натуральные, рациональные, действительные числа используются в различных расчетах, основанных на математических моделях. Глубокое изучение натуральных числе было осуществлено уже в Древней Греции. В частности, была установлена бесконечность ряда натуральных чисел. Однако строгая теория действительных чисел была построена только во второй половине XIX в.

Тогда же была разработана теория множеств, оказавшаяся весьма удобной для определения понятий и построения математических моделей. Например, чтобы ввести функцию, задают два множества A и B – область определения и область значений соответственно, а функцию f описывают как отображение из A в B, т.е. как множество всех пар $(x, f(x)$, где x – элемент множества A, а $f(x)$ – соответствующий элемент множества B. Второй пример – чтобы сформулировать вероятностно-статистическую модель какого-либо реального явления, необходимо начать с пространства (множества) элементарных событий и случайных величин – функций, для которых это пространство является областью определения. Практика показывает, что игнорирование этих начальных определений приводит к недоразумениям и ошибкам.

Практически сразу же после появления теории множеств в ней были обнаружены противоречия (парадоксы). Один из них –

парадокс Бертрана Рассела, открытый им в 1901 г. Дадим его краткое описание.

Пусть *К*— множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Содержит ли *К* само себя в качестве элемента? Если предположить, что содержит, то мы получаем противоречие с «не содержат себя в качестве своего элемента». Если предположить, что *К* не содержит себя, как элемент, то вновь возникает противоречие, ведь *К* — множество *всех* множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента, а значит, должно содержать все такие множества, включая и себя.

Конечно, парадокс Рассела можно сформулировать без употребления термина «множество». Пусть по определению брадобрей - это тот, кто бреет тех¸ кто сам не бреется. Должен ли брадобрей брить самого себя? Ответ «да» противоречит определению брадобрея. Ответ «нет» относит брадобрея к тем, кто сам не бреется, следовательно, он себя сам должен брить.

Противоречие в парадоксе Рассела возникает из-за использования в рассуждении внутренне противоречивого понятия «множества всех множеств» и представления о возможности неограниченного применения законов классической логики при работе с множествами [3, с.17-18]. Для преодоления этого парадокса было предложено несколько путей. Наиболее известный состоит в построении для теории множеств непротиворечивой аксиоматической теории, по отношению к которой являлись бы допустимыми все «действительно нужные» (в некотором смысле) способы оперирования с множествами.

Было предложено несколько возможных аксиоматических теорий, однако ни для одной из них до настоящего момента не найдено доказательства непротиворечивости. Более того, как показал К. Гёдель, доказав ряд теорем о неполноте, такого доказательства не может существовать (в строго определенном смысле). Отметим, что парадоксы ставят под сомнение не только теорию множеств и построенный на ее основе математический инструментарий, но и схемы логических рассуждений. Приходится констатировать, что здание современной математики и логики не имеет законченного обоснования, построено на песке.

Самое интересное состоит в том, что реально работающие математики, разрабатывающие теории и доказывающие теоремы, решающие прикладные задачи, обычно совсем не обеспокоены существованием парадокса Рассела и аналогичных ему. Они спокойно используют «наивную» теорию множеств, не обращая внимание на возможность парадоксов и не обращаясь к той или иной аксиоматической теории множеств. Заниматься такими теориями – удел специалистов по математической логике.

Однако само наличие парадокса Рассела и ему аналогичных показывает, что развитие математики не закончено. Требуется развитие новых концепций. О некоторых из них пойдет речь ниже в настоящей работе.

2. Математические, прагматические и компьютерные числа

Обсудим базовое для математики понятие числа. Будем считать, что читателю знакомы математические числа, о которых рассказывают в средней и высшей школе.

Констатируем, что реально используемые – назовем их прагматическими - числа зачастую не являются математическими. Так, результаты измерений обычно задаются небольшим количеством значащих цифр (от 1 до 5).

Например, записывать численность жителей страны с точностью до одного человека бессмысленно, поскольку указанная численность весьма быстро меняется. Так, для России начала текущего тысячелетия каждые пятнадцать секунд умирал человек, каждые двадцать секунд появлялся новорожденный, следовательно, каждую минуту численность населения уменьшалась на одного человека, а потому любое конкретное значение этой численности с точностью до одного человека могло соответствовать действительности в течение лишь одной минуты.

Экономические величины порядка миллиардов рублей бессмысленно записывать с точностью до копеек. Надо – с точностью до миллионов.

Расчеты обычно ведем, используя десятичную запись чисел. Напомним, что многие математические числа требуют для своей записи бесконечно много десятичных знаков. Например, длина диагонали квадрата со сторонами единичной длины не может быть выражена конечным числом десятичных знаков. Как и длина окружности единичного диаметра и основание натуральных логарифмов. И даже запись результата деления 1 на 3 состоит – в математике – из бесконечного числа десятичных знаков: 0,3333333... Десятичная запись - это декларативная форма представления числа, при которой число непосредственно готово для использования в вычислениях, а представление чисел в виде формул - это процедурная форма представления числа, подобная алгебраической, при которой перед использованием числа для вычислений необходимо предварительно еще вычислить его. Проблема в том, что это надо делать, но это не всегда возможно, даже в принципе (например в случае иррациональных чисел).

Итак, при решении реальных задач мы вынуждены пользоваться не математическими числами, а прагматическими. В результате тождества чистой математики не всегда выполняются при анализе данных, выраженных прагматическими числами.

Например, для выборочной дисперсии, рассчитанной по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$, с точки зрения чистой математики справедливо тождество, которое проверяется с помощью равносильных преобразований:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\left(\bar{x}\right)^2.$$

Однако расчеты по левой и правой частям этой формулы могут дать весьма различающиеся значения. Например, рассмотрим ситуацию, когда $x_i = 10^9 + y_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, где y_i – величины порядка 1 (для определенности, от (-3) до 3). Тогда в левой части формулы усредняются величины порядка 1 (числа от 0 до 9). А вот в правой из числа порядка 10^{18} вычитается число также порядка 10^{18}, т.е. каждое из них имеет 18 знаков до запятой, и первые 17 из них должны совпасть. Ясно, что из-за погрешностей вычислений такое совпадение будет не всегда. Вычисления по правой части формулы для выборочной дисперсии могут число, заметно отличающееся от результата расчета по левой части. Например, может получиться отрицательное число. Приходилось видеть весьма недоумевающие лица прикладников, у которых дисперсия получилась отрицательной.

Кроме прагматических чисел, целесообразно выделить компьютерные. Они появляются из-за существования в любом компьютере «машинного нуля»: все числа, по абсолютной величине меньшие, чем «машинный нуль», компьютер воспринимает как 0.

Как следствие существования «машинного нуля», некоторые результаты чистой математики неверны для расчетов на компьютерах. Например, с точки зрения чистой математики сумма

$$\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{m}$$

при росте числа слагаемых стремится к бесконечности (известно, что это сумма растет как $\ln n$ – натуральный логарифм числа слагаемых). При расчетах на компьютере при росте числа слагаемых наступит момент, когда очередное слагаемое станет меньше «машинного нуля», компьютер его воспримет как 0, сумма перестанет меняться, останется конечной. (Для конкретного случая можно разрабатывать специально для него приспособленные алгоритмы расчетов. Но это не меняет общего вывода об отличии компьютерных числе от математических.)

Принципиальное различие математических, прагматических и компьютерных чисел подробно обсуждает Е.М. Левич [4].

Приведем еще два парадокса, основанных на этом различии [5].

Как уже отмечалось, все реальные результаты наблюдений записываются рациональными числами (обычно десятичными числами с небольшим - от 2 до 5 - числом значащих цифр). Как известно, множество рациональных чисел счетно, а потому вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в него равно 0. Следовательно, все рассуждения, связанные с моделированием непрерывными случайными величинами реальных результатов наблюдений - это рассуждения о том, что происходит внутри множества меры 0. Первый парадокс состоит в том, что множествами меры 0 в теории вероятностей принято пренебрегать. Другими словами, с точки зрения теории вероятностей всеми реальными данными можно пренебречь, поскольку они входят в одно фиксированное множество меры 0. Т.е. реальный мир не существует с точки зрения математика.

Глубже проанализируем ситуацию. Сколько всего чисел используется для записи реальных результатов наблюдений? Речь идет о типовых результатах наблюдений, измерений, испытаний, опытов, анализов в технических, естественнонаучных, экономических, социологических, медицинских и иных исследованиях. Если эти числа в десятичной записи имеют вид $(a,bcde)10^k$, где a

принимает значения от 1 до 9, а стоящие после запятой b, c, d, e - от 0 до 9, в то время как показатель степени k меняется от (-100) до +100, то общее количество возможных чисел равно $9\text{x}10^4\text{x}201=18\ 090\ 000$, т.е. меньше 20 миллионов. А с учетом знака – 40 миллионов. Второй парадокс, усиливающий первый, состоит в том, что для описания реальных результатов наблюдений вполне достаточно 20 миллионов отдельных символов. Бесконечность натурального ряда и континуум числовой прямой - это математические абстракции, надстроенные над дискретной и состоящей из конечного числа элементов реальностью. (При изменении числа значащих цифр принципиальный вывод не меняется.) Таким образом, реальные данные лежат не только во множестве меры 0, но и в конечном множестве, причем число элементов в этом множестве вполне обозримо.

Из сказанного вытекает необходимость модернизации основ математики. Нужен математический аппарат, позволяющий оперировать с прагматическими и компьютерными числами.

3. От обычных множеств – к нечетким

В теории множеств переход от принадлежности элемента множеству к непринадлежности происходит скачком, что не всегда соответствует представлениям о свойствах реальных совокупностей. Следовательно, теорию множеств также необходимо модернизировать. Основное направление при этом – использование множеств с размытыми границами.

В 1965 г. в журнале «Информация и управление» появилась статья Лотфи А. Заде, профессора информатики Калифорнийского Университета в Беркли, специалиста по теории управления сложными системами. Она называлась необычно: «Fuzzy Sets». Второе слово этого названия переводится с английского языка привычным математическим термином «множества», а вот первое никогда до тех пор в математической и кибернетической литературе не использовалось. Согласно словарю, «fuzz» - пух, пушинка, «fuzzy» - пушистый. На русский язык термин «fuzzy» переводят по-разному: нечеткий, размытый, расплывчатый, реже – туманный, пушистый и т.п.

За прошедшие десятилетия «пушистой» тематике посвящены тысячи статей и книг. Появилось новое направление в вычислительной математике и математической кибернетике – теория нечеткости. Выходят международные научные журналы, проводятся конференции, в том числе и в нашей стране. Обсудим, почему необходимо учитывать нечеткость при описании мышления и восприятия человека.

Что такое «Куча»? Знаменитый софизм «Куча» обсуждали еще древнегреческие философы. Вот как можно его изложить: «Одно зерно не составляет кучу. Если к тому, что не оставляет кучи, добавить одно зерно, то куча не получится. Следовательно, никакое количество зерен не составляет кучу».

Рассуждение соответствует известному принципу математической индукции. База индукции – это утверждение: «Одно зерно не составляет кучу». Индуктивный переход: «Если к тому, что не оставляет кучи, добавить одно зерно, то куча не получится». И заключение: «Совокупность n зерен не составляет кучу при любом n». Другими словами: «Никакое количество зерен не составляет кучу».

Полученное утверждение явно нелепо: каждый согласится, что 100 миллионов зерен пшеницы – довольно большая куча (объемом около 6 кубометров). Как же возникает столь абсурдный вывод?

О чем говорит этот софизм? В нем обсуждаются два понятия – «несколько зерен» и «куча» - и показывается, что граница между ними в мышлении людей и в отражающем это мышление естественном языке (русском, английском, китайском, любом другом) нечетка, размыта.

В самом деле, разве можно указать такое число N, что совокупность из N зерен – уже куча, а из (N-1) зерна – еще нет? Можно ли допустить, например, что 325 647 зерен не образуют кучу, а 325 648 – образуют? Конечно, указание точной границы здесь бессмысленно. Ни один человек не сможет различить эти две совокупности зерен.

Представим теперь, что проводится специальная серия опытов: большому числу людей предлагают наборы из n зерен и спрашивают: «Это куча?» И пусть никто не уклоняется от ответа.

Что будет происходить? При малом n все единодушны: «Нет, это не куча, это всего лишь несколько зерен». При многих миллионах зерен все тоже будут едины в своем мнении: «Это куча».

А при промежуточных значениях n мнения могут разделиться – одни выскажутся за «кучу», другие против.

Результаты описанного эксперимент допускает плодотворную интерпретацию: каждому числу зерен n можно сопоставить число p_n – долю опрошенных, которые считают n зерен кучей. С такой точки зрения понятие «куча» описывается не одним числом – границей между «несколькими зернами» и «кучей», а последовательностью p_n, $n = 1, 2, \ldots$, члены которой равны нулю при малых n и единице – при больших.

Софизм «Куча» в начале XX в. обсуждал французский математик Эмиль Борель. Он предложил описывать понятие «куча» последовательностью p_n, $n = 1, 2, \ldots$, и указал способ получения этой последовательности с помощью массового опроса. Исходил Э. Борель из глубокого анализа понятия физической непрерывности, выполненного великим математиком и физиком Анри Пуанкаре. В частности, Пуанкаре писал:

«… Непосредственные результаты опыта могут быть выражены следующими соотношениями:

$A = B, B = C, A < C,$

которые можно рассматривать как формулу физической непрерывности. Эта формула заключает в себе недопустимое разногласие с законом противоречия; необходимость избежать его и заставила нас изобрести идею математической непрерывности» [6, с.28].

Поясним мысль Пуанкаре. Пусть $A(n)$ – гиря весом в n граммов. Пусть эксперт сравнивает две гири «вручную», т.е. не используя весов. Очевидно, эксперт не в состоянии уловить разницу в 1 грамм, поэтому естественно ожидать, что мнение эксперта будет выражено последовательностью равенств

$A(1000) = A(1001), A(1001) = A(1002), \ldots, A(1999) = A(2000).$

Вместе с тем гири весом в 1 кг и в 2 кг эксперт сможет различить наверняка, так что по его мнению

$A(1000) < A(2000).$

Очевидно, два заключения одного и того же эксперта противоречат друг другу. В выводах эксперта нарушается транзитивность. Наблюдаем парадокс того же типа, что и софизм «Куча». Сказанное показывает, что процесс математического моделирования процессов измерений, в том числе получения экспертных мнений, нетривиален.

Понятие «куча» размыто не только для совокупности людей, но и для отдельно взятого человека. Представьте себе, что вам предъявляют один за другим наборы зерен, спрашивая: «Это куча?» Что вы будете отвечать? При малом числе зерен – «нет», при большом – «да», а при промежуточном станете колебаться. Если экспериментатор настойчив, он вытянет у вас ответ типа: «Это скорее куча, чем несколько зерен». А если он убедительно потребует от вас оценить числом степень вашей уверенности, то добьется чего-нибудь вроде: «Семьдесят пять шансов из ста за то, что это куча». В итоге ваше личное мнение будет выражено последовательностью p_n, $n = 1, 2, \ldots$, того же типа, что и мнение большой совокупности экспертов.

Человек мыслит нечетко. Понятия, используемые людьми, отнюдь не всегда легко выразить числами. Например, что такое «оранжевый цвет»? Казалось бы, ответить на этот вопрос нетрудно – достаточно указать на шкале электромагнитных волн границы, между которыми лежит оранжевый цвет. В «Малой Советской Энциклопедии» (1930 г.) даже указаны конкретные числа: 589 микрометров – грань оранжевого и золотисто-желтого, 656 мкм – красного и оранжевого.

Но подумайте: неужели вы сможете ощутить разницу в цвете при переходе на 1 микрометр – от 655,5 мкм (оранжевый цвет) к 656,5 мкм (красный). Конечно, нет.

Размыты не только представления о цветах. Представьте себе, например, множество петухов. Представили? А теперь скажите: относится ли к нему леденцовый петушок на деревянной палочке? Задумались, не так ли? Вот и здесь расплывчатость…

Описанные ситуации типичны. Понятия естественного языка, с помощью которого мы общаемся друг с другом, как правило, размыты.

Нечеткость свойственна не только естественному языку, но и диалектам науки. Возьмем для примера физику. Зададимся вопросом: можно ли указать длину предмета (для определенности в метрах) с точностью до тридцатого знака после запятой? Вещество состоит из атомов, атомы из электронов, протонов и нейтронов. Можно ли указать абсолютно точно положение электрона? В квантовой механике получен принцип неопределенности: произведение неопределенности в определении импульса частицы на неопределенность в определении ее положения всегда больше вполне определенной величины – постоянной Планка. Импульс электрона в атоме не может достигать сколь угодно высоких значений (импульс – это произведение скорости на массу; скорость не превосходит скорости света, масса электрона известна). Таким образом, неопределенность импульса ограничена. Стало быть, неопределенность в положении электрона всегда больше некоторой величины – согласно расчетам, примерно 10^{-10} метра. Иными словами, неустранимая неточность подстерегает нас уже в десятом знаке после запятой, так что о тридцатом не может быть и речи. Отсюда вывод: длину любого тела следует задавать не одним определенным числом, а совокупностью чисел с размытыми границами, т.е. нечетким множеством.

Бытует мнение, что непогрешимой четкостью отличается язык математики. Однако это не так. Например, мы уже не раз употребляли слово «множество». Повторим еще раз, это фундаментальное понятие лежит в основе современной математики. Существует математическая теория множеств. Как и во всякой математической теории, все ее положения базируются на системе аксиом. Эту систему можно строить по-разному. Выражаясь языком специалистов, теория множеств может быть аксиоматизирована различными способами. В получающихся при этом разновидностях теории множеств некоторые выводы оказываются прямо противоположными. Возьмем для примера так называемую континуум-гипотезу. При одних аксиоматизациях она верна, при других – верно ее отрицание.

Что же говорить о других менее точных науках? Одному из авторов настоящей работы в свое время пришлось столкнуться с таким любопытным фактом: по определению одной группы медиков «затяжное течение острой пневмонии» имеет место в шести случаях из ста, по мнению другой – в шестидесяти. Различие в 10 раз!

В подобных ситуациях возникает естественное желание навести четкость в понятиях и представлениях. Однако часто разные группы и даже отдельные лица понимают термины посвоему, например, как в только что приведенном примере с термином «затяжное течение острой пневмонии». Удастся ли договориться? Кроме того, в наведении четкости есть своя мера и своя опасная грань, за которой излишняя четкость становится вредной.

Например, при проведении некоторых социологических и экспертных исследований интересуются мнениями опрашиваемых, не учитывая, что эти мнения весьма нечетки или еще не сформировались. Вот вопросы одной, взятой наугад, анкеты: «Что прежде всего необходимо вам для счастья? Иметь интересную работу? Пользоваться уважением окружающих? Любить и быть любимым? Иметь много денег? Приносить пользу людям?» Сумеете ли вы с абсолютной уверенностью выбрать одну и только одну позицию из перечня? Ведь организаторы опроса настаивают на четкости. С расчетом на нее обычно и составляются анкеты. (Вспомним – ведь и мы, проводя мысленный опрос по поводу софизма «Куча», запрещали уклоняться от ответа на вопрос: «Это куча?» - и требовали отвечать либо «да», либо «нет».) И опрашивающие сами уже стараются сформулировать свое мнение поотчетливее. Однако эти мнения зачастую имеют довольно слабую связь с реальными представлениями людей, что порою приводит к существенным ошибкам в прогнозировании на основе подобных социологических или экспертных данных.

Разумно ли в таких ситуациях добиваться предельной четкости? Взвешивая этот вопрос, обратимся еще раз к математике. Как мы видели, даже в ней нет окончательной ясности с некоторыми важными понятиями. Между тем математики в массе своей применяют эти понятия весьма широко и обычно довольно успешно – эффективность математических методов в самых различных сферах знания и практической деятельности общеизвестна. Точно также естественный язык используется без особых затруднений, несмотря на свою нечеткость.

Итак, мы мыслим нечетко, и это нам не мешает. Более того, именно нечеткость мыслей и слов позволяет нам понимать друг друга, приходить к соглашению и действовать совместно. Только представьте, что было бы, если бы постоянно приходилось уточнять используемые в разговоре слова! Иногда приходится это делать – и тогда появляются огромные тексты договоров и инструкций. Стандартная инструкция к мобильному телефону занимает больше 200 страниц – кто же ее полностью прочитает, прежде чем сделает звонок…

Мы убедились, что, во-первых, мышлению человека органически присуща нечеткость, а во-вторых, эта нечеткость ничуть не зазорна: она естественна. Значит, при разработке математических моделей мышления и поведения человека надо учитывать эту нечеткость – игнорировать ее нельзя! Необходим соответствующий математический аппарат, моделирующий нечеткость восприятия, познания и принятия решений.

Но какие математические понятия следует при этом применять?

В основании современной математики лежит понятие множества. Чтобы задать то или иное конкретное множество предметов (объектов, элементов), надо относительно каждого предмета уметь ответить на вопрос: «Принадлежит данный предмет данному множеству или не принадлежит?» Но мы уже видели, что границы понятий, как правило, размыты, так что четкий ответ на подобный вопрос возможен далеко не всегда. Значит, для описания нечеткости надо взять за основу понятие множества, несколько отличающееся от привычного, более широкое, чем оно.

4. Теория нечетких множеств и «нечеткое удвоение» математики

Чтобы определить нечеткое множество, надо сначала задать совокупность всех тех элементов, для которых имеет смысл говорить о мере их принадлежности рассматриваемому нечеткому множеству. Эта совокупность называется универсальным множеством. Например, для «кучи» - это множество натуральных чисел, для описания цветов – отрезок шкалы электромагнитных волн, соответствующий видимому свету.

Пусть A - некоторое универсальное множество. Подмножество B множества A характеризуется своей характеристической функцией

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B, \\ 0, & x \notin B. \end{cases} \qquad (1)$$

Что такое нечеткое множество? Обычно говорят, что нечеткое подмножество C множества A характеризуется своей функцией принадлежности $\mu_C : A \to [0;1]$. Значение функции принадлежности в точке x показывает степень принадлежности этой точки нечеткому множеству. Нечеткое множество описывает неопределенность, соответствующую точке x – она одновременно и входит, и не входит в нечеткое множество C. За вхождение - $\mu_C(x)$ шансов, за второе – (1- $\mu_C(x)$) шансов.

Если функция принадлежности $\mu_C(x)$ имеет вид (1) при некотором B, то C есть обычное (четкое) подмножество A. Таким образом, теория нечетких множество является не менее общей математической дисциплиной, чем обычная теория множеств, поскольку обычные множества – частный случай нечетких. Соответственно можно ожидать, что теория нечеткости как целое обобщает классическую математику. Однако позже мы увидим, что теория нечеткости в определенном смысле сводится к теории случайных множеств и тем самым является частью классической математики. Другими словами, по степени общности обычная математика и нечеткая математика эквивалентны. Однако для практического применения в теории принятия решений описание и анализ неопределенностей с помощью теории нечетких множеств весьма плодотворны.

Обычное подмножество можно было бы отождествить с его характеристической функцией. Этого математики не делают, поскольку для задания функции (в ныне принятом подходе) необходимо сначала задать множество. Нечеткое же подмножество с формальной точки зрения можно отождествить с его функцией принадлежности. Однако термин «нечеткое подмножество» предпочтительнее при построении математических моделей реальных явлений.

Теория нечеткости является обобщением интервальной математики (о ней подробнее ниже), в которой для описания реальных объектов вместо чисел используются интервалы. Действительно, функция принадлежности

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in [a,b], \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases} \qquad (2)$$

задает интервальную неопределенность – про рассматриваемую величину известно лишь, что она лежит в заданном интервале $[a,b]$. Тем самым описание неопределенностей с помощью нечетких множеств является более общим, чем с помощью интервалов.

Начало современной теории нечеткости положено работой 1965 г. американского ученого азербайджанского происхождения Л.А. Заде. Основные определения, алгоритмы расчетов и выражающие их свойства теоремы приведены ниже. Рассуждения древнегреческих философов, математиков начала XX в. А. Пуанкаре и Э. Бореля обосновывают методологию теорию нечеткости, но как математическая дисциплина она началась с работы Заде. К настоящему времени по теории нечеткости опубликованы тысячи книг и статей, издается несколько международных журналов, выполнено достаточно много как теоретических, так и прикладных работ. В нашей стране концепция Заде активно обсуждалась еще в 60-е и 70-е гг. XX в. (см. обзор в [7]), однако первая книга российского автора по теории нечеткости – книга одного из авторов настоящей работы - вышла лишь в 1980 г. [8].

Л.А. Заде рассматривал теорию нечетких множеств как аппарат анализа и моделирования гуманистических систем, т.е. систем, в которых участвует человек. Его подход опирается на предпосылку о том, что элементами мышления человека являются не числа, а элементы некоторых нечетких множеств или классов объектов, для которых переход от «принадлежности» к «непринадлежности» не скачкообразен, а непрерывен. В настоящее время методы теории нечеткости используются почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении предприятием, качеством продукции и технологическими процессами. Нет необходимости связывать теорию нечеткости только с гуманистическими системами.

Л.А. Заде использовал термин «fuzzy set» (нечеткое множество). На русский язык термин «fuzzy» переводили как нечеткий, размытый, расплывчатый, и даже как пушистый и туманный. Заде использовал термины «теория нечетких множеств» и «нечеткая логика». Мы предпочитаем говорить о теории нечеткости. Термин «нечеткая логика» не является синонимом к термину «теория нечеткости», поскольку логика – это наука о мышлении человека, а теория нечеткости применяется не только для моделирования мышления. Нечеткая логика – это часть теории нечеткости.

Аппарат теории нечеткости довольно громоздок. Не будем повторять здесь широко известные определения теоретико-множественных операций над нечеткими множествами. Отметим, что операции над множествами в теории нечеткости раздваиваются: объединению соответствуют объединение и сумма, пересечению – пересечение и произведение.

Некоторые равенства алгебры множеств сохраняются для нечетких множеств, другие же не сохраняются. Так, остаются справедливыми законы де Моргана. Дистрибутивный закон справедлив, если используются операции пересечения и объединения, и нарушается для операций произведения и суммы [7, 8].

Удвоение математики. Поскольку теория множеств – основа современной математики, понятие нечеткости позволяет «удвоить математику»: заменяя обычные множества нечеткими, мы можем каждому математическому объекту (понятию, термину) поставить в соответствие его нечеткий аналог. Рассматривают, например, нечеткие классификации, упорядочения, логики, теоремы, алгоритмы, правила принятия решений и т.д., и т.п. Чтобы это перечисление не выглядело для неискушенного читателя просто набором слов, разберем несколько примеров.

Первым в нашем списке упомянуты классификации. Под классификацией имеется в виду разбиение совокупности элементов на классы – группы сходных между собой элементов [9]. В четкой классификации каждый элемент относится к одному определенному классу. А в размытой – задается функция принадлежности элемента различным классам. Расплывчатая классификация обычно больше соответствует реальности, чем строгая.

Представьте себе – идет вам навстречу человек. Лишь в редких случаях вы с уверенностью скажете: «Это блондин». Чаще о цвете волос придется высказаться уклончиво: «Скорее шатен, чем брюнет». Так что, признайтесь, классификация встречных по цвету волос у вас нечеткая. Поэтому пушистые классификации надо изучать – этим и занимается соответствующая часть туманной математики.

Пример нечеткого упорядочения нетрудно найти в магазине, присмотревшись к поведению нерешительного покупателя. Надо приобрести часы, да вот какие? И «Слава» нравится, и «Ракета» современна. Другими словами, и «Слава» на сколько-то процентов привлекательна, и «Ракета» - тут и появляются функции принадлежности марок часов к множеству привлекательных. А ведь сравнивать можно по многим критериям – по внешнему виду, по цене, по надежности и т.д. Для каждого критерия – своя туманность, нужно эти расплывчатости сводить вместе, чтобы принять решение – покупать или не покупать… А для описания всего этого надо развивать математическую теорию нечетких упорядочений, принятия расплывчатых решений…

А что такое нечеткая логика? С позиций обычной логики утверждения бывают либо истинные, либо ложные. А в размытой логике – утверждения в какой-то степени истинны, а в какой-то – ложны. Присмотритесь к себе – очень многое, что вы говорите и думаете, имеет лишь относительную истинность. Например, вы сказали: «Вчера я хорошо поработал». Сразу возникают вопросы: «А разве нельзя было поработать еще лучше? Что значит – хорошо?» Согласитесь: ваши слова истинны не на сто процентов. И подобное можно сказать не только по части житейских высказываний, но и относительно утверждений науки.

Вот, скажем, как выглядит нечеткий аналог теоремы о том, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке:

«Пусть АВ, ВС и СА – примерно прямые линии, которые образуют примерно треугольник с вершинами А, В и С. Пусть M_1, M_2, M_3 – примерно середины сторон ВС, СА и АВ соответственно. Тогда примерно прямые линии AM_1, BM_2 и CM_3 образуют примерно треугольник $T_1T_2T_3$, который более или менее мал относительно треугольника АВС» [10, с.137-138].

Конечно, эта формулировка становится разумной только после того, как будет точно определен смысл слов «примерно» и «более или менее мал». Вот как, скажем, можно уточнить понятие «примерно отрезок АВ»: под ним будем понимать любую кривую, проходящую через точки А и В, такую, что расстояние (в обычном смысле) от любой точки кривой до отрезка АВ мало по отношению к длине АВ. Остается выяснить, что значит «мало». Ответ может даваться нечетким множеством со своей функцией принадлежности.

Нечеткие алгоритмы – тоже не экзотика. Многие инструкции в какой-то мере расплывчаты. Беря поваренную книгу, любая хозяйка знает: чтобы блюдо удалось, к печатным рецептам надо добавить свою интерпретацию, а также смекалку и удачу. Если же поручить роботу готовить суп, то придется нечеткие слова естественного языка определять с помощью функций принадлежности. Например, определить понятие «варить до готовности». Значит, нужна соответствующая математическая теория – теория нечетких алгоритмов.

Продолжать можно без конца. «Удвоение математики» - настоятельная необходимость. Однако «скоро сказка сказывается, да нескоро дело делается». Теория нечеткости молода. Всего лишь почти пятьдесят лет! Миг по сравнению с двадцатью пятью веками геометрии!

Польза нечеткости. Несмотря на свою молодость, нечеткая математика находит успешные приложения. Примеры описания неопределенностей с помощью нечетких множеств часто приводятся в литературе. Например, в [11] приведено описание понятия «богатый человек», разобрана разработка методики ценообразования на основе теории нечетких множеств.

Поскольку размытость свойственна самому восприятию и мышлению человека, теория нечеткости используется прежде всего в науках, изучающих эти стороны человеческой натуры: в психологии, в социологии, в исследовании операций… Зачастую в ходе социологических и экспертных опросов человеку легче сформулировать свое мнение расплывчато, а не предельно четко, и размытый ответ является к тому же более адекватным. Поэтому создаются методы сбора и анализа нечеткой информации.

Пример – система управления рыбным промыслом. Исходная информация – сообщения с судов и мнения экспертов. Они нечетки: в таком-то квадрате количество рыбы оценивается величиной между таким-то нижним и таким-то верхним пределами, суда стоит направить туда-то, и т.д. По этим данным согласно алгоритмам нечеткой математики производится оптимизация в расплывчатых условиях. И затем выдается четкий приказ: каким судам куда идти. (Результат его выполнения – количество выловленной рыбы – разумеется, нельзя предсказать точно: нечеткость исходной информации не устраняется четкостью приказа.)

Аппарат теории нечеткости оказался полезным в самых разных прикладных областях – в химической технологии и в медицине, при управлении движением автотранспорта и в экономической географии, в теории надежности и при контроле качества продукции.

Группа химиков во главе с академиком В.В. Кафаровым изучала процессы, протекающие в ванне стекловаренной печи при производстве листового стекла. Основное при этом – исследовать распределение поля температур в бассейне ванны. Можно это делать в классическом стиле, рассматривая дифференциальное уравнение в частных производных, которому удовлетворяет поле температур. Уравнение это можно решить хорошо известным среди специалистов методом Фурье. Но пушистые химики предлагают другой подход. В соответствии с ним приращение температуры при переходе от одной точки бассейна печи к другой является нечетким. Химики рассчитали поле температур размытым методом и сравнили свои результаты с числами, полученными по методу Фурье. Относительное расхождение не превышало 6%, что считается пренебрежимо малым в этой области. Но компьютерные расчеты заняли в 5-6 раз меньше машинного времени.

Парадокс теории нечеткости. В концепции размытости есть свой подход к познанию мира, к построению математических моделей реальных явлений. Хочется во всем увидеть нечеткость и смоделировать эту нечеткость подходящим расплывчатым объектов.

Мы уже рассмотрели много примеров, когда такой подход разумен и полезен. Возникает искушение провозгласить тезис: «Все в мире нечетко». Он выглядит особенно привлекательно в связи с большой вредностью излишней, обманчивой четкости. Но можно ли этот тезис провести последовательно?

Нечеткое множество задается функцией принадлежности. Обратим внимание на аргумент и на значение этой функции. Четкие это объекты или размытые? Тезис «все в мире нечетко» наталкивает на мысль, что они расплывчаты.

Действительно, вспомним примеры – скажем, софизм «Куча». Сначала поговорим про аргумент функции, т.е. про число зерен, относительно которых решается вопрос: «Куча это или не куча?» Число зерен в достаточно большой совокупности – разве может оно быть известно абсолютно точно? Как ни считай зерна – вручную, на вес, автоматически – всегда возможны ошибки (человек может ошибиться, автоматические весы измеряют с погрешностями (описаны в паспорте средства измерения), и даже – могут сломаться…). Или пройдемся по остальным примерам – всюду то же самое.

А теперь – о значении функции принадлежности. Оно уж тем более нечетко! Мнение человека – разве имеет смысл выражать его хотя бы с тремя значащими цифрами? В социологии общепринято, что человек в словесных оценках обычно не может различить больше трех, в лучшем случае – шести градаций (эти величины вытекают и из математической модели, разработанной в [12]). Отсюда можно вывести с помощью соответствующего расчета, что функция принадлежности, отражающее мнение одного человека, может быть определена лишь с точностью 0,17 – 0,33. Так что мнение отдельного лица следовало бы выразить не тонкой кривой – графиком функции, а довольно широкой полосой. Если же функция принадлежности строится как среднее (среднее арифметическое или медиана) индивидуальных мнений, то и тогда ее значения известны отнюдь не абсолютно точно из-за того, что опрашиваемая совокупность людей обычно не включает и малой доли тех, кого можно было опросить. И только если значения функции принадлежности определяются по аналитическим формулам, они известны абсолютно точно. Но тогда возникает законный вопрос: насколько обоснованы сами эти формулы? Обычно оказывается, что обоснование у них довольно слабое…

Каков итог? И аргумент, и значение функции принадлежности, как правило, необходимо считать нечеткими.

Что же из этого следует? Начнем опять с аргумента. Он сам является не строго определенной величиной, а некоторым нечетким множеством величин, значит, описывается некоторой функцией принадлежности – задается каким-то своим аргументом. А этот новый аргумент – он ведь тоже нечеток! Опять появляется функция принадлежности – с каким-то третьим аргументом. И так далее.

Остановимся ли мы когда-либо на этом пути? Если остановимся, то должны будем использовать четкие значения аргумента – а это противоречит тезису «все в мире нечетко». В соответствии с эти тезисом четкие значения фиктивны, им ничто в мире не соответствует. Если же не остановимся, то получим бесконечную последовательность нечетких моделей, в которой из каждого размытого множества, как из матрешки, вылезает новая расплывчатость. Возможны ли при этом обоснованные расчеты?

Далее, значение функции принадлежности также необходимо считать нечетким. Л.А. Заде разработал аппарат пушистых множеств с размытыми функциями принадлежности, благоразумно не вдаваясь при этом в рассуждения о том, на каком же шагу считать функции принадлежности четкой.

Итак, основной парадокс теории нечеткости состоит в том, что привлекательный тезис «все в мире нечетко» невозможно последовательно раскрыть в рамках математических моделей. Конечно, описанный парадокс не мешает успешно использовать расплывчатую математику в конкретных приложениях. Из него вытекает лишь необходимость указывать и обсуждать границы ее применимости.

5. О сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств

Нечеткость и случайность. С самого начала появления современной теории нечеткости в 1960-е годы началось обсуждение ее взаимоотношений с теорией вероятностей. Дело в том, что функция принадлежности нечеткого множества напоминает плотность распределения вероятностей. Отличие только в том, что сумма вероятностей по всем возможным значениям случайной величины (или интеграл, если множество возможных значений несчетно) всегда равна 1, а сумма S значений функции принадлежности (в непрерывном случае — интеграл от функции принадлежности) может быть любым неотрицательным числом. Возникает искушение пронормировать функцию принадлежности, т.е. разделить все ее значения на S (при $S \neq 0$), чтобы свести ее к распределению вероятностей (или к плотности вероятности). Однако специалисты по нечеткости справедливо возражают против такого «примитивного» сведения, поскольку оно проводится отдельно для каждой размытости (нечеткого множества), и определения обычных операций над нечеткими множествами согласовать с ним нельзя. Последнее утверждение означает следующее. Пусть указанным образом преобразованы функции принадлежности нечетких множеств A и B. Как при этом преобразуются функции принадлежности $A \cap B$, $A \cup B$, $A + B$, AB? Установить это *невозможно в принципе*. Последнее утверждение становится совершенно ясным после рассмотрения нескольких примеров пар нечетких множеств с одними и теми же суммами значений функций принадлежности, но различными результатами теоретико-множественных операций над ними. Причем и суммы значений соответствующих функций принадлежности для этих результатов теоретико-множественных операций, например, для пересечений множеств, также различны.

В работах по нечетким множествам время от времени утверждается, что теория нечеткости самостоятельный раздел прикладной математики и не имеет отношения к теории вероятностей. Некоторые авторы, обсуждавшие взаимоотношения теории нечеткости и теории вероятностей, подчеркивали различие между этими областями теоретических и прикладных исследований. Обычно сопоставляют аксиоматику и сравнивают области приложений.

Аргументы при втором типе сравнений не имеют доказательной силы, поскольку по поводу границ применимости даже такой давно выделившейся научной области, как вероятностно-статистические методы, имеются различные мнения. Более того, нет единства мнений об арифметике. Напомним, что итог рассуждений одного из наиболее известных французских математиков Анри Лебега по поводу границ применимости арифметики таков: «Арифметика применима тогда, когда она применима» (см. [7, 8]).

При сравнении различных аксиоматик теории нечеткости и теории вероятностей нетрудно увидеть, что списки аксиом различаются. Из этого, однако, отнюдь не следует, что между указанными теориями нельзя установить связь, типа известного сведения евклидовой геометрии на плоскости к арифметике (точнее к теории числовой системы R^2). Эти две аксиоматики — евклидовой геометрии и арифметики — на первый взгляд весьма сильно различаются.

Можно понять желание энтузиастов теории нечеткости подчеркнуть принципиальную новизну своего научного аппарата. Однако не менее важно установить связи этого подхода с ранее известными.

Проекция случайного множества. Как оказалось, теория нечетких множеств тесно связана с теорией случайных множеств. Еще в 1975 г. доказано (см. [7, 8, 12]), что нечеткие множества естественно рассматривать как «проекции» случайных множеств. Рассмотрим этот метод сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств.

Определение 1. *Пусть $A = A(\omega)$ — случайное подмножество конечного множества Y. Нечеткое множество B, определенное на Y, называется проекцией A и обозначается $Proj\ A$, если*

$$\mu_B(y) = P(y \in A) \qquad (3)$$

при всех $y \in Y$.

Очевидно, каждому случайному множеству A можно поставить в соответствие с помощью формулы (3) нечеткое множество $B = Proj\ A$. Оказывается, верно и обратное.

Теорема 1. *Для любого нечеткого подмножества B конечного множества Y существует случайное подмножество A множества Y такое, что $B = Proj\ A$.*

Изучение связи между нечеткими и случайными множествами началось с введения случайных множеств с целью развития и обобщения аппарата нечетких множеств Л. Заде. Дело в том, что математический аппарат нечетких множеств не позволяет в должной мере учитывать различные варианты зависимости между понятиями (объектами), моделируемыми с его помощью, т.е. не является достаточно гибким. Так, для описания «общей части» двух нечетких множеств есть лишь две операции — произведение и пересечение. Если применяется первая из них, то фактически предполагается, что множества ведут себя как проекции независимых случайных множеств. Операция пересечения также накладывает вполне определенные ограничения на вид зависимости между множествами, причем в этом случае найдены даже необходимые и достаточные условия [7, 8, 12]. Желательно иметь более широкие возможности для моделирования зависимости между множествами (понятиями, объектами). Использование математического аппарата случайных множеств предоставляет такие возможности.

Цель сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств в том, чтобы за любой конструкцией из нечетких множеств увидеть конструкцию из случайных множеств, определяющую свойства первой, аналогично тому, как за плотностью распределения вероятностей мы видим случайную величину. Приведем один из результатов по сведению алгебры нечетких множеств к алгебре случайных множеств.

Теорема 2. *Пусть B_1, B_2, B_3, …, B_t — некоторые нечеткие подмножества множества Y из конечного числа элементов. Рассмотрим результаты последовательного выполнения теоретико-множественных операций*

$$B^m = ((\ldots((B_1 \circ B_2) \circ B_3) \circ \ldots) \circ B_{m-1}) \circ B_m,\ m = 1, 2, \ldots, t,$$

где $\circ$ — символ одной из следующих теоретико-множественных операций над нечеткими множествами: пересечение, произведение, объединение, сумма (на разных местах могут стоять разные символы). Тогда существуют случайные подмножества A_1, A_2, A_3, …, A_t того же множества Y такие, что

$$ProjA_i = B_i,\ i = 1, 2, \ldots, t,$$

и, кроме того, результаты теоретико-множественных операций связаны аналогичными соотношениями

$$Proj\{((\ldots((A_1 \otimes A_2) \otimes A_3) \otimes A_{m-1}) \otimes A_m\} = B^m,\ m = 1, 2, \ldots, t,$$

где знак $\otimes$ означает, что на рассматриваемом месте стоит символ пересечения случайных множеств, если в определении B^m стоит символ пересечения или символ произведения нечетких множеств, и соответственно символ объединения случайных множеств, если в B^m стоит символ объединения или символ суммы нечетких множеств.

6. Интервальные числа как частный случай нечетких множеств

Интервальное число – это нечеткое множество с функцией принадлежности, заданной формулой (2). Проще говоря, интервальное число – это интервал [a, b]. Интервальные числа часто используются для описания результатов измерений, поскольку измерение всегда проводится с некоторой неопределенностью.

Прогноз погоды, как и другие прогнозы, дается в виде интервала, например: «Температура завтра днем будет 15 – 17 градусов Цельсия».

Арифметические операции над интервальными числами $[a, b]$ и $[c, d]$ определяются следующим образом:

$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$, $[a, b] – [c, d] = [a – d+ c, b – c]$,

$[a, b]\, [c, d] = [ac, bd]$, $[a, b] / [c, d] = [a/d, b/c]$

(формулы для умножения и деления приведены в случае положительных чисел a, b, c, d).

Определив арифметические операции, можем по аналогии с обычной математикой проводить различные расчеты, поскольку алгоритмы расчетов представляют собой последовательности арифметических действий.

7. Развитие интервальной математики. «Интервальное удвоение» математики

Первая монография по интервальной математике была опубликована Р.Е. Муром в 1966 г. (практически одновременно с первой статьей Л.А. Заде по нечетким множествам), а на русском языке – Ю.И. Шокиным в 1981 г. В дальнейшем интервальная математика активно развивалась, но не так быстро, как теория нечетких множеств. Исключением является статистика интервальных данных, в которой получено много интересных результатов (они приведены в одной из четырех глав монографии [7]), в то время как статистика нечетких данных до сих пор гораздо менее развита и представляет собой в основном результат применения общих подходов статистики объектов нечисловой природы, являющихся элементами пространств произвольного вида [7].

Любую математическую конструкцию, использующую числа, можно обобщить, заменив обычные числа на интервальные. Таким образом, применение интервальных чисел позволяет произвести «интервальное удвоение» математики. Открывается большое поле для теоретических исследований, имеющих непосредственный практический интерес. Вначале основные применения были связаны с автоматическим контролем ошибок округления при вычислениях на ЭВМ. Затем начали учитывать ошибки дискретизации численных методов и ошибки в начальных данных.

Статистика интервальных данных исходит из модели, согласно которой элементы выборки известны лишь с точностью до «плюс-минус дельта», т.е. выборка состоит из интервалов фиксированной длины со случайными концами.

Констатируем необходимость расширения математического аппарата с целью учета присущих реальности нечеткости и интервальности. Такая необходимость отмечалась в ряде публикаций [35-37], но пока еще не стала общепризнанной. На описании неопределенностей с помощью вероятностных моделей не останавливаемся, поскольку такому подходу посвящено множество работ.

8. Система как обобщение множества. Системное обобщение математики и задачи, возникающие при этом

В науке принято два основных принципа определения понятий:

– через подведение определяемого понятия под *более общее* понятие и выделение из него определяемого понятия путем указания одного или нескольких его *специфических* признаков (например, млекопитающие – это животные, выкармливающие своих детенышей молоком);

– процедурное определение, которое определяет понятие путем указания *пути* к нему или способа его достижения (магнитный северный полюс – это точка, в которую попадешь, если все время двигаться на север, определяя направление движения с помощью магнитного компаса).

Как это ни парадоксально, но понятия системы и множества могут быть определены друг через друга, т.е. трудно сказать, какое из этих понятие является более общим.

Определение системы через множество.

Система есть множество элементов, взаимосвязанных друг с другом, что дает системе новые качества, которых не было у элементов. Эти новые системные свойства еще называются эмерджентными, т.к. не очень просто понять, откуда они берутся. Чем больше сила взаимодействия элементов, тем сильнее свойства системы отличаются от свойств множества и тем выше уровень системности и синергетический эффект. Получается, что система – это множество элементов, но не всякое множество, а только такое, в котором элементы взаимосвязаны (это и есть специфический признак, выделяющий системы в множестве), т.е. множество – это более общее понятие.

Определение множества через систему.

Но можно рассуждать и иначе, считая более общим понятием систему, т.е. мы ведь можем определить понятие множества через понятие системы. *Множество – это система, в которой сила взаимодействия между элементами равна нулю* (это и есть отличительный признак, выделяющий множества среди систем). Тогда более общим понятием является система, а множества – это просто системы с нулевым уровнем системности.

Вторая точка зрения объективно является предпочтительной, т.к. совершенно очевидно, что *понятие множества является предельной абстракцией от понятия системы и реально в мире существуют только системы, а множеств в чистом виде не существует, как не существует математической точки*. Точнее сказать, что множества, конечно, существуют, но всегда исключительно и *только в составе систем как их базовый уровень иерархии*, на котором они основаны.

Из этого вытекает очень важный **вывод**: ***все понятия и теории, основанные на понятии множества, допускают обобщение путем замены понятия множества на понятие системы и тщательного прослеживания всех последствий этой замены***. При этом более общие теории будут удовлетворять принципу соответствия, обязательному для более общих теорий, т.е. в *асимптотическом* случае, когда сила взаимосвязи элементов систем будет стремиться к нулю, системы будут все меньше отличаться от множеств и системное обобщение теории перейдет к классическому варианту, основанному на понятии множества. В *предельном* случае, когда сила взаимосвязи *точно* равна нулю, системная теория будет давать *точно* такие же результаты, как основанная на понятии множества.

Этот вывод верен для всех теорий, но в данной работе для авторов наиболее интересным и важным является то, что очень многие, если не практически все понятия *современной математики* основаны на понятии множества, в частности на математической теории множеств. В частности, к таким понятиям относятся понятия:

– математической операции: преобразования одного или нескольких исходных множеств в одно или несколько результирующих;

– функциональной зависимости: отображение множества значений аргумента на множество значений функции для однозначной функции одного аргумента или отображение множеств значений аргументов на множества значений функций для многозначной функции многих аргументов;

– «количество информации»: функция от свойств множества.

В работе [186] впервые сформулирована и обоснована программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживании всех последствий этого. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. при понижении уровня системности система по своим свойствам становится все ближе к множеству и система с нулевым уровнем системности и есть множество. Приводится развернутый пример реализации этой программной идеи в области теории информации, в качестве которого выступает предложенная в 2002 году системная теория информации [97], являющаяся системным обобщением теории информации Найквиста – Больцмана – Хартли – Шеннона и семантической теории информации Харкевича. Основа этой теории состоит в обобщении комбинаторного понятия информации Хартли $I = Log_2N$ на основе идеи о том, что количество информации определяется не мощностью множества N, а мощностью системы, под которой предлагается понимать *суммарное* количество подсистем различного уровня иерархии в системе, начиная с базовых элементов исходного множества и заканчивая системой в целом. При этом в 2002 году, когда было предложено системное обобщение формулы Хартли, число подсистем в системе, т.е. мощность системы N_s, предлагалось рассчитывать по формуле:

$$N_s = \sum_{m=1}^{n} C_n^m = 2^n - 1.$$

Соответственно, системное обобщение формулы Хартли для количества информации в системе из n элементов предлагалось в виде:

$$I_s = Log_2 N_s = Log_2 \sum_{m=1}^{n} C_n^m$$

В работе [270] дано системное обобщение формулы Хартли для количества информации для квантовых систем, подчиняющиеся статистике как Ферми-Дирака, так и Бозе-Эйнштейна, и стало ясно, что предложенные в 2002 году в работе [97] вышеприведенные выражения имеют силу только для систем, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака.

В работе [188] кратко описывается семантическая информационная модель системно-когнитивного анализа (СК-анализ), вводится универсальная информационная мера силы и направления влияния значений факторов (независимая от их природы и единиц измерения) на поведение объекта управления (основанная на лемме Неймана – Пирсона), а также неметрический интегральный критерий сходства между образами конкретных объектов и обобщенными образами классов, образами классов и образами значений факторов. Идентификация и прогнозирование рассматривается как *разложение* образа конкретного объекта в ряд по обобщенным образам классов (объектный анализ), что предлагается рассматривать как возможный вариант решения *на практике* 13-й проблемы Гильберта.

В статьях [189, 191] обоснована идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант системной теории информации [97, 201]. В данной работе осуществлена попытка сделать второй шаг в этом же направлении: на концептуальном уровне рассматривается один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации. Предполагается, что этот подход может стать основой для системного обобщения теории множеств и создания математической теории систем. Сформулированы задачи, возникающие на пути достижения этой цели (разработки системного обобщения математики) и предложены или намечены пути их решения:

<u>Задача 1:</u> найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2: сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий: "элемент системы" и "система".

Задача 4: предложить способы аналитического описания (задания) подсистем как элементов системы.

Задача 5: описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство).

Задача 6: описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция [97] формализуется многослойной системой эйдос-пространств (термин автора) различных размерностей.

Задача 8: показать, что системная теория информации позволяет непосредственно на основе эмпирических данных определять вид функций принадлежности, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

Задача 9: сформулировать перспективы: разработка операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

В данной работе эти варианты решения не приводятся из-за ограниченности ее объема.

9. Системное обобщение операций над множествами (на примере операции объединения булеанов)

В работе [240] рассматривается реализация математической операции объединения систем, являющаяся обобщением операции объединения множеств в рамках системного обобщения теории множеств. Эта операция сходна с операцией объединения булеанов классической теории множеств. Но в отличие от классической теории множеств в ее системном обобщении предлагается конкретный алгоритм объединения систем и обосновывается количественная мера системного (синергетического, эмерджентного) эффекта, возникающего за счет объединения систем. Для этой меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р. Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли и отражающим степень отличия системы от множества её базовых элементов[1]. Приводится ссылка на авторскую программу, реализующую предложенный алгоритм и обеспечивающую численное моделирование объединения систем при различных ограничениях на сложность систем и при различной мощности порождающего множества, приводятся некоторые результаты численного моделирования.

В работе [241] предлагается общее математическое выражение для количественной оценки системного (синергетического) эффекта, возникающего при объединении булеанов (систем), являющихся обобщением множества в системном обобщении теории множеств и независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Для этой количественной меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Для локального коэффициента эмерджентности Хартли также предложено обобщение, независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Приводятся численные оценки системного эффекта при объединении двух систем с применением авторской программы, на которую дается ссылка.

10. Системное обобщение понятия функции и функциональной зависимости. Когнитивные функции. Матрицы знаний как нечеткое с расчетной степенью истинности отображение системы аргументов на систему значений функции

Выше кратко рассматривается программная идея системного обобщения понятий математики (в частности теории информации), основанных на теории множеств, путем тотальной замены понятия множества на более содержательное понятие системы и

---

[1] Предложен в работе [97] в 2002 году. Напоминать об этом приходится по причинам, изложенным в статье: Вяткин В.Б. Групповой плагиат: от студента до министра. - Троицкий вариант — Наука - http://trv-science.ru - [Электронный ресурс]. Адрес доступа: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/ или: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/print/

прослеживания всех последствий этого. Частично эта идея была реализована автором при разработке автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализа) [266], математическая модель которого основана на системном обобщении формул для количества информации Хартли и Харкевича [97].

В работе [166] реализуется следующий шаг: предлагается системное обобщение понятия функциональной зависимости, и вводятся термины "когнитивные функции" и "когнитивные числа". На численных примерах показано, что АСК-анализ обеспечивает выявление когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных.

В работе [140] намечены принципы применения многозначных функций многих аргументов для описания сложных систем и предложено матричное представление этих функций.

В работе [218] обсуждается возможность восстановления значений одномерных и двумерных функций как между значениями аргумента (интерполяция), так и за их пределами (экстраполяция) на основе использования априорной информации о взаимосвязи между *признаками аргумента* и значениями функции в опорных точках с применением системно-когнитивного анализа и его инструментария – системы «Эйдос». Приводятся численные примеры и визуализация результатов. Предлагается применение аппарата многомерных когнитивных функций для решения задач распознавания и прогнозирования на картографических базах данных.

В работе [226] на примере решения проблемы управления агропромышленным холдингом рассматривается технология когнитивных функций СК-анализа, обеспечивающая как выявление знаний из эмпирических данных, так и использование этих знаний для поддержки принятия решений по управлению холдингом в целом на основе управления характеристиками входящих в него предприятий.

В работе [235] рассматривается применение метода автоматизированного системно-когнитивного анализа и его программного инструментария – системы «Эйдос» для выявления причинно-следственных зависимостей из эмпирических данных. В качестве инструментария для формального представления причинно-следственных зависимостей предлагаются когнитивные функции.

Когнитивные функции *представляют собой многозначные интервальные функции многих аргументов, в которых различные значения функции в различной степени соответствуют различным значениям аргументов, причем количественной мерой этого соответствия выступает знание, т.е. информация о причинно-следственных зависимостях в эмпирических данных, полезная для достижения целей.*

В работе [239] на основе применения аппарата когнитивных функций впервые исследована зависимость параметров движения полюса Земли от положения небесных тел Солнечной системы. В последующем эти результаты развиты в монографии [108].

Наиболее полно ***метод визуализации когнитивных функций,*** как новый инструмент исследования эмпирических данных большой размерности, раскрыт в работе [243].

В работе [244] рассматривается новая версия системы искусственного интеллекта «Эйдос-астра» для решения прикладных задач с эмпирическими данными большой размерности. Приложение, написанное на языке JAVA, обеспечивает GUI (графический интерфейс пользователя) и позволяет подготовить и выполнить визуализацию матрицы знаний без ограничений, налагаемых реализацией предыдущих версий системы «Эйдос-астра». Отметим, что в системе Эйдос-Х++ все эти ограничения на размерность моделей также сняты в универсальной форме, не зависящей от предметной области.

В работе [254] рассмотрена глубокая взаимосвязь между теорией автоматизированного и автоматического управления и системно-когнитивным анализом и его программным инструментарием – системой «Эйдос» в их применении для интеллектуального управления сложными системами. Предлагается технология, позволяющая на практике реализовать интеллектуальное автоматизированное и даже автоматическое управление такими объектами управления, для которых ранее управление реализовалось лишь на слабоформализованном уровне, как правило, без применения математических моделей и компьютеров. К таким объектам управления относятся, например, технические системы, штатно качественно-изменяющиеся в процессе управления, биологические и экологические системы, социально-экономические и психологические системы. Намечены возможности получения

когнитивных передаточных функций сложных многопараметрических нелинейных объектов управления на основе зашумленной фрагментированной эмпирической информации об их фактическом поведении под действием различных сочетаний значений факторов различной природы.

Ясно, что если величина интервала будет стремиться к нулю, то интервальные функции, к которым относятся и когнитивные функции, будут асимптотически приближаться к абстрактным математическим функциям, которые можно считать интервальными функциями с нулевой величиной интервала. Поэтому интервальная математика может рассматриваться как более общая, чем точная и для нее выполняется известный *принцип соответствия*[2], обязательный для более общих теорий.

В когнитивных функциях, представленных на рис. 1, цветом отображено ***количество информации*** в интервальном значении аргумента об интервальном значении функции. Или выражаясь точнее, цветом отображено ***количество информации*** в интервальном значении аргумента о том, что (при этом значении аргумента) функция примет определенное интервальное значение. Или еще точнее, цветом отображено ***количество информации*** о том, что при значении аргумента, попадающем в данный интервал, функция примет определенное значение, попадающее в соответствующий интервал.

Из рис. 1 мы видим, что об одних значениях функции в значениях аргумента содержится больше информации, а о других меньше. Это значит, что различные значения аргумента ***с разной степенью определенности*** обуславливают соответствующие значения функции. Иначе говоря, зная одни значения аргумента, мы весьма определенно можем сказать о соответствующем значении функции, а по другим значениям мы можем судить о значении функции лишь приблизительно, т.е. с гораздо большей погрешностью или неопределенностью.

Таким образом, *когнитивная функция содержит информацию не только о соответствии значений функции значениям аргумента, как абстрактная математическая функция, но и о*

---

[2] См., например: http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20соответствия

достоверности высказывания о том, что именно такое их соответствие имеет место в действительности, причем эта достоверность меняется от одних значений аргумента и функции к другим.

Получается, что в каждом значении аргумента содержится определенная информация о каждом значении функции. Эта информация может быть больше или меньше, она может быть положительная или отрицательная, т.е. *в когнитивной функции каждому значению аргумента соответствуют все значения функции, но в различной степени*. Из этого следует также, что *каждое значение функции обуславливается различными значениями аргумента, но каждое из них обусловливает это значение в различной степени*. Поэтому ***когнитивные функции являются многозначными функциями многих аргументов***.

Это понятие напоминает доверительный интервал, но с той разницей, что доверительный интервал всегда растет со значением аргумента, а количество информации может и возрастать, и уменьшаться. *Если осуществляется интерполяция или прогноз значения когнитивной функции, то при этом одновременно определяется и достоверность этой интерполяции или этого прогноза*. На когнитивной функции *эта* достоверность представлена в форме полупрозрачной полосы, ширина которой обратно пропорциональна достоверности (как в доверительном интервале), т.е. чем точнее известно значение функции, тем уже полоса, и чем оно более неопределенно, тем она шире.

В теоретической математике нет меры причинно-следственной связи. Математика оперирует абстрактными понятиями, а понятие причинно-следственной связи является *содержательным* понятием, относящимся к конкретной изучаемой, в том числе и *эмпирически,* предметной области. Математические понятия функциональной зависимости или корреляция не являются такой мерой. Правда, в *статистике* есть критерий хи-квадрат, который действительно является мерой причинно-следственной связи, но статистика специально разработана с целью изучения конкретных явлений и этим существенно отличается от абстрактной теоретической математики.

Мы рассматриваем числовые и лингвистические данные, как сырые данные, полученные непосредственно из опыта и еще не подвергнутые какой-либо обработке. Эти эмпирические данные могут быть преобразованы в информацию путем их анализа. Информация есть осмысленные данные. Смысл согласно концепции смысла Шешка-Абельсона, которой мы придерживаемся, представляет собой знание причинно-следственных зависимостей. Причинно-следственные зависимости возможны только между событиями, а не между данными. Поэтому анализ данных, в результате которого они преобразуются в информацию, включает два этапа:

– нахождение событий в данных;

– выявление причинно-следственных связей между событиями.

Знания представляют собой информацию, полезную для достижения ***цели***. Если такой целью является решение задач прогнозирования, принятия решений и исследования моделируемой предметной области путем исследования ее модели (это корректно, если модель адекватна), то информационная модель является и когнитивной моделью, т.е. интеллектуальной моделью или моделью знаний.

Поэтому *когнитивные функции являются наглядным графическим отображение наших **знаний** о **причинно-следственных связях** между интервальными или лингвистическими значениями аргумента и интервальными или лингвистическими значениями функции.*

Когнитивные функции представляют собой графическое отображение сечений многомерного эйдос-пространства (базы знаний) системы «Эйдос-Х++» плоскостями, содержащими заданные описательные и классификационные шкалы с фактически имеющимися у них интервальными значениями (градациями).

Рассмотрим с позиций теории информации, чем отличаются когнитивные функции от *абстрактных* математических функций. Формально по точному значению аргумента любой *абстрактной* математической функции возможно точно узнать ее точное значение. Но на практике это возможно лишь тогда, когда и значения аргумента, и значения функции являются целыми числами. Если же они являются иррациональными числами, то совершенно ясно, что точное их значение никогда не может быть ни вычислено на любом компьютере с ограниченной вычислительной мощностью, ни записано, ни на каких носителях с ограниченной информационной емкостью, ни передано ни по каким каналам связи с ограниченной пропускной способностью. Поэтому точное знание значения иррациональной функции означает доступ к бесконечному количеству информации. На практике же мы, конечно, всегда имеем дело с ограниченной точностью или знаем значения функции с некоторой погрешностью, т.е. оперируем конечным количеством информации в значениях аргумента о значениях функции. Но каким именно количеством информации? До разработки математического аппарата и программного инструментария когнитивных функций это вопрос как-то ребром не ставился и был в тени приоритетных направлений исследований. Ответом на это вопрос и является ***теория когнитивных функций, где каждому значению аргумента соответствует не только значение функции, но и количество информации в битах, содержащееся в этом значении аргумента о том, что ему соответствует данное значение функции***. В оцифрованных аудио, видео и других сигналах мы всегда знаем глубину кодирования, а значит и количество информации в значении аргументе о значении функции. В любых таблицах и базах данных числа всегда представлены с ограниченным числом знаков после запятой, а значит само множество таких чисел ограничено, и всегда можно посчитать, какие количество информации содержится в факте выборки как-то одного конкретного из этих чисел. Например, в известной таблице Брадиса[3] приводится 4 знака значения синуса после запятой. Это значит, что определенному углу (от 0 до 90°) соответствует одно из 9999 значений. По формуле Хартли получаем: $I=Log_2N=Log_2 9999{\sim}13.29$ бит.

Разработаны нередуцированные, частично и полностью редуцированные прямые и обратные когнитивные функции, а также программный инструментарий для их расчета (сама система Эйдос-Х++) и визуализации [40]. Однако в данной работе не целесообразно их рассматривать, т.к. этому посвящены работы [24, 27-30] и ряд других.

---

[3] См., например: http://www.vsetabl.ru/056.htm

11. Модификация метода наименьших квадратов при аппроксимации когнитивных функций

Предлагается модификация метода наименьших квадратов для аппроксимации когнитивных функций, в котором ***точки имеют вес***, *равный количеству информации в значении аргумента о значении функции*. Для упрощения можно рассматривать точки когнитивных функций как «мультиточки», состоящие из определенного количества «элементарных точек», соответствующего их весу. Другой вариант состоит в том, что перед применением стандартного МНК для каждого значения аргумента рассчитывается средневзвешенное значение функции из всех с их весами. В модуле визуализации когнитивных функций [40] этот метод реализован программно для отображения частично и полностью редуцированных когнитивных функций. Математическому описанию этого метода планируются посвятить одну из будущих статей авторов.

12. Развитие идеи системного обобщения математики в области теории информации. Системная (эмерджентная) теория информации (СТИ)

Простейшая комбинаторная количественная мера информации по Хартли рассчитывается как логарифм от числа элементов множества N:

$$I = Log_2 N .$$

В 2002 году у автора [97] возникла простая мысль о том, что если рассматривать как элементы множества не только его элементы по одному, как у Хартли, но и подсистемы, состоящие из 2, 3, …, N элементов, то формулу Хартли легко обобщить, придав ей вид, учитывающий наличие подсистем:

$$I = Log_2 \sum_{m=1}^{N} C_N^m .$$

Аналогично обобщаются и другие количественные меры информации, в частности Шеннона и Харкевича, и в результате получается вариант теории информации, органично приспособленный для учета как обычной (классической), так и системной информации.

13. Информационные меры уровня системности – коэффициенты эмерджентности

В работе [97] и работе [170] предлагаются теоретически обоснованные количественные меры, следующие из системной теории информации (СТИ), которые позволяют количественно оценивать влияние факторов на системы различной природы не по силе и направлению изменения состояния системы, а по степени возрастания или уменьшения ее эмерджентности (уровня системности) и степени детерминированности.

В работе [253] на простом численном примере рассматривается применение автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ) и его программного инструментария – интеллектуальной системы «Эйдос» для выявления и исследования детерминации эмерджентных макросвойств систем их составом и иерархической структурой, т.е. подсистемами различной сложности (уровней иерархии). Кратко обсуждаются некоторые методологические вопросы создания и применения формальных моделей в научном познании. Предложены системное обобщение принципа Уильяма Росса Эшби о необходимом разнообразии на основе системного обобщения теории множеств и системной теории информации, обобщенная формулировка принципа относительности Галилея-Эйнштейна, высказана гипотеза о его взаимосвязи с теоремой Эмми Нётер, а также предложена гипотеза «О зависимости силы и направления связей между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом от уровня иерархии в системе»

В [270] предложены коэффициенты эмерджентности, применимые для систем, подчиняющихся классической или квантовой статистике. Дан алгоритм оценки уровня системности квантовых объектов. Рассмотрены квантовые системы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна, а также классические системы, подчиняющиеся статистике Максвелла-Больцмана. Установлено, что коэффициенты эмерджентности квантовых и классических систем отличаются между собой, как и коэффициенты квантовых систем ферми-частиц и бозе-частиц. Следовательно, коэффициент эмерджентности позволяет отличить классическую систему от квантовой системы, а квантовую систему ферми-частиц от квантовой системы бозе-частиц. Установлено также, что предложенные ранее в ряде работ, начиная с [97], различные варианты коэффициентов эмерджентности Хартли распространяются только на системы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака.

14. Прямые и обратные, непосредственные и опосредованные правдоподобные логические рассуждения с расчетной степенью истинности

Одним из первых ученых, поднявших и широко обсуждавшим в своих работах проблематику правдоподобных рассуждений, был известный венгерский, швейцарский и американский математик Дьердь Пойа[4], книги которого одному из авторов (тому, который потом стал профессором Е.В.Луценко) подарил еще в школе его учитель математики Михаил Ильич Перевалов (см. также в книге: Д. Пойа «Формализация логики правдоподобных рассуждений», глава третья, параграф 7, с.158-163, исходящий из (репрезентативной) теории измерений).

В работе [97] предложена логическая форма представления правдоподобных логических рассуждений с расчетной степенью истинности, которая определяется в соответствии с системной теорией информацией непосредственно на основе эмпирических данных.

В качестве количественной меры влияния факторов, предложено использовать обобщенную формулу А.Харкевича, полученную на основе предложенной эмерджентной теории информации. При этом непосредственно из матрицы абсолютных частот рассчитывается база знаний (табл.1), которая и представляет собой основу содержательной информационной модели предметной области.

Весовые коэффициенты табл.1 непосредственно определяют, какое количество информации *Iij* система управления получает о наступлении события: "активный объект управления перейдет в *j*–е состояние", из сообщения: "на активный объект управления действует *i*–й фактор".

---

[4] См., например: http://ru.wikipedia.org/wiki/Пойа,%20Дьёрдь

Принципиально важно, что эти весовые коэффициенты не определяются экспертами неформализуемым способом на основе интуиции и профессиональной компетенции (т.е., мягко говоря, «на глазок»), а рассчитываются непосредственно на основе эмпирических данных и удовлетворяют всем ранее обоснованным в работе [97] требованиям, т.е. являются сопоставимыми, содержательно интерпретируемыми, отражают понятия "достижение цели управления" и "мощность множества будущих состояний объекта управления" и т.д.

В [97] обосновано, что предложенная информационная мера обеспечивает сопоставимость индивидуальных количеств информации, содержащейся в факторах о классах, а также сопоставимость интегральных критериев, рассчитанных для одного объекта и разных классов, для разных объектов и разных классов.

Когда количество информации $Iij>0$ – i–й фактор способствует переходу объекта управления в j–е состояние, когда $Iij<0$ – препятствует этому переходу, когда же $Iij=0$ – никак не влияет на это. В векторе i–го фактора (строка матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в каждое из будущих состояний содержится в том факте, что данный фактор действует. В векторе j–го состояния класса (столбец матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в соответствующее состояние содержится в каждом из факторов.

Таким образом, матрица информативностей матрица информативностей является обобщенной таблицей решений, в которой входы (факторы) и выходы (будущие состояния активного объекта управления (АОУ) связаны друг с другом не с помощью классических (Аристотелевских) импликаций, принимающих только значения: "Итина" и "Ложь", а ***различными значениями истинности, выраженными в битах*** и принимающими значения от положительного теоретически-максимально-возможного ("Максимальная степень истинности"), до теоретически неограниченного отрицательного ("Степень ложности").

Фактически предложенная модель позволяет осуществить синтез обобщенных таблиц решений для различных предметных областей непосредственно на основе эмпирических исходных данных и продуцировать на их основе прямые и обратные правдоподобные (нечеткие) логические рассуждения по неклассическим схемам с различными расчетными значениями истинности, являющимся обобщением классических импликаций.

Более сложные правдоподобные опосредованные высказывания могут быть рассчитаны непосредственно на основе матрицы информативностей – обобщенной таблицы решений.

Если A, со степенью истинности α(A,B), детерминирует B, и если C, со степенью истинности α(C,D), детерминирует D, и A совпадает по смыслу с C со степенью истинности α(A,C), то это вносит вклад в совпадение B с D, равный степени истинности α(B,D).

При этом в прямых рассуждениях как предпосылки рассматриваются факторы, а как заключение – будущие состояния АОУ, а в обратных – наоборот: как предпосылки – будущие состояния АОУ, а как заключение – факторы. Степень истинности *i*-й предпосылки – это просто количество информации *Iij*, содержащейся в ней о наступлении *j*-го будущего состояния АОУ. Если предпосылок несколько, то степень истинности наступления *j*-го состояния АОУ равна суммарному количеству информации, содержащемуся в них об этом. Количество информации в *i*-м факторе о наступлении *j*-го состояния АОУ, рассчитывается в соответствии с выражениями системной теории информации (СТИ).

Прямые правдоподобные логические рассуждения позволяют прогнозировать степень достоверности наступления события по действующим факторам, а обратные – по заданному состоянию восстановить степень необходимости и степень нежелательности каждого фактора для наступления этого состояния, т.е. принимать решение по выбору управляющих воздействий на АОУ, оптимальных для перевода его в заданное целевое состояние.

Необходимо отметить, что предложенная модель, основывающаяся на теории информации, обеспечивает автоматизированное формирования системы нечетких правил по содержимому входных данных, как и комбинация нечеткой логики Заде-Коско с нейронными сетями Кохонена. Принципиально важно, что качественное изменение модели путем добавления в нее новых классов не уменьшает достоверности распознавания уже сформированных классов. Кроме того, при сравнении распознаваемого объекта с каждым классом учитываются не только признаки, имеющиеся у объекта, но и отсутствующие у него, поэтому предложенной моделью правильно идентифицируются объекты, признаки которых образуют множества, одно из которых является подмножеством другого (как и в Неокогнитроне К.Фукушимы).

15. Интеллектуальная система Эйдос-Х++ как инструментарий, реализующий идеи системного нечеткого интервального обобщения математики

Система «Эйдос» за многие годы применения хорошо показала себя при проведении научных исследований в различных предметных областях и занятий по ряду научных дисциплин, связанных с искусственным интеллектом, представлениями знаний и управлению знаниями [224]. Однако в процессе эксплуатации системы были выявлены и некоторые недостатки, ограничивающие возможности и перспективы применения системы. Поэтому создана качественно новая версия системы (система Эйдос-Х++), в которой преодолены ограничения и недостатки предыдущей версии и реализованы новые важные идеи по ее развитию и применению в качестве программного инструментария системно-когнитивного анализа (СК-анализ) [260].

Авторы считают, что система Эйдос-Х++ является программным инструментарием, реализующим ряд идей системного нечеткого интервального обобщения математики.

Таким образом, в монографии кратко рассмотрены перспективы и некоторые «точки роста» современной теоретической и вычислительной математики, в частности: числа и множества - основа современной математики; математические, прагматические и компьютерные числа; от обычных множеств - к нечетким; теория нечетких множеств и «нечеткое удвоение» математики; о сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств; интервальные числа как частный случай нечетких множеств; развитие интервальной математики (интервальное удвоение математики); система как обобщение множества; системное обобщение математики и задачи, возникающие при этом; системное обобщение операций над множествами (на примере операции объединения булеанов); системное обобщение понятия функции и функциональной зависимости; когнитивные функции; матрицы знаний как нечеткое с расчетной степенью истинности отображение системы аргументов на систему значений функции; модификация метода наименьших квадратов при аппроксимации когнитивных функций; развитие идеи системного обобщения математики в области теории информации - системная (эмерджентная) теория информации; информационные меры уровня системности - коэффициенты эмерджентности; прямые и обратные, непосредственные и опосредованные правдоподобные логические рассуждения с расчетной степенью истинности; интеллектуальная система Эйдос-Х++ как инструментарий, реализующий идеи системного нечеткого интервального обобщения математики.

Отметим, что нумерация формул, рисунков и таблиц везде по тексту, где это специально не оговорено, ведется внутри разделов. При необходимости ссылки на формулу, рисунок или таблицу в другом разделе в тексте будет об этом прямо упомянуто, например: «используя выражение (3) из раздела 4.2» и т.д.

Кроме того необходимо отметить, что данная монография представляет собой обобщающую работу, подводящую своеобразный итог по двум научным направлениям [92]:

- «Статистика объектов нечисловой природы» (предложено и разработано проф. А.А. Орловым)
- «Автоматизированный системно-когнитивный анализ (АСК-анализ)» (предложено и разработано проф. Е.В.Луценко).

Развитием этих научных направлений авторы занимаются и в настоящее время. Поэтому просим читателей правильно понять большое количество ссылок авторов на собственные работы.

Некоторые мысли, излагаемые в монографии, носят спорный и дискуссионный характер и высказаны в порядке научного обсуждения.

ЧАСТЬ 1-Я: НЕЧЕТКОЕ ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

ГЛАВА 1. ЧИСЛА И МНОЖЕСТВА – ОСНОВА СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

Математика – язык науки [1, с.18]. С появлением новых объектов обсуждения язык развивается. «Между математикой и практикой всегда существует двусторонняя связь; математика предлагает практике понятия и методы исследования, которыми она уже располагает, а практика постоянно сообщает математике, что ей необходимо» [1, с.53].

В настоящей работе мы рассматриваем необходимость расширения математического аппарата с целью учета присущих реальности нечеткости, интервальности, системности, а также основы соответствующего предлагаемого нами нового перспективного направления теоретической и вычислительной математики – системной нечеткой интервальной математики (СНИМ).

1.1. Числа и множества

Анализируя, следуя А.Н. Колмогорову [2], математику в ее историческом развитии, констатируем, что ее основой являются действительные числа и множества. С прикладной точки зрения проанализируем эти понятия, обсудим необходимость обобщений и наметим пути таких обобщений.

Несколько слов о том, что известно всем специалистам, занимающимся разработкой и применением математических методов исследования.

Натуральные, рациональные, действительные числа используются в различных расчетах, основанных на математических моделях. Глубокое изучение натуральных числе было осуществлено уже в Древней Греции. В частности, была установлена бесконечность ряда натуральных чисел. Однако строгая теория действительных чисел была построена только во второй половине XIX в.

Тогда же была разработана теория множеств, оказавшаяся весьма удобной для определения понятий и построения математических моделей.

1.2. Функции

Кратко рассмотрим классическое понятие функциональной зависимости или функции в математике.

Под функциональной зависимостью (функцией) понимается закон или правило, по которому осуществляется отображение множества числовых значений аргумента (область определения) на множество числовых значений функции (область значений). В более общем определении область определения и область значений могут быть произвольными множествами, не обязательно числовыми.

Чтобы ввести функцию, задают два множества A и B – область определения и область значений соответственно, а функцию f описывают как отображение из A в B, т.е. как множество всех пар (x, $f(x)$, где x – элемент множества A, а $f(x)$ – соответствующий элемент множества B. Второй пример – чтобы сформулировать вероятностно-статистическую модель какого-либо реального явления, необходимо начать с пространства (множества) элементарных событий и случайных величин – функций, для которых это пространство является областью определения. Практика показывает, что игнорирование этих начальных определений приводит к недоразумениям и ошибкам.

В математике для классических функций обычно вводится большое количество различных ограничений, накладывающих соответствующие ограничения на возможности их *практического* применения, но позволяющих использовать и развивать математические конструкции, основанные на описанном выше понятии функции в математике. К этим ограничениям, прежде всего, относятся то, что множества значений аргумента и значений функции являются числовыми, чаще всего континуальными (интервал, луч прямая), и между ними существует взаимно-однозначное соответствие, т.е. функция является биективной. Обычно предполагается также, что эти множества или не обладают никакой структурой, или имеют алгебраическую структуру группы, кольца, поля или аналогичную.

Вместе с тем при определении и использовании функций необходимо различать математические, прагматические и компьютерные числа, учитывать, что множества могут быть нечеткими или случайными, элементами множеств могут быть не только числа, но и лингвистические переменные, а также результаты измерений в различных шкалах, в частности, в порядковых, кроме того множества могут образовывать системы. Всем этим обусловлены существенные ограничения, которые накладываются на возможности применения классического математического понятия функции для моделирования социально-экономических объектов. Как следствие, возникает необходимость разработки математического аппарата, снимающего эти ограничения. Кратко рассмотрим совокупность поставленных вопросов вопросы ниже.

1.3. Парадоксы теории множеств

Практически сразу же после появления теории множеств в ней были обнаружены противоречия (парадоксы). Один из них – парадокс Бертрана Рассела, открытый им в 1901 г. Дадим его краткое описание.

Пусть *К*— множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Содержит ли *К* само себя в качестве элемента? Если предположить, что содержит, то мы получаем противоречие с «не содержат себя в качестве своего элемента». Если предположить, что *К* не содержит себя, как элемент, то вновь возникает противоречие, ведь *К* — множество *всех* множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента, а значит, должно содержать все такие множества, включая и себя.

Конечно, парадокс Рассела можно сформулировать без употребления термина «множество». Пусть по определению брадобрей - это тот, кто бреет тех¸ кто сам не бреется. Должен ли брадобрей брить самого себя? Ответ «да» противоречит определению брадобрея. Ответ «нет» относит брадобрея к тем, кто сам не бреется, следовательно, он себя сам должен брить.

Противоречие в парадоксе Рассела возникает из-за использования в рассуждении внутренне противоречивого понятия «множества всех множеств» и представления о возможности неограниченного применения законов классической логики при работе с множествами [3, с.17-18]. Для преодоления этого парадокса было предложено несколько путей. Наиболее известный состоит в построении для теории множеств непротиворечивой аксиоматической теории, по отношению к которой являлись бы допустимыми все «действительно нужные» (в некотором смысле) способы оперирования с множествами.

Было предложено несколько возможных аксиоматических теорий, однако ни для одной из них до настоящего момента не найдено доказательства непротиворечивости. Более того, как показал К. Гёдель, доказав ряд теорем о неполноте, такого доказательства не может существовать (в строго определенном смысле). Отметим, что парадоксы ставят под сомнение не только теорию множеств и построенный на ее основе математический инструментарий, но и схемы логических рассуждений. Приходится констатировать, что здание современной математики и логики не имеет законченного обоснования, построено на песке.

Самое интересное состоит в том, что реально работающие математики, разрабатывающие теории и доказывающие теоремы, решающие прикладные задачи, обычно совсем не обеспокоены существованием парадокса Рассела и аналогичных ему. Они спокойно используют «наивную» теорию множеств, не обращая внимание на возможность парадоксов и не обращаясь к той или иной аксиоматической теории множеств. Заниматься такими теориями – удел специалистов по математической логике.

Однако само наличие парадокса Рассела и ему аналогичных показывает, что развитие математики не закончено. Требуется развитие новых концепций. О некоторых из них пойдет речь ниже в настоящей книге.

1.4. Основные понятия математики

Функции обычно определяются с помощью множеств (области определения, области значений и подмножества декартова произведения этих областей, задающего отображение области определения на область значений. Число же является основным понятием математики с древнейших времен, и стержнем развития математики вплоть до XIX в. является развитие понятия числа. Еще один символ математики – фигуры и тела. Им посвящена элементарная геометрия. Однако развитие этой области математики прекратилось в начале XX в. Сейчас элементарная геометрия – предмет изучения в средней школе, новые научные результаты в ней не появляются. Ее наследники - современные геометрические дисциплины, такие, как проективная геометрия, дифференциальная геометрия, общая топология, алгебраическая топология и др. – далеки от реального мира. Их чисто теоретические результаты практически не используются при решении прикладных задач.

Поэтому сосредоточимся на рассмотрении только двух понятий - числа и множества.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, ПРАГМАТИЧЕСКИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ЧИСЛА

Обсудим базовое для математики понятие числа. Будем считать, что читателю знакомы математические числа, о которых рассказывают в средней и высшей школе - натуральные числа, дроби, действительные (вещественные) числа. Комплексные числа и кватернионы не потребуют специального обсуждения..

2.1. Реально используем не математические числа

Констатируем, что реально используемые – назовем их прагматическими - числа зачастую не являются математическими. Так, результаты измерений обычно задаются небольшим количеством значащих цифр (от 1 до 5).

Например, записывать численность жителей страны с точностью до одного человека бессмысленно, поскольку указанная численность весьма быстро меняется. Так, для России начала текущего тысячелетия каждые пятнадцать секунд умирал человек, каждые двадцать секунд появлялся новорожденный, следовательно, каждую минуту численность населения уменьшалась на одного человека, а потому любое конкретное значение этой численности с точностью до одного человека могло соответствовать действительности в течение лишь одной минуты.

Экономические величины порядка миллиардов рублей бессмысленно записывать с точностью до копеек. Надо – с точностью до миллионов.

Расчеты обычно ведем, используя десятичную запись чисел. Напомним, что многие математические числа требуют для своей записи бесконечно много десятичных знаков. Например, длина диагонали квадрата со сторонами единичной длины не может быть выражена конечным числом десятичных знаков. Как и длина окружности единичного диаметра и основание натуральных логарифмов. И даже запись результата деления 1 на 3 состоит – в математике – из бесконечного числа десятичных знаков: 0,3333333... Десятичная запись - это декларативная форма представления числа, при которой число непосредственно готово для использования в вычислениях, а представление чисел в виде формул - это процедурная форма представления числа, подобная алгебраической, при которой перед использованием числа для вычислений необходимо предварительно еще вычислить его. Проблема в том, что это надо делать, но это не всегда возможно, даже в принципе (например в случае иррациональных чисел).

На практике мы используем числа в десятичной записи, иногда дроби. Так, результаты измерений обычно задаются небольшим количеством значащих цифр (от 1 до 5). Т.е. пользуемся множеством чисел из конечного числа элементов. Даже если обобщить арифметическую практику, принять, что могут использоваться любые дроби (записываемые конечным количеством цифр), то множество возможных числе оказывается счетным. А множество действительных чисел имеет мощность континуума. Это означает, что почти все действительные числа «существуют» только в теории, не встречаются при вычислениях. Хорошо известны примеры таких чисел – длина диагонали квадрата с единичной стороной, площадь круга радиуса 1, основание натуральных логарифмов. Их обозначают специальными значками, а при вычислениях вынуждены использовать лишь приближенные значения.

Среди реально используемых чисел выделим два класса – прагматические и компьютерные.

2.2. Прагматические числа

Прагматические числа – это результаты измерений, прямых иди косвенных (рассчитанных по результатам прямых измерений), с помощью средств измерений или экспертных. Инженеры хорошо знают, что результат измерения всегда имеет погрешность, и указывают оценку погрешности (например, вносят ее в технический паспорт средства измерения). Экономисты также понимают принципиальную неточность своих расчетов, однако погрешность указывают не всегда, хотя ясно, что при рассмотрении экономической величины порядка нескольких миллиардов рублей нет смысла принимать во внимание копейки (а также и сотни тысяч рублей).

Итак, при решении реальных задач мы вынуждены пользоваться не математическими числами, а прагматическими. В результате тождества чистой математики не всегда выполняются при анализе данных, выраженных прагматическими числами.

Например, для выборочной дисперсии, рассчитанной по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$, с точки зрения чистой математики справедливо тождество, которое проверяется с помощью равносильных преобразований:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\overline{x}\right)^2 .$$

Однако расчеты по левой и правой частям этой формулы могут дать весьма различающиеся значения. Например, рассмотрим ситуацию, когда $x_i = 10^9 + y_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, где y_i – величины порядка 1 (для определенности, от (-3) до 3). Тогда в левой части формулы усредняются величины порядка 1 (числа от 0 до 9). А вот в правой из числа порядка 10^{18} вычитается число также порядка 10^{18}, т.е. каждое из них имеет 18 знаков до запятой, и первые 17 из них должны совпасть. Ясно, что из-за погрешностей вычислений такое совпадение будет не всегда. Вычисления по правой части формулы для выборочной дисперсии могут число, заметно отличающееся от результата расчета по левой части. Например, может получиться отрицательное число. Приходилось видеть весьма недоумевающие лица прикладников, у которых дисперсия получилась отрицательной.

2.3. Компьютерные числа

Компьютерные числа - результаты компьютерных расчетов. Они могут быть получены не при анализе прагматических числе, а при расчетах на условных примерах. Принципиальным является понятие машинного нуля. Все математические числа, меньшие (по абсолютной величине) некоторой границы, компьютер воспринимает как 0.

Как следствие существования «машинного нуля», некоторые результаты чистой математики неверны для расчетов на компьютерах. Например, с точки зрения чистой математики сумма

$$\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{m}$$

при росте числа слагаемых n стремится к бесконечности (известно, что это сумма растет как $\ln n$ – натуральный логарифм числа слагаемых). При расчетах на компьютере при росте числа слагаемых наступит момент, когда очередное слагаемое станет меньше «машинного нуля», компьютер его (и все дальнейшие) воспримет как 0, сумма перестанет меняться, останется конечной. Компьютер выдаст в качестве суммы ряда некоторое число (а отнюдь не бесконечность. (Для конкретного случая можно разрабатывать специально для него приспособленные алгоритмы расчетов. Но это не меняет общего вывода об отличии компьютерных числе от математических.)

Констатируем, что реально используемые числа зачастую не являются математическими. Из сказанного вытекает необходимость модернизации основ математики. Нужен математический аппарат, позволяющий оперировать с прагматическими и компьютерными числами.

Принципиальное различие математических, прагматических и компьютерных чисел подробно обсуждает Е.М. Левич [4].

2.4. Два парадокса, связанные с числами

Приведем еще два парадокса, основанных на этом различии [5].

Как уже отмечалось, все реальные результаты наблюдений записываются рациональными числами (обычно десятичными числами с небольшим - от 2 до 5 - числом значащих цифр). Как известно, множество рациональных чисел счетно, а потому вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в него равно 0. Следовательно, все рассуждения, связанные с моделированием непрерывными случайными величинами реальных результатов наблюдений - это рассуждения о том, что происходит внутри множества меры 0. Первый парадокс состоит в том, что множествами меры 0 в теории вероятностей принято пренебрегать. Другими словами, с точки зрения теории вероятностей всеми реальными данными можно пренебречь, поскольку они входят в одно фиксированное множество меры 0. Т.е. реальный мир не существует с точки зрения математика.

Глубже проанализируем ситуацию. Сколько всего чисел используется для записи реальных результатов наблюдений? Речь идет о типовых результатах наблюдений, измерений, испытаний, опытов, анализов в технических, естественнонаучных, экономических, социологических, медицинских и иных исследованиях. Если эти числа в десятичной записи имеют вид $(a,bcde)10^k$, где a принимает значения от 1 до 9, а стоящие после запятой b, c, d, e - от 0 до 9, в то время как показатель степени k меняется от (-100) до +100, то общее количество возможных чисел равно $9 \times 10^4 \times 201 = 18\,090\,000$, т.е. меньше 20 миллионов. А с учетом знака – 40 миллионов. Второй парадокс, усиливающий первый, состоит в том, что для описания реальных результатов наблюдений вполне достаточно 40 миллионов отдельных символов. Бесконечность натурального ряда и континуум числовой прямой - это математические абстракции, надстроенные над дискретной и состоящей из конечного числа элементов совокупностью прагматических чисел, отражающих результаты реальных измерений. (При изменении числа значащих цифр принципиальный вывод не меняется.) Таким образом, реальные данные лежат не только во множестве меры 0, но и в конечном множестве, причем число элементов в этом множестве вполне обозримо.

Из сказанного вытекает необходимость модернизации основ математики. Нужен математический аппарат, позволяющий оперировать с прагматическими и компьютерными числами.

ГЛАВА 3. ОТ ОБЫЧНЫХ МНОЖЕСТВ – К НЕЧЕТКИМ

В теории множеств переход от принадлежности элемента множеству к непринадлежности происходит скачком, что не всегда соответствует представлениям о свойствах реальных совокупностей. Следовательно, теорию множеств также необходимо модернизировать. Основное направление при этом – использование множеств с размытыми границами.

В 1965 г. в журнале «Информация и управление» появилась статья Лотфи А. Заде, профессора информатики Калифорнийского Университета в Беркли, специалиста по теории управления сложными системами. Она называлась необычно: «Fuzzy Sets» [6]. Второе слово этого названия переводится с английского языка привычным математическим термином «множества», а вот первое никогда до тех пор в математической и кибернетической литературе не использовалось. Согласно словарю, «fuzz» - пух, пушинка, «fuzzy» - пушистый. На русский язык термин «fuzzy» переводят по-разному: нечеткий, размытый, расплывчатый, реже – туманный, пушистый и т.п.

За прошедшие десятилетия «пушистой» тематике посвящены тысячи статей и книг. Появилось новое направление в вычислительной математике и математической кибернетике – теория нечеткости. Выходят международные научные журналы, проводятся конференции, в том числе и в нашей стране. Обсудим, почему необходимо учитывать нечеткость при описании мышления и восприятия человека.

3.1. Что такое «Куча»?

Знаменитый софизм «Куча» обсуждали еще древнегреческие философы. Вот как можно его изложить: «Одно зерно не составляет кучу. Если к тому, что не оставляет кучи, добавить одно зерно, то куча не получится. Следовательно, никакое количество зерен не составляет кучу».

Рассуждение соответствует известному принципу математической индукции. База индукции – это утверждение: «Одно зерно не составляет кучу». Индуктивный переход: «Если к тому, что не оставляет кучи, добавить одно зерно, то куча не получится». И заключение: «Совокупность n зерен не составляет кучу при любом n». Другими словами: «Никакое количество зерен не составляет кучу».

Полученное утверждение явно нелепо: каждый согласится, что 100 миллионов зерен пшеницы – довольно большая куча (объемом около 6 кубометров). Как же возникает столь абсурдный вывод?

О чем говорит этот софизм? В нем обсуждаются два понятия – «несколько зерен» и «куча» - и показывается, что граница между ними в мышлении людей и в отражающем это мышление естественном языке (русском, английском, китайском, любом другом) нечетка, размыта.

В самом деле, разве можно указать такое число N, что совокупность из N зерен – уже куча, а из (N-1) зерна – еще нет? Можно ли допустить, например, что 325 647 зерен не образуют кучу, а 325 648 – образуют? Конечно, указание точной границы здесь бессмысленно. Ни один человек не сможет различить эти две совокупности зерен.

Представим теперь, что проводится специальная серия опытов: большому числу людей предлагают наборы из n зерен и спрашивают: «Это куча?» И пусть никто не уклоняется от ответа.

Что будет происходить? При малом n все единодушны: «Нет, это не куча, это всего лишь несколько зерен». При многих миллионах зерен все тоже будут едины в своем мнении: «Это куча». А при промежуточных значениях n мнения могут разделиться – одни выскажутся за «кучу», другие против.

Результаты описанного эксперимент допускает плодотворную интерпретацию: каждому числу зерен n можно сопоставить число p_n – долю опрошенных, которые считают n зерен кучей. С такой точки зрения понятие «куча» описывается не одним числом – границей между «несколькими зернами» и «кучей», а последовательностью p_n, $n = 1, 2, \ldots$, члены которой равны нулю при малых n и единице – при больших.

3.2. Обсуждение понятия «нечеткость» Борелем и Пуанкаре

Софизм «Куча» в начале XX в. обсуждал французский математик Эмиль Борель. Он предложил описывать понятие «куча» последовательностью p_n, n = 1, 2, …, и указал способ получения этой последовательности с помощью массового опроса. Исходил Э. Борель из глубокого анализа понятия физической непрерывности, выполненного великим математиком и физиком Анри Пуанкаре. В частности, Пуанкаре писал:

«… Непосредственные результаты опыта могут быть выражены следующими соотношениями:

$A = B, B = C, A < C,$

которые можно рассматривать как формулу физической непрерывности. Эта формула заключает в себе недопустимое разногласие с законом противоречия; необходимость избежать его и заставила нас изобрести идею математической непрерывности» [7, с.28].

Поясним мысль Пуанкаре. Пусть $A(n)$ – гиря весом в n граммов. Пусть эксперт сравнивает две гири «вручную», т.е. не используя весов. Очевидно, эксперт не в состоянии уловить разницу в 1 грамм, поэтому естественно ожидать, что мнение эксперта будет выражено последовательностью равенств

$A(1000) = A(1001), A(1001) = A(1002), \ldots, A(1999) = A(2000).$

Вместе с тем гири весом в 1 кг и в 2 кг эксперт сможет различить наверняка, так что по его мнению

$A(1000) < A(2000).$

Очевидно, два заключения одного и того же эксперта противоречат друг другу. В выводах эксперта нарушается транзитивность. Наблюдаем парадокс того же типа, что и софизм «Куча». Сказанное показывает, что процесс математического моделирования процессов измерений, в том числе получения экспертных мнений, нетривиален.

Понятие «куча» размыто не только для совокупности людей, но и для отдельно взятого человека. Представьте себе, что вам предъявляют один за другим наборы зерен, спрашивая: «Это куча?» Что вы будете отвечать? При малом числе зерен – «нет», при большом – «да», а при промежуточном станете колебаться. Если экспериментатор настойчив, он вытянет у вас ответ типа: «Это скорее куча, чем несколько зерен». А если он убедительно потребует от вас оценить числом степень вашей уверенности, то добьется чего-нибудь вроде: «Семьдесят пять шансов из ста за то, что это куча». В итоге ваше личное мнение будет выражено последовательностью p_n, $n = 1, 2, \ldots$, того же типа, что и мнение большой совокупности экспертов.

3.3. Человек мыслит нечетко

Понятия, используемые людьми, отнюдь не всегда легко выразить числами. Например, что такое «оранжевый цвет»? Казалось бы, ответить на этот вопрос нетрудно – достаточно указать на шкале электромагнитных волн границы, между которыми лежит оранжевый цвет. В «Малой Советской Энциклопедии» (1930 г.) даже указаны конкретные числа: 589 микрометров – грань оранжевого и золотисто-желтого, 656 мкм – красного и оранжевого.

Но подумайте: неужели вы сможете ощутить разницу в цвете при переходе на 1 микрометр – от 655,5 мкм (оранжевый цвет) к 656,5 мкм (красный). Конечно, нет.

Размыты не только представления о цветах. Представьте себе, например, множество петухов. Представили? А теперь скажите: относится ли к нему леденцовый петушок на деревянной палочке? Задумались, не так ли? Вот и здесь расплывчатость…

Описанные ситуации типичны. Понятия естественного языка, с помощью которого мы общаемся друг с другом, как правило, размыты.

Нечеткость свойственна не только естественному языку, но и диалектам науки. Возьмем для примера физику. Зададимся вопросом: можно ли указать длину предмета (для определенности в метрах) с точностью до тридцатого знака после запятой? Вещество состоит из атомов, атомы из электронов, протонов и нейтронов. Можно ли указать абсолютно точно положение электрона? В квантовой механике получен принцип неопределенности: произведение неопределенности в определении импульса частицы на неопределенность в определении ее положения всегда больше вполне определенной величины – постоянной Планка. Импульс электрона в атоме не может достигать сколь угодно высоких значений (импульс – это произведение скорости на массу; скорость не превосходит скорости света, масса электрона известна). Таким образом, неопределенность импульса ограничена. Стало быть, неопределенность в положении электрона всегда больше некоторой величины – согласно расчетам, примерно 10^{-10} метра. Иными словами, неустранимая неточность подстерегает нас уже в десятом знаке после запятой, так что о тридцатом не может быть и речи. Отсюда вывод: длину любого тела следует задавать не одним определенным числом, а совокупностью чисел с размытыми границами, т.е. нечетким множеством.

Бытует мнение, что непогрешимой четкостью отличается язык математики. Однако это не так. Например, мы уже не раз употребляли слово «множество». Повторим еще раз, это фундаментальное понятие лежит в основе современной математики. Существует математическая теория множеств. Как и во всякой математической теории, все ее положения базируются на системе аксиом. Эту систему можно строить по-разному. Выражаясь языком специалистов, теория множеств может быть аксиоматизирована различными способами. В получающихся при этом разновидностях теории множеств некоторые выводы оказываются прямо противоположными. Возьмем для примера так называемую континуум-гипотезу. При одних аксиоматизациях она верна, при других – верно ее отрицание.

Что же говорить о других менее точных науках? Одному из авторов настоящей книги в свое время пришлось столкнуться с таким любопытным фактом: по определению одной группы медиков «затяжное течение острой пневмонии» имеет место в шести случаях из ста, по мнению другой – в шестидесяти. Различие в 10 раз!

В подобных ситуациях возникает естественное желание навести четкость в понятиях и представлениях. Однако часто разные группы и даже отдельные лица понимают термины посвоему, например, как в только что приведенном примере с термином «затяжное течение острой пневмонии». Удастся ли договориться? Кроме того, в наведении четкости есть своя мера и своя опасная грань, за которой излишняя четкость становится вредной.

3.4. Когда вредна излишняя четкость?

Например, при проведении некоторых социологических и экспертных исследований интересуются мнениями опрашиваемых, не учитывая, что эти мнения весьма нечетки или еще не сформировались. Вот вопросы одной, взятой наугад, анкеты: «Что прежде всего необходимо вам для счастья? Иметь интересную работу? Пользоваться уважением окружающих? Любить и быть любимым? Иметь много денег? Приносить пользу людям?» Сумеете ли вы с абсолютной уверенностью выбрать одну и только одну позицию из перечня? Ведь организаторы опроса настаивают на четкости. С расчетом на нее обычно и составляются анкеты. (Вспомним – ведь и мы, проводя мысленный опрос по поводу софизма «Куча», запрещали уклоняться от ответа на вопрос: «Это куча?» - и требовали отвечать либо «да», либо «нет».) И опрашивающие сами уже стараются сформулировать свое мнение поотчетливее. Однако эти мнения зачастую имеют довольно слабую связь с реальными представлениями людей, что порою приводит к существенным ошибкам в прогнозировании на основе подобных социологических или экспертных данных.

Разумно ли в таких ситуациях добиваться предельной четкости? Взвешивая этот вопрос, обратимся еще раз к математике. Как мы видели, даже в ней нет окончательной ясности с некоторыми важными понятиями. Между тем математики в массе своей применяют эти понятия весьма широко и обычно довольно успешно – эффективность математических методов в самых различных сферах знания и практической деятельности общеизвестна. Точно также естественный язык используется без особых затруднений, несмотря на свою нечеткость.

Идеалом математических теорий считают аксиоматические, в которых заданы исходные постулаты (аксиомы) и правила вывода следствий из них. Однако сами математики аксиоматическими теориями почти никогла не пользуются, поскольку с их помощью мозг человека не может ни получить новое знание сам, ни осознать полученное другими. Так, группа французских математиков, работавших под псевдонимом «Н. Бурбаки», решила вывести определение натуральному числу 1 (единица) с помощью аксиоматической теории, относящейся к математической логике. Они это сделали, но для строгого определения понадобилась толстая книга. Другой пример – элементарная геометрия. Широко известна ее система аксиом. Однако при решении задач, при преподавании ею не пользуются, поскольку невозможна для воприятия цепочка рассуждений от аксиом до, например, теоремы Пифагора.

Итак, мы мыслим нечетко, и это нам не мешает. Более того, именно нечеткость мыслей и слов позволяет нам понимать друг друга, приходить к соглашению и действовать совместно. Только представьте, что было бы, если бы постоянно приходилось уточнять используемые в разговоре слова! Иногда приходится это делать – и тогда появляются огромные тексты договоров и инструкций. Стандартная инструкция к мобильному телефону занимает больше 200 страниц – кто же ее полностью прочитает, прежде чем сделает звонок…

Мы убедились, что, во-первых, мышлению человека органически присуща нечеткость, а во-вторых, эта нечеткость ничуть не зазорна: она естественна. Значит, при разработке математических моделей мышления и поведения человека надо учитывать эту нечеткость – игнорировать ее нельзя! Необходим соответствующий математический аппарат, моделирующий нечеткость восприятия, познания и принятия решений.

Но какие математические понятия следует при этом применять?

В основании современной математики лежит понятие множества. Чтобы задать то или иное конкретное множество предметов (объектов, элементов), надо относительно каждого предмета уметь ответить на вопрос: «Принадлежит данный предмет данному множеству или не принадлежит?» Но мы уже видели, что границы понятий, как правило, размыты, так что четкий ответ на подобный вопрос возможен далеко не всегда. Значит, для описания нечеткости надо взять за основу понятие множества, несколько отличающееся от привычного, более широкое, чем оно.

ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ И «НЕЧЕТКОЕ УДВОЕНИЕ» МАТЕМАТИКИ

Чтобы определить нечеткое множество, надо сначала задать совокупность всех тех элементов, для которых имеет смысл говорить о мере их принадлежности рассматриваемому нечеткому множеству. Эта совокупность называется универсальным множеством. Например, для «кучи» - это множество натуральных чисел, для описания цветов – отрезок шкалы электромагнитных волн, соответствующий видимому свету.

4.1. Функции принадлежности

Пусть A - некоторое универсальное множество. Подмножество B множества A характеризуется своей характеристической функцией

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B, \\ 0, & x \notin B. \end{cases} \qquad (1)$$

Что такое нечеткое множество? Обычно говорят, что нечеткое подмножество C множества A характеризуется своей функцией принадлежности $\mu_C : A \to [0;1]$. Значение функции принадлежности в точке x показывает степень принадлежности этой точки нечеткому множеству. Нечеткое множество описывает неопределенность, соответствующую точке x – она одновременно и входит, и не входит в нечеткое множество C. За вхождение - $\mu_C(x)$ шансов, за второе – (1- $\mu_C(x)$) шансов.

Если функция принадлежности $\mu_C(x)$ имеет вид (1) при некотором B, то C есть обычное (четкое) подмножество A. Таким образом, теория нечетких множество является не менее общей математической дисциплиной, чем обычная теория множеств, поскольку обычные множества – частный случай нечетких. Соответственно можно ожидать, что теория нечеткости как целое обобщает классическую математику. Однако позже мы увидим, что теория нечеткости в определенном смысле сводится к теории случайных множеств и тем самым является частью классической математики. Другими словами, по степени общности обычная математика и нечеткая математика эквивалентны. Однако для практического применения в теории принятия решений описание и анализ неопределенностей с помощью теории нечетких множеств весьма плодотворны.

Обычное подмножество можно было бы отождествить с его характеристической функцией. Этого математики не делают, поскольку для задания функции (в ныне принятом подходе) необходимо сначала задать множество. Нечеткое же подмножество с формальной точки зрения можно отождествить с его функцией принадлежности. Однако термин «нечеткое подмножество» предпочтительнее при построении математических моделей реальных явлений.

Теория нечеткости является обобщением интервальной математики (о ней подробнее ниже), в которой для описания реальных объектов вместо чисел используются интервалы. Действительно, функция принадлежности

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in [a,b], \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases} \qquad (2)$$

задает интервальную неопределенность – про рассматриваемую величину известно лишь, что она лежит в заданном интервале $[a,b]$. Тем самым описание неопределенностей с помощью нечетких множеств является более общим, чем с помощью интервалов.

4.2. Современная теория нечетких множеств

Начало современной теории нечеткости положено работой 1965 г. американского ученого азербайджанского происхождения Л.А. Заде. Основные определения, алгоритмы расчетов и выражающие их свойства теоремы приведены ниже. Рассуждения древнегреческих философов, французов Пуанкаре и Бореля начала XX в. обосновывают методологию теорию нечеткости, но как математическая дисциплина она началась с работы Заде.

За десятилетия, прошедшие с появления работы Л.А. Заде [6], «пушистой» тематике посвящены тысячи статей и книг. Выполнено достаточно много как теоретических, так и прикладных работ. Появилось новое направление в прикладной математике – теория нечеткости. Выходят международные научные журналы, проводятся конференции. В нашей стране концепция Заде активно обсуждалась еще в 60-е и 70-е гг. (см. обзор в [8]), однако первая книга российского автора по теории нечеткости вышла лишь в 1980 г. [9].

Л.А. Заде рассматривал теорию нечетких множеств как аппарат анализа и моделирования гуманистических систем, т.е. систем, в которых участвует человек. Его подход опирается на предпосылку о том, что элементами мышления человека являются не числа, а элементы некоторых нечетких множеств или классов объектов, для которых переход от «принадлежности» к «непринадлежности» не скачкообразен, а непрерывен. В настоящее время методы теории нечеткости используются почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении предприятием, качеством продукции и технологическими процессами. Нет необходимости связывать теорию нечеткости только с гуманистическими системами.

Л.А. Заде использовал термины «теория нечетких множеств» и «нечеткая логика». Мы предпочитаем говорить о теории нечеткости. Термин «нечеткая логика» не является синонимом к термину «теория нечеткости», поскольку логика – это наука о мышлении человека, а теория нечеткости применяется не только для моделирования мышления. Нечеткая логика – это часть теории нечеткости.

Аппарат теории нечеткости довольно громоздок. В качестве примера дадим определения теоретико-множественных операций над нечеткими множествами. Пусть C и D – два нечетких подмножества универсального множества A с функциями принадлежности $\mu_C(x)$ и $\mu_D(x)$ соответственно. Пересечением $C \cap D$, произведением CD, объединением $C \cup D$, отрицанием $\overline{C}$, суммой $C+D$ называются нечеткие подмножества A с функциями принадлежности

$$\mu_{C \cap D}(x) = \min(\mu_C(x), \mu_D(x)),\quad \mu_{CD}(x) = \mu_C(x)\mu_D(x),\quad \mu_{\overline{C}}(x) = 1 - \mu_C(x),$$

$$\mu_{C \cup D}(x) = \max(\mu_C(x), \mu_D(x)),\quad \mu_{C+D}(x) = \mu_C(x) + \mu_D(x) - \mu_C(x)\mu_D(x),\quad x \in A,$$

соответственно.

Для демонстрации специфики нечетких множеств рассмотрим некоторые их свойства.

В дальнейшем считаем, что все рассматриваемые нечеткие множества являются подмножествами одного и того же множества Y.

4.3. Законы де Моргана для нечетких множеств

Как известно, законами де Моргана называются следующие тождества алгебры множеств

$$\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\bigcap\overline{B},\quad \overline{A\bigcap B}=\overline{A}\bigcup\overline{B}. \qquad (2)$$

Теорема 1. Для нечетких множеств справедливы тождества

$$\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\bigcap\overline{B},\quad \overline{A\bigcap B}=\overline{A}\bigcup\overline{B}, \qquad (3)$$

$$\overline{A+B}=\overline{A}\overline{B},\quad \overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}. \qquad (4)$$

Доказательство теоремы 1 состоит в непосредственной проверке (как это сделано ниже при доказательстве теоремы 2) справедливости соотношений (3) и (4) путем вычисления значений функций принадлежности участвующих в этих соотношениях нечетких множеств на основе определений, данных выше.

Тождества (3) и (4) назовем *законами де Моргана для нечетких множеств*. В отличие от классического случая соотношений (2), они состоят из четырех тождеств, одна пара которых относится к операциям объединения и пересечения, а вторая - к операциям произведения и суммы. Как и соотношение (2) в алгебре множеств, законы де Моргана в алгебре нечетких множеств позволяют преобразовывать выражения и формулы, в состав которых входят операции отрицания.

4.4. Дистрибутивный закон для нечетких множеств

Некоторые свойства операций над множествами не выполнены для нечетких множеств. Так, $A+A\neq A,$ за исключением случая, когда A - «четкое» множество (т.е. функция принадлежности принимает только значения 0 и 1).

Верен ли дистрибутивный закон для нечетких множеств? В литературе иногда расплывчато утверждается, что «не всегда». Внесем полную ясность.

Теорема 2. Для любых нечетких множеств A, B и C

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C). \qquad (5)$$

В то же время равенство

$$A(B + C) = AB + AC \qquad (6)$$

справедливо тогда и только тогда, когда при всех $y \in Y$

$$(\mu_A^2(y) - \mu_A(y))\mu_B(y)\mu_C(y) = 0.$$

Доказательство. Фиксируем произвольный элемент $y \in Y$. Для сокращения записи обозначим $a = \mu_A(y), b = \mu_B(y), c = \mu_C(y).$ Для доказательства тождества (5) необходимо показать, что

$$\min(a, \max(b, c)) = \max(\min(a, b), \min(a, c)). \qquad (7)$$

Рассмотрим различные упорядочения трех чисел a, b, c. Пусть сначала $a \le b \le c.$ Тогда левая часть соотношения (7) есть $\min(a, c) = a,$ а правая $\max(a, a) = a,$ т.е. равенство (7) справедливо.

Пусть $b \le a \le c.$ Тогда в соотношении (7) слева стоит $\min(a, c) = a,$ а справа $\max(b, a) = a,$ т.е. соотношение (7) опять является равенством.

Если $b \le c \le a,$ то в соотношении (7) слева стоит $\min(a, c) = c,$ а справа $\max(b, c) = c,$ т.е. обе части снова совпадают.

Три остальные упорядочения чисел a, b, c разбирать нет необходимости, поскольку в соотношение (6) числа b и c входят симметрично. Тождество (5) доказано.

Второе утверждение теоремы 2 вытекает из того, что в соответствии с определениями операций над нечеткими множествами

$$\mu_{A(B+C)}(y) = a(b + c - bc) = ab + ac - abc$$

и

$$\mu_{AB+AC}(y) = ab + ac - (ab)(ac) = ab + ac - a^2bc.$$

Эти два выражения совпадают тогда и только тогда, когда, когда $a^2bc = abc,$ что и требовалось доказать.

Определение 1. Носителем нечеткого множества *A* называется совокупность всех точек $y \in Y$, для которых $\mu_A(y) > 0.$

Следствие теоремы 2. Если носители нечетких множеств *B* и *C* совпадают с *У*, то равенство (6) имеет место тогда и только тогда, когда *A* - «четкое» (т.е. обычное, классическое, не нечеткое) множество.

Доказательство. По условию $\mu_B(y)\mu_C(y) \neq 0$ при всех $y \in Y$. Тогда из теоремы 2 следует, что $\mu_A^2(y) - \mu_A(y) = 0,$ т.е. $\mu_A(y) = 1$ или $\mu_A(y) = 0$, что и означает, что *A* - четкое множество.

4.5. Нечеткое удвоение математики

Поскольку теория множеств – основа современной математики, понятие нечеткости позволяет «удвоить математику»: заменяя обычные множества нечеткими, мы можем каждому математическому объекту (понятию, термину) поставить в соответствие его нечеткий аналог. Рассматривают, например, нечеткие классификации, упорядочения, логики, теоремы, алгоритмы, правила принятия решений и т.д., и т.п. Чтобы это перечисление не выглядело для неискушенного читателя просто набором слов, разберем несколько примеров.

Первым в нашем списке упомянуты классификации. Под классификацией имеется в виду разбиение совокупности элементов на классы – группы сходных между собой элементов [10]. В четкой классификации каждый элемент относится к одному определенному классу. А в размытой – задается функция принадлежности элемента различным классам. Расплывчатая классификация обычно больше соответствует реальности, чем строгая.

Представьте себе – идет вам навстречу человек. Лишь в редких случаях вы с уверенностью скажете: «Это блондин». Чаще о цвете волос придется высказаться уклончиво: «Скорее шатен, чем брюнет». Так что, признайтесь, классификация встречных по цвету волос у вас нечеткая. Поэтому пушистые классификации надо изучать – этим и занимается соответствующая часть туманной математики.

Пример нечеткого упорядочения нетрудно найти в магазине, присмотревшись к поведению нерешительного покупателя. Надо приобрести часы, да вот какие? И «Слава» нравится, и «Ракета» современна. Другими словами, и «Слава» на сколько-то процентов привлекательна, и «Ракета» - тут и появляются функции принадлежности марок часов к множеству привлекательных. А ведь сравнивать можно по многим критериям – по внешнему виду, по цене, по надежности и т.д. Для каждого критерия – своя туманность, нужно эти расплывчатости сводить вместе, чтобы принять решение – покупать или не покупать… А для описания всего этого надо развивать математическую теорию нечетких упорядочений, принятия расплывчатых решений…

А что такое нечеткая логика? С позиций обычной логики утверждения бывают либо истинные, либо ложные. А в размытой логике – утверждения в какой-то степени истинны, а в какой-то – ложны. Присмотритесь к себе – очень многое, что вы говорите и думаете, имеет лишь относительную истинность. Например, вы сказали: «Вчера я хорошо поработал». Сразу возникают вопросы: «А разве нельзя было поработать еще лучше? Что значит – хорошо?» Согласитесь: ваши слова истинны не на сто процентов. И подобное можно сказать не только по части житейских высказываний, но и относительно утверждений науки.

Вот, скажем, как выглядит нечеткий аналог теоремы о том, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке:

«Пусть AB, BC и CA – примерно прямые линии, которые образуют примерно треугольник с вершинами A, B и C. Пусть M_1, M_2, M_3 – примерно середины сторон BC, CA и AB соответственно. Тогда примерно прямые линии AM_1, BM_2 и CM_3 образуют примерно треугольник $T_1T_2T_3$, который более или менее мал относительно треугольника ABC» [11, с.137-138].

Конечно, эта формулировка становится разумной только после того, как будет точно определен смысл слов «примерно» и «более или менее мал». Вот как, скажем, можно уточнить понятие «примерно отрезок AB»: под ним будем понимать любую кривую, проходящую через точки A и B, такую, что расстояние (в обычном смысле) от любой точки кривой до отрезка AB мало по отношению к длине AB. Остается выяснить, что значит «мало». Ответ может даваться нечетким множеством со своей функцией принадлежности.

Нечеткие алгоритмы – тоже не экзотика. Многие инструкции в какой-то мере расплывчаты. Беря поваренную книгу, любая хозяйка знает: чтобы блюдо удалось, к печатным рецептам надо добавить свою интерпретацию, а также смекалку и удачу. Если же поручить роботу готовить суп, то придется нечеткие слова естественного языка определять с помощью функций принадлежности. Например, определить понятие «варить до готовности». Значит, нужна соответствующая математическая теория – теория нечетких алгоритмов.

Продолжать можно без конца. «Удвоение математики» - настоятельная необходимость. Однако «скоро сказка сказывается, да нескоро дело делается». Теория нечеткости молода. Всего лишь почти пятьдесят лет! Миг по сравнению с двадцатью пятью веками геометрии!

4.6. Польза нечеткости

Несмотря на свою молодость, нечеткая математика находит успешные приложения. Примеры описания неопределенностей с помощью нечетких множеств часто приводятся в литературе. Например, в [12] приведено описание понятия «богатый человек», разобрана разработка методики ценообразования на основе теории нечетких множеств.

Поскольку размытость свойственна самому восприятию и мышлению человека, теория нечеткости используется прежде всего в науках, изучающих эти стороны человеческой натуры: в психологии, в социологии, в исследовании операций… Зачастую в ходе социологических и экспертных опросов человеку легче сформулировать свое мнение расплывчато, а не предельно четко, и размытый ответ является к тому же более адекватным. Поэтому создаются методы сбора и анализа нечеткой информации.

Пример – система управления рыбным промыслом. Исходная информация – сообщения с судов и мнения экспертов. Они нечетки: в таком-то квадрате количество рыбы оценивается величиной между таким-то нижним и таким-то верхним пределами, суда стоит направить туда-то, и т.д. По этим данным согласно алгоритмам нечеткой математики производится оптимизация в расплывчатых условиях. И затем выдается четкий приказ: каким судам куда идти. (Результат его выполнения – количество выловленной рыбы – разумеется, нельзя предсказать точно: нечеткость исходной информации не устраняется четкостью приказа.)

Аппарат теории нечеткости оказался полезным в самых разных прикладных областях – в химической технологии и в медицине, при управлении движением автотранспорта и в экономической географии, в теории надежности и при контроле качества продукции.

Группа химиков во главе с академиком В.В. Кафаровым изучала процессы, протекающие в ванне стекловаренной печи при производстве листового стекла. Основное при этом – исследовать распределение поля температур в бассейне ванны. Можно это делать в классическом стиле, рассматривая дифференциальное уравнение в частных производных, которому удовлетворяет поле температур. Уравнение это можно решить хорошо известным среди специалистов методом Фурье. Но пушистые химики предлагают другой подход. В соответствии с ним приращение температуры при переходе от одной точки бассейна печи к другой является нечетким. Химики рассчитали поле температур размытым методом и сравнили свои результаты с числами, полученными по методу Фурье. Относительное расхождение не превышало 6%, что считается пренебрежимо малым в этой области. Но компьютерные расчеты заняли в 5-6 раз меньше машинного времени. В этом и состояла польза применения методлов теории нечеткости.

4.7. Парадокс теории нечеткости

В концепции размытости есть свой подход к познанию мира, к построению математических моделей реальных явлений. Хочется во всем увидеть нечеткость и смоделировать эту нечеткость подходящим расплывчатым объектов.

Мы уже рассмотрели много примеров, когда такой подход разумен и полезен. Возникает искушение провозгласить тезис: «Все в мире нечетко». Он выглядит особенно привлекательно в связи с большой вредностью излишней, обманчивой четкости. Но можно ли этот тезис провести последовательно?

Нечеткое множество задается функцией принадлежности. Обратим внимание на аргумент и на значение этой функции. Четкие это объекты или размытые? Тезис «все в мире нечетко» наталкивает на мысль, что они расплывчаты.

Действительно, вспомним примеры – скажем, софизм «Куча». Сначала поговорим про аргумент функции, т.е. про число зерен, относительно которых решается вопрос: «Куча это или не куча?» Число зерен в достаточно большой совокупности – разве может оно быть известно абсолютно точно? Как ни считай зерна – вручную, на вес, автоматически – всегда возможны ошибки (человек может ошибиться, автоматические весы измеряют с погрешностями (описаны в паспорте средства измерения), и даже –

могут сломаться…). Или пройдемся по остальным примерам – всюду то же самое.

А теперь – о значении функции принадлежности. Оно уж тем более нечетко! Мнение человека – разве имеет смысл выражать его хотя бы с тремя значащими цифрами? В социологии общепринято, что человек в словесных оценках обычно не может различить больше трех, в лучшем случае – шести градаций (эти величины вытекают и из математической модели, разработанной в [13]). Отсюда можно вывести с помощью соответствующего расчета, что функция принадлежности, отражающее мнение одного человека, может быть определена лишь с точностью 0,17 – 0,33. Так что мнение отдельного лица следовало бы выразить не тонкой кривой – графиком функции, а довольно широкой полосой. Если же функция принадлежности строится как среднее (среднее арифметическое или медиана) индивидуальных мнений, то и тогда ее значения известны отнюдь не абсолютно точно из-за того, что опрашиваемая совокупность людей обычно не включает и малой доли тех, кого можно было опросить. И только если значения функции принадлежности определяются по аналитическим формулам, они известны абсолютно точно. Но тогда возникает законный вопрос: насколько обоснованы сами эти формулы? Обычно оказывается, что обоснование у них довольно слабое…

Каков итог? И аргумент, и значение функции принадлежности, как правило, необходимо считать нечеткими.

Что же из этого следует? Начнем опять с аргумента. Он сам является не строго определенной величиной, а некоторым нечетким множеством величин, значит, описывается некоторой функцией принадлежности – задается каким-то своим аргументом. А этот новый аргумент – он ведь тоже нечеток! Опять появляется функция принадлежности – с каким-то третьим аргументом. И так далее.

Остановимся ли мы когда-либо на этом пути? Если остановимся, то должны будем использовать четкие значения аргумента – а это противоречит тезису «все в мире нечетко». В соответствии с эти тезисом четкие значения фиктивны, им ничто в мире не соответствует. Если же не остановимся, то получим бесконечную последовательность нечетких моделей, в которой из каждого размытого множества, как из матрешки, вылезает новая расплывчатость. Возможны ли при этом обоснованные расчеты?

Далее, значение функции принадлежности также необходимо считать нечетким. Л.А. Заде разработал аппарат пушистых множеств с размытыми функциями принадлежности, благоразумно не вдаваясь при этом в рассуждения о том, на каком же шагу считать функции принадлежности четкой.

Итак, основной парадокс теории нечеткости состоит в том, что привлекательный тезис «все в мире нечетко» невозможно последовательно раскрыть в рамках математических моделей. Конечно, описанный парадокс не мешает успешно использовать расплывчатую математику в конкретных приложениях. Из него вытекает лишь необходимость указывать и обсуждать границы ее применимости.

4.8. Примеры описания неопределенностей с помощью нечетких множеств

Один пример подробно обсуждался выше – понятие «Куча». Второй пример – понятие «богатый». Оно часто используется при обсуждении социально-экономических проблем, в том числе и в связи с подготовкой и принятием решений. Однако очевидно, что разные лица вкладывают в это понятие различное содержание. Сотрудники Института высоких статистических технологий и эконометрики МГТУ им. Н.Э. Баумана провели (в 1996 г.) социологическое исследование представления различных слоёв населения о понятии «богатый человек».

Мини-анкета опроса выглядела так:

1. При каком месячном доходе (в млн. руб. на одного человека) Вы считали бы себя богатым человеком?

2. Оценив свой сегодняшний доход, к какой из категорий Вы себя относите:

а) богатые;

б) достаток выше среднего;

в) достаток ниже среднего;

г) бедные;

д) за чертой бедности?

(В дальнейшем вместо полного наименования категорий будем оперировать буквами, например «в» - категория, «б» - категория и т.д.)

3. Ваша профессия, специальность.

Всего опрошено 74 человека, из них 40 - научные работники и преподаватели, 34 человека - не занятых в сфере науки и образования, в том числе 5 рабочих и 5 пенсионеров. Из всех опрошенных только один (!) считает себя богатым. Несколько типичных ответов научных работников и преподавателей приведено в табл. 1, а аналогичные сведения для работников коммерческой сферы – в табл. 2.

Таблица 1

Типичные ответы научных работников и преподавателей

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1, млн. руб./чел.	Ответы на вопрос 2	Пол
Кандидат наук	1	д	ж
Преподаватель	1	в	ж
Доцент	1	б	ж
Учитель	10	в	м
Старший научный сотрудник	10	д	м
Инженер-физик	24	д	ж
Программист	25	г	м
Научный работник	45	г	м

Таблица 2

Типичные ответы работников коммерческой сферы.

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1	Ответы на вопрос 2	Пол
Вице-президент банка	100	а	ж
Зам. директора банка	50	б	ж
Начальник. кредитного отдела	50	б	м
Начальник отдела ценных бумаг	10	б	м
Главный бухгалтер	20	д	ж
Бухгалтер	15	в	ж
Менеджер банка	11	б	м
Начальник отдела проектирования	10	в	ж

Разброс ответов на первый вопрос – от 1 до 100 млн. руб. в месяц на человека. Результаты опроса показывают, что критерий богатства у финансовых работников в целом несколько выше, чем у научных (см. гистограммы на рис. 1 и рис. 2 ниже).

Опрос показал, что выявить какое-нибудь конкретное значение суммы, которая необходима «для полного счастья», пусть даже с небольшим разбросом, нельзя, что вполне естественно. Как видно из таблиц 1 и 2, денежный эквивалент богатства колеблется от 1 до 100 миллионов рублей в месяц. Подтвердилось мнение, что работники сферы образования в подавляющем большинстве причисляют свой достаток к категории «в» и ниже (81% опрошенных), в том числе к категории «д» отнесли свой достаток 57%.

Со служащими коммерческих структур и бюджетных организаций иная картина: «г» - категория 1 человек (4%), «д» - категория 4 человека (17%), «б» - категория - 46% и 1 человек «а» - категория.

Пенсионеры, что не вызывает удивления, отнесли свой доход к категории «д» (4 человека), и лишь один человек указал «г» - категорию. Рабочие же ответили так: 4 человека - «в», и один человек - «б».

Для представления общей картины в табл. 3 приведены данные об ответах работников других профессий.

Таблица 3

Типичные ответы работников различных профессий.

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1	Ответы на вопрос 2	Пол
Работник торговли	1	б	ж
Дворник	2	в	ж
Водитель	10	в	м
Военнослужащий	10	в	м
Владелец бензоколонки	20	б	ж
Пенсионер	6	д	ж
Начальник фабрики	20	б	м
Хирург	5	в	м
Домохозяйка	10	в	ж
Слесарь-механик	25	в	м
Юрист	10	б	м
Оператор ЭВМ	20	д	м
Работник собеса	3	д	ж
Архитектор	25	б	ж

Прослеживается интересное явление: чем выше планка богатства для человека, тем к более низкой категории относительно этой планки он себя относит.

Для сводки данных естественно использовать гистограммы. Для этого необходимо сгруппировать ответы. Использовались 7 классов (интервалов):

1 – до 5 миллионов рублей в месяц на человека (включительно);

2 – от 5 до 10 миллионов;

3- от 10 до 15 миллионов;

4 – от 15 до 20 миллионов;

5 – от 20 до 25 миллионов;

6 – от 25 до 30 миллионов;

7 – более 30 миллионов.

(Во всех интервалах левая граница исключена, а правая, наоборот – включена.)

Сводная информация представлена на рис. 1 (для научных работников и преподавателей) и рис. 2 (для всех остальных, т.е. для лиц, не занятых в сфере науки и образования - служащих иных бюджетных организаций, коммерческих структур, рабочих, пенсионеров).

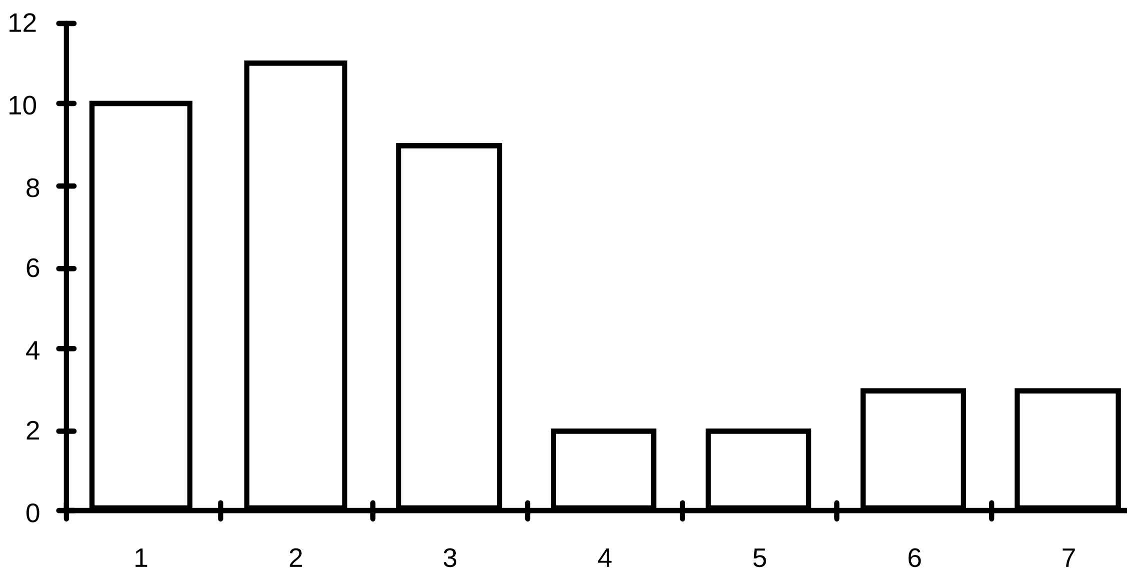


Рис. 1. Гистограмма ответов на вопрос 1 для научных работников и преподавателей (40 человек)

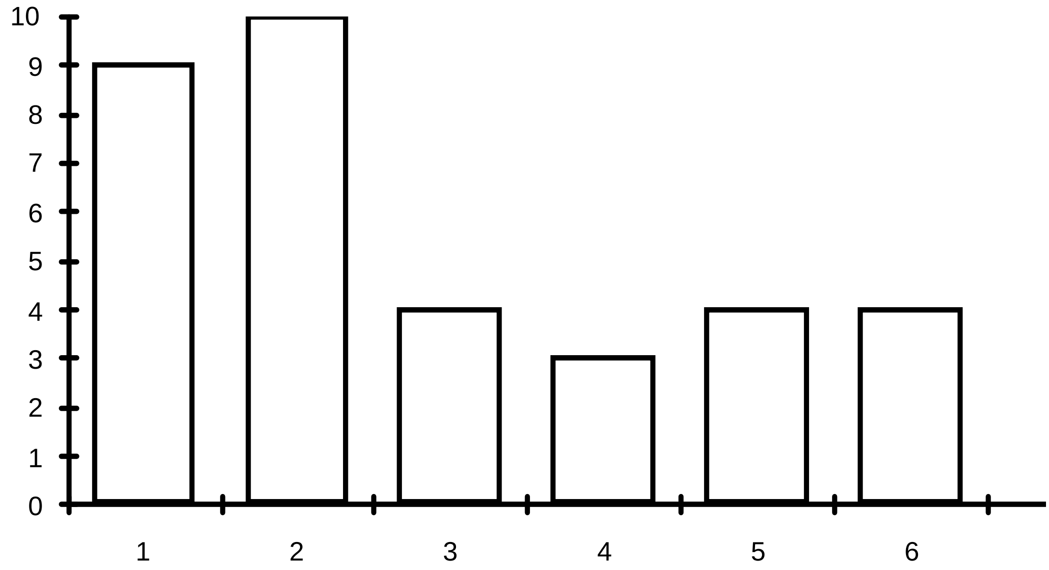


Рис. 2. Гистограмма ответов на вопрос 1 для лиц, не занятых в сфере науки и образования (34 человека)

Для двух выделенных групп, а также для некоторых подгрупп второй группы рассчитаны сводные средние характеристики – выборочные средние арифметические, медианы, моды. При этом медиана группы - количество млн. руб., названное центральным по порядковому номеру опрашиваемым в возрастающем ряду ответов на вопрос 1, а мода группы - интервал, на котором столбик гистограммы - самый высокий, т.е. в него «попало» максимальное количество опрашиваемых. Результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4

Сводные средние характеристики ответов на вопрос 1 для различных групп (в млн. руб. в мес. на чел.).

Группа опрошенных	Среднее арифметическое	медиана	мода
Научные работники и преподаватели	11,66	7,25	(5; 10)
Лиц, не занятых в сфере науки и образования	14,4	10	(5; 10)
Служащие коммерческих структур и бюджетных организаций	17,91	10	(5; 10)
Рабочие	15	13	-
Пенсионеры	10,3	10	-

Построим нечеткое множество, описывающее понятие «богатый человек» в соответствии с представлениями опрошенных. Для этого составим табл. 5 на основе рис. 1 и рис. 2 с учетом размаха ответов на первый вопрос.

Таблица 5

Характеристики ответов, попавших в интервалы

№	Номер интервала	0	1	2	3	4
1	Интервал, млн. руб. в месяц	(0;1)	[1;5]	(5;10]	(10;15]	(15;20]
2	Число ответов в интервале	0	19	21	13	5
3	Доля ответов в интервале	0	0,257	0,284	0,176	0,068
4	Накопленное число ответов	0	19	40	53	58
5	Накопленная доля ответов	0	0,257	0,541	0,716	0,784

Продолжение таблицы 5

№	Номер интервала	5	6	7	8
1	Интервал, млн. руб. в месяц	(20;25]	(25;30]	(30;100)	[100;+∞)
2	Число ответов в интервале	6	7	2	1
3	Доля ответов в интервале	0,081	0,095	0,027	0,013
4	Накопленное число ответов	64	71	73	74
5	Накопленная доля ответов	0,865	0,960	0,987	1,000

Пятая строка табл. 5 задает функцию принадлежности нечеткого множества, выражающего понятие «богатый человек» в терминах его ежемесячного дохода. Это нечеткое множество является подмножеством множества из 9 интервалов, заданных в строке 2 табл. 5. Или множества из 9 условных номеров {0, 1, 2, …, 8}. Эмпирическая функция распределения, построенная по выборке из ответов 74 опрошенных на первый вопрос мини-анкеты, описывает понятие «богатый человек» как нечеткое подмножество положительной полуоси.

О разработке методики ценообразования на основе теории нечетких множеств. Для оценки значений показателей, не имеющих количественной оценки, можно использовать методы нечетких множеств. Например, П.В. Битюков применял нечеткие множества при моделировании задач ценообразования на электронные обучающие курсы, используемые при дистанционном обучении (см. [12, гл.8]). Им проведено исследование значений фактора «Уровень качества курса» с использованием нечетких множеств. В ходе практического использования предложенной П.В. Битюковым методики ценообразования значения ряда других факторов могут также определяться с использованием теории нечетких множеств. Например, ее можно использовать для определения прогноза рейтинга специальности в вузе с помощью экспертов, а также значений других факторов, относящихся к группе «Особенности курса». Опишем подход П.В. Битюкова как пример практического использования теории нечетких множеств.

Значение оценки, присваиваемой каждому интервалу для фактора «Уровень качества курса», определяется на универсальной шкале [0,1], где необходимо разместить значения лингвистической переменной «Уровень качества курса»: НИЗКИЙ, СРЕДНИЙ, ВЫСОКИЙ. Степень принадлежности некоторого значения вычисляется как отношение числа ответов, в которых оно встречалось в определенном интервале шкалы, к максимальному (для этого значения) числу ответов по всем интервалам.

В ходе работы над диссертацией проведен опрос экспертов о степени влияния уровня качества электронных курсов на их потребительную ценность. Каждому эксперту в процессе опроса предлагалось оценить с позиции потребителя ценность того или иного класса курсов в зависимости от уровня качества. Эксперты давали свою оценку для каждого класса курсов по 10-ти балльной шкале (где 1 - min, 10 - max). Для перехода к универсальной шкале [0,1], все значения 10-ти балльной шкалы оценки ценности были разделены на максимальную оценку 10.

Используя свойства функции принадлежности, необходимо предварительно обработать данные с тем, чтобы уменьшить искажения, вносимые опросом. Естественными свойствами функций принадлежности являются наличие одного максимума и гладкие, затухающие до нуля фронты. Для обработки статистических данных можно воспользоваться так называемой матрицей подсказок. Предварительно удаляются явно ошибочные элементы. Критерием удаления служит наличие нескольких нулей в строке вокруг этого элемента.

Элементы матрицы подсказок вычисляются по формуле:

$$k_j = \sum_{i=1}^{n} b_{ij},\ j = \overline{1,n}$$
,

где b_{ij} - элемент таблицы с результатами анкетирования, сгруппированными по интервалам.

Матрица подсказок представляет собой строку, в которой выбирается максимальный элемент: $k_{\max} = \max_j k_j$, и далее все ее элементы преобразуются по формуле:

$$c_{ij} = \frac{b_{ij} k_{\max}}{k_j}, i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Для столбцов, где $k_j = 0$, применяется линейная аппроксимация:

$$c_{ij} = \frac{c_{ij-1} + c_{ij+1}}{2}, i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Результаты расчетов сводятся в таблицу, на основании которой строятся функции принадлежности. Для этого находятся максимальные элементы по строкам:

$$c_{i\max} = \max_j c_{ij}, i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Функция принадлежности вычисляется по формуле:

$$\mu_{ij} = c_{ij} / c_{i\max}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 6.

Таблица 6

Значения функции принадлежности лингвистической переменной

μi	Интервал на универсальной шкале									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
μ1	0	0,2	1	1	0,89	0,67	0	0	0	0
μ2	0	0	0	0	0	0,33	1	1	0	0
μ3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

На рис. 3 сплошными линиями показаны функции принадлежности значений лингвистической переменной «Уровень качества курса» после обработки таблицы, содержащей результаты опроса. Как видно из графика, функции принадлежности удовлетворяют описанным выше свойствам. Для сравнения пунктирной линией, выделенной крестиками, показана функция принадлежности лингвистической переменной для значения НИЗКИЙ* без обработки данных.

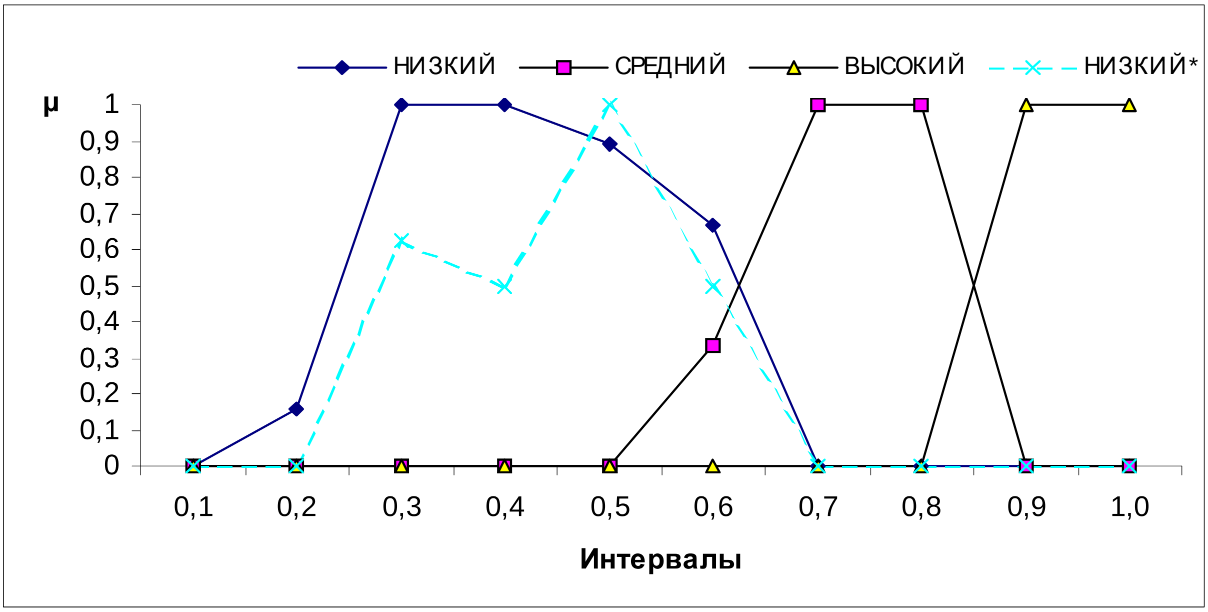


Рис. 3. График функций принадлежности значений лингвистической переменной «Уровень качества курса».

Сбор и описание нечетких данных. Разработано большое количество процедур описания нечеткости. Так, согласно Э. Борелю понятие «Куча» описывается с помощью функции распределения – при каждом конкретном x значение функции принадлежности – это доля людей, считающих совокупность из x зерен кучей. Результат подобного опроса может дать и кривую иного вида, например, по поводу понятия «молодой» (слева будут отделены «дети», а справа – «люди зрелого и пожилого возраста»). Нечеткая толерантность может оцениваться с помощью случайных толерантностей (см. [12, разд. 7.2]).

Целесообразно попытаться выделить наиболее практически полезные простые формы функций принадлежности. Видимо, наиболее простой является «ступенька» - внутри некоторого интервала функция принадлежности равна 1, а вне этого интервала равна 0. Это – простейший способ «размывания» числа путем замены его интервалом. Нечеткое множество описывается двумя числами – концами интервала. Оценки этих чисел можно получить с помощью экспертов. Статистическая теория подобных нечетких множеств, т.е. статистика интервальных данных, рассмотрена ниже. Связь с практикой очевидна – при прогнозировании погоды температура обычно описывается интервалами.

Тремя числами a < b < c описывается функция принадлежности типа треугольника. При этом левее числа a и правее числа c функция принадлежности равна 0. В точке b функция принадлежности принимает значение 1. На отрезке [a; b] функция принадлежности линейно растет от 0 до 1, а на отрезке [b;c] – линейно убывает от 1 до 0. Оценки трех чисел a < b < c получают при опросе экспертов.

Следующий по сложности вид функции принадлежности – типа трапеции – описывается четырьмя числами a < b < c < d. Левее a и правее d функция принадлежности равна 0. На отрезке [a; b] она линейно возрастает от 0 до 1, на отрезке [b; c] во всех точках равна 1, а на отрезке [c; d] линейно убывает от 1 до 0. Для оценивания четверки чисел a < b < c < d используют экспертов.

Ряд результатов статистики нечетких данных приведен в первой монографии российского автора по нечетким множествам [9] и во многих дальнейших публикациях, в том числе в [8, 12, 88].

Вторая часть настоящей книги посвящена системному обобщению математики. В частности, глава 11 посвящена когнитивным функциям – обобщению классического понятия функциональной зависимости на основе теории информации. Когнитивную функцию можно рассматривать как вариант нечеткой функциональной зависимости, для которой значение функции принадлежности, соответствующей конкретному значению зависимой переменной, определяется с помощью количества информации об этом значении в значении аргумента. Очень важно, что это количество информации рассчитывается на основе теоретически обоснованной модели непосредственно на основе эмпирических данных. Ценность такого подхода определяется тем, что специалисты по математическому моделированию, разрабатывая модели на основе теории нечетких множеств, зачастую не рассматривают вопрос о том, откуда брать функции принадлежности, другими словами, начинают рассмотрение с различных весьма произвольных гипотез о том, что эти функции имеют тот или иной вид. Здесь же, в теории когнитивных функций (см. главу 11), предлагается простой и понятный способ, как обоснованно рассчитывать функции принадлежности.

4.9. О статистике нечетких множеств

Обсудим некоторые вопросы статистического анализа нечетких данных. Нечеткие множества – частный вид объектов нечисловой природы. Поэтому при обработке выборки, элементами которой являются нечеткие множества, могут быть использованы различные методы анализа статистических данных произвольной природы - расчет средних, непараметрических оценок плотности, построение диагностических правил и т.д. [81].

Среднее значение нечеткого множества. Однако иногда используются методы, учитывающие специфику нечетких множеств. Например, пусть универсальным множеством для рассматриваемого нечеткого множества является конечная совокупность действительных чисел {x1, x2, ..., xn}. Тогда под средним значением нечеткого множества иногда понимают число. А именно, среднее значение нечеткого множества определяют по формуле:

$$M(A)=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)},$$

где $\mu_A(x_i)$ - функция принадлежности нечеткого множества А. Если знаменатель равен 1, то эта формула определяет математическое ожидание случайной величины, для которой вероятность попасть в точку xi равна $\mu_A(x_i)$. Такое определение наиболее естественно, когда нечеткое множество А интерпретируется как нечеткое число.

Очевидно, наряду с М(А) может оказаться полезным использование эмпирических средних, определяемых (согласно статистике в пространствах произвольной природы как части нечисловой статистики [8]) путем решения соответствующих оптимизационных задач. Для конкретных расчетов необходимо ввести то или иное расстояние между нечеткими множествами.

Расстояния в пространствах нечетких множеств. Как известно, многие методы статистики нечисловых данных базируются на использовании расстояний (или показателей различия) в соответствующих пространствах нечисловой природы. Расстояние между нечеткими подмножествами A и B множества X = {x1, x2, …, xk} можно определить как

$$d(A,B)=\sum_{j=1}^{k}|\mu_A(x_j)-\mu_B(x_j)|,$$

где $\mu_A(x_j)$ - функция принадлежности нечеткого множества A, а $\mu_B(x_j)$ - функция принадлежности нечеткого множества B. Может использоваться и другое расстояние:

$$D(A,B)=\frac{\sum_{j=1}^{k}|\mu_A(x_j)-\mu_B(x_j)|}{\sum_{j=1}^{k}(\mu_A(x_j)+\mu_B(x_j))}.$$

(Примем это расстояние равным 0, если функции принадлежности тождественно равны 0.)

В соответствии с аксиоматическим подходом к выбору расстояний (метрик) в пространствах нечисловой природы разработан обширный набор систем аксиом, из которых выводится тот или иной вид расстояний (метрик) в конкретных пространствах, в том числе в пространствах нечетких множеств (см. [8, 81]). При использовании вероятностных моделей расстояние между случайными нечеткими множествами (т.е. между случайными элементами со значениями в пространстве нечетких множеств) само является случайной величиной, имеющей в ряде постановок асимптотически нормальное распределение.

Проверка гипотез о нечетких множествах. Пусть ответ эксперта – нечеткое множество. Естественно считать, что его ответ, как показание любого средства измерения, содержит погрешности. Если есть несколько экспертов, то в качестве единой оценки (группового мнения) естественно взять эмпирическое среднее их ответов. Но возникает естественный вопрос: действительно ли все эксперты измеряют одно и то же? Может быть, глядя на реальный объект, они оценивают его с разных сторон? Например, на научную статью можно смотреть как с теоретической точки зрения, как и с прикладной, и соответствующие оценки будут, скорее всего, различны (если они совпадают, то работа либо никуда не годится, либо является выдающейся).

Итак, возник вопрос: как проверить согласованность мнений экспертов? Надо сначала определить понятие согласованности.

Пусть А – нечеткий ответ эксперта. Будем считать, что соответствующая функция принадлежности есть сумма двух слагаемых:
$\mu_A(u) = \mu_{N(A)}(u) + \xi_A(u)$,
где N(A) – «истинное» нечеткое множество, а ξA(u) – «погрешность» эксперта как прибора. Естественно рассмотреть две постановки.

Мнения экспертов A(1), A(2), …, A(m) будем считать согласованными, если
N(A(1)) = N(A(2)) = …, N(A(m)).

Рассмотрим две группы экспертов. В первой у всех «истинное» мнение N(A), а во второй у всех - N(B). Две группы будем считать согласованными по мнениям, если
N(A) = N(B).

Согласованность определена. Как же ее проверить? Если экспертов достаточно много, то эти гипотезы можно проверять отдельно для каждого элемента множества – общего носителя нечетких ответов. Проверка последней гипотезы переходит в проверку однородности двух независимых выборок [81]. Здесь ограничимся приведенными выше постановками основных гипотез.

Восстановление зависимости между нечеткими переменными. Рассмотрим две нечеткие переменные А и В. Пусть каждый из n испытуемых выдает в ответ на вопрос два нечетких множества Ai и Bi, i = 1, 2, …, n. Необходимо восстановить зависимость В от А, другими словами, наилучшим образом приблизить В с помощью А.

Для иллюстрации основной идеи ограничимся парной линейной регрессией нечетких множеств. Нечеткое множество С назовем линейной функцией от нечеткого множества А, если для любого x из носителя А функции принадлежности множеств А и С таковы, что μC(x) = μA(y) при x = αy + β. Другими словами,
μC(x) = μA((x - β)/α)
для любого х из носителя А. В таком случае естественно писать
C = αA +β.

Однако нечеткие переменные, как и привычные для статистиков числовые переменные, обычно несколько отклоняются от линейной связи. Наилучшее линейное приближение нечеткой переменной В с помощью линейной функции от нечеткой перемен-

ной А естественно искать, решая задачу минимизации по α, β расстояния от В до С. Пусть
ρ(В, α0А + β0) = min ρ(В, αА + β),
где ρ – некоторое расстояние между нечеткими множествами, а минимизация проводится по всем возможным значениям α и β. Тогда наилучшей линейной аппроксимацией В является α0А + β0. Если рассматриваемый минимум равен 0, то имеет место точная линейная зависимость.

Для восстановления зависимости по выборочным парам нечетких переменных естественно воспользоваться подходом, развитым в статистике в пространствах произвольной природы для параметрической регрессии (аппроксимации). В соответствии с методами статистики нечисловых данных [8] в качестве наилучших оценок параметров линейной зависимости следует рассматривать

$$(\alpha^*, \beta^*) = Arg \min_{\alpha,\beta} \sum_{k=1}^{n} \rho(B_i, \alpha A_i + \beta).$$

Тогда наилучшим линейным приближением В является С* = α*А + β*.

Вероятностно-статистическая теория регрессионного анализа нечетких переменных строится как частный случай аналогичной теории для переменных произвольной природы [8, 81]. В частности, при обычных предположениях оценки α*, β* являются состоятельными, т.е. α* → α0 и β* → β0 при n → ∞.

Кластер-анализ нечетких переменных. Строить группы сходных между собой нечетких переменных (кластеры) можно многими способами. Опишем два семейства алгоритмов.

Пусть на пространстве, в котором лежат результаты наблюдений, т.е. на пространстве нечетких множеств, заданы две меры близости ρ и τ (например, это могут быть введенные выше расстояния d и D). Берется один из результатов наблюдений (нечеткое множество) и вокруг него описывается шар радиуса R, определяемый мерой близости ρ. (Напомним, что шаром с центром в х относительно ρ называется множество всех элементов у рассматриваемого пространства таких, что ρ(х, у) < R.) Берутся результаты наблюдений (элементы выборки), попавшие в этот шар, и находится их эмпирическое среднее относительно второй меры близости τ. Оно берется за новый центр, вокруг которого снова описывается шар радиуса R относительно ρ, и процедура повторяется. (Чтобы алгоритм был полностью определен, необходимо сформулировать правило выбора элемента эмпирического среднего в качестве нового центра, если эмпирическое среднее состоит более чем из одного элемента.)

Когда центр шара зафиксируется (перестанет меняться), попавшие в этот шар элементы объявляются первым кластером и исключаются из дальнейшего рассмотрения. Алгоритм применяется к совокупности оставшихся результатов наблюдений, выделяет из нее второй кластер и т.д.

Всегда ли центр шара остановится? При реальных расчетах в течение многих лет так было всегда. Соответствующая теория построена лишь в 1978 г. (см. [8, 81]). Доказано, что описанный выше процесс всегда остановится через конечное число шагов. Причем число шагов до остановки оценивается через максимально возможное число результатов наблюдений в шаре радиуса R относительно ρ.

Обширное семейство образуют алгоритмы кластер-анализа типа «Дендрограмма», известные также под названием «агломеративные иерархические алгоритмы средней связи». На первом шаге алгоритма из этого семейства каждый результат наблюдения рассматривается как отдельный кластер. Далее на каждом шагу происходит объединение двух самых близких кластеров. Название «Дендрограмма» объясняется тем, что результат работы алгоритма обычно представляется в виде дерева. Каждая его ветвь соответствует кластеру, появляющемуся на каком-либо шагу работы алгоритма. Слияние ветвей соответствует объединению кластеров, а ствол – заключительному шагу, когда все наблюдения оказываются объединенными в один кластер.

Для работы алгоритмов кластер-анализа типа «Дендрограмма» необходимо определить расстояние между кластерами. Естественно использовать ассоциативные средние, которыми, как известно, являются средние по Колмогорову всевозможных попарных расстояний между элементами двух рассматриваемых кластеров. Итак, расстояние между кластерами K и L, состоящими из n1 и n2 элементов соответственно, определяется по формуле:

$$\tau(K,L) = F^{-1}\left(\frac{1}{n_1 n_2}\sum_{i\in K}\sum_{j\in L} F(\rho(X_i, X_j))\right),$$

где ρ – некоторое расстояние между нечеткими множествами;
F – строго монотонная функция (строго возрастающая или строго убывающая).

Соображения теории измерений позволяют ограничить круг возможных алгоритмов типа «Дендрограмма». Естественно принять, что единица измерения расстояния выбрана произвольно. Тогда измерения проводятся в шкале отношений, и согласно результатам теории измерений [8] из всех средних по Колмогорову годятся только степенные средние, т.е.
$F(z) = z\lambda$ при $\lambda \neq 0$ или $F(z) = \ln(z)$.

Чтобы получить разбиение на кластеры, надо «разрезать» дерево на определенной высоте, т.е. объединять кластеры лишь до тех пор, пока расстояние между ними меньше заранее выбранной константы. При альтернативном подходе заранее фиксируется число кластеров. Рассматривают и двухкритериальную постановку, когда минимизируют сумму (или максимум) внутрикластерных разбросов и число кластеров. Для решения задачи двухкритериальной минимизации либо один из критериев заменяют ограничением, либо два критерия «свертывают» в один, либо применяют иные подходы (последовательная оптимизация, построение поверхности Парето и др.).

При классификации нечетких множеств полезны все подходы теории классификации [10], основанные только на использовании расстояний.

ГЛАВА 5. О СВЕДЕНИИ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ К ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ МНОЖЕСТВ

5.1. Нечеткость и случайность

С самого начала появления современной теории нечеткости в 1960-е годы началось обсуждение ее взаимоотношений с теорией вероятностей. Дело в том, что функция принадлежности нечеткого множества напоминает плотность распределения вероятностей. Отличие только в том, что сумма вероятностей по всем возможным значениям случайной величины (или интеграл, если множество возможных значений несчетно) всегда равна 1, а сумма S значений функции принадлежности (в непрерывном случае — интеграл от функции принадлежности) может быть любым неотрицательным числом. Возникает искушение пронормировать функцию принадлежности, т.е. разделить все ее значения на S (при $S \neq 0$), чтобы свести ее к распределению вероятностей (или к плотности вероятности). Однако специалисты по нечеткости справедливо возражают против такого «примитивного» сведения, поскольку оно проводится отдельно для каждой размытости (нечеткого множества), и определения обычных операций над нечеткими множествами согласовать с ним нельзя. Последнее утверждение означает следующее. Пусть указанным образом преобразованы функции принадлежности нечетких множеств A и B. Как при этом преобразуются функции принадлежности $A \cap B$, $A \cup B$, $A + B$, AB? Установить это *невозможно в принципе*. Последнее утверждение становится совершенно ясным после рассмотрения нескольких примеров пар нечетких множеств с одними и теми же суммами значений функций принадлежности, но различными результатами теоретико-множественных операций над ними. Причем и суммы значений соответствующих функций принадлежности для этих результатов теоретико-множественных операций, например, для пересечений множеств, также различны.

В работах по нечетким множествам время от времени утверждается, что теория нечеткости самостоятельный раздел прикладной математики и не имеет отношения к теории вероятностей ((см., например, обзор литературы в монографиях [9, 13]).

Некоторые авторы, обсуждавшие взаимоотношения теории нечеткости и теории вероятностей, подчеркивали различие между этими областями теоретических и прикладных исследований. Обычно сопоставляют аксиоматику и сравнивают области приложений.

Аргументы при втором типе сравнений не имеют доказательной силы, поскольку по поводу границ применимости даже такой давно выделившейся научной области, как вероятностно-статистические методы, имеются различные мнения. Более того, нет единства мнений об арифметике. Итог рассуждений одного из наиболее известных французских математиков Анри Лебега по поводу границ применимости арифметики таков: «Арифметика применима тогда, когда она применима» (см. его монографию [17, с.21-22]).

При сравнении различных аксиоматик теории нечеткости и теории вероятностей нетрудно увидеть, что списки аксиом различаются. Из этого, однако, отнюдь не следует, что между указанными теориями нельзя установить связь, типа известного сведения евклидовой геометрии на плоскости к арифметике (точнее к теории числовой системы R^2 - см., например, монографию [18]). Эти две аксиоматики — евклидовой геометрии и арифметики — на первый взгляд весьма сильно различаются.

Можно понять желание энтузиастов теории нечеткости подчеркнуть принципиальную новизну своего научного аппарата. Однако не менее важно установить связи этого подхода с ранее известными.

Как оказалось, теория нечетких множеств тесно связана с теорией случайных множеств.

5.2. Случайные множества

Что такое случайное множество? Начнем с понятия случайной величины. Это величина, зависящая от случая, т.е. функция от элементарного исхода (события). Скажем, результат наблюдения, зависящий от случайных привходящих факторов. А случайное множество – это множество, зависящее от случая. Другими словами, функция, область определения которой – пространство элементарных событий, а область значений – совокупность множеств, например, совокупность всех подмножеств некоторого конкретного множества.

Случайные множества используются во многих прикладных задачах [13]. В монографиях [14, 15] случайные множества использовались для моделирования распространения лесных пожаров. Пусть пожар начался с загорания в определенной точке. В следующий момент времени загорятся некоторые из соседних точек. А некоторые не загорятся. Через час огнем будет охвачено некоторое множество. Форма пожара будет описываться случайным множеством, зависящим от времени.

От чего зависит форма пожара? Конечно, от того, как «устроен» лес – какие в нем породы деревьев, сколько сухостоя, есть ли естественные преграды для огня (ручьи, овраги), а также от метеорологических условий – куда дует ветер, сколько осадков выпало за последнее время, какова температура воздуха… Все эти условия неизвестны в точности наблюдателю на самолете. Поэтому для него вполне естественно моделировать распространение пожара с помощью теории вероятностей. Эти модели, разработанные на основе теории случайных множеств, находят применение в лесном хозяйстве [14, 15].

Теория нечетких множеств сводится к теории случайных множеств с помощью понятия «проекция случайного множества». С каждым случайным множеством можно связать некоторую функцию – вероятность того, что элемент принадлежит множеству. Эта функция обладает всеми свойствами функции принадлежности нечеткого множества. Соответствующее нечеткое множество и называют проекцией исходного случайного множества. Оказывается, верно и обратное – для любого размытого множества можно подобрать случайное множество так, что вероятность принадлежности элемента случайному множеству всюду совпадает с функцией принадлежности заданного размытого множества. Подобное соответствие можно установить так, что результаты операций над множествами тоже будут соответствовать друг другу.

Есть все основания полагать, что связь между размытостью и вероятностью позволит применить в теории нечеткости методы и результаты, накопленные в теории случайных множеств. И наоборот, даст возможность перенести понятия и постановки задач из первой теории во вторую, что послужит прогрессу в обеих.

Почему же специалисты по нечетким множествам порою «открещиваются» от теории вероятностей? Одна из причин – устаревшее на три четверти века представление о математике случая, согласно которой она рассматривается как «наука о массовых явлениях»: вероятность мыслится как предел частоты, а случайное событие – как то, которое может произойти, а может не произойти. Всё это – отголоски далекого прошлого, когда теория вероятностей недостаточно отделялась от ее приложений. Ныне она опирается на четкую систему аксиом, обычно – на аксиоматику А.Н. Колмогорова. В 1933 г. им опубликована основополагающая монография [16], заложившая научные основы современной теории вероятностей. Теоремы в ней доказываются точно так же, как и в любом другом разделе математики, без всяких ссылок на свойства реального мира. Ее выводы могут применяться при анализе весьма различных реальных явлений – как массовых, так и таких, где нет и речи о массовости и частоте. Именно таковы многие расплывчатости, «нечастотную» природу которых специалисты по нечетким множествам зачастую рассматривают как причину несводимости к понятиям теории вероятностей.

Разберем подробнее связи между теорией нечеткости и теорией случайных множеств.

5.3. Нечеткие множества как проекции случайных множеств.

Рассмотрим метод сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств.

Определение 2. Пусть $A = A(\omega)$ - *случайное подмножество конечного множества* Y. Нечеткое множество B, определенное на Y, называется проекцией A и обозначается *Proj A*, если

$$\mu_B(y) = P(y \in A) \qquad (8)$$

при всех $y \in Y$.

Очевидно, каждому случайному множеству A можно поставить в соответствие с помощью формулы (8) нечеткое множество B = *Proj A*. Оказывается, верно и обратное.

Теорема 3. Для любого нечеткого подмножества B конечного множества $У$ существует случайное подмножество A множества $У$ такое, что $B = Proj\ A$.

Доказательство. Достаточно задать распределение случайного множества A. Пусть $У_1$ - носитель B (см. определение 1 выше). Без ограничения общности можно считать, что $Y_1 = \{y_1, y_2, ..., y_m\}$ при некотором m и элементы $У_1$ занумерованы в таком порядке, что

$$0 < \mu_B(y_1) \le \mu_B(y_2) \le ... \le \mu_B(y_m).$$

Введем множества

$$Y(1) = Y_1, Y(2) = \{y_2, ..., y_m\}, ..., Y(t) = \{y_t, ..., y_m\}, ..., Y(m) = \{y_m\}.$$

Положим

$$P(A = Y(1)) = \mu_B(y_1), \quad P(A = Y(2)) = \mu_B(y_2) - \mu_B(y_1), ...,$$

$$P(A = Y(t)) = \mu_B(y_t) - \mu_B(y_{t-1}), ..., P(A = Y(m)) = \mu_B(y_m) - \mu_B(y_{m-1}),$$

$$P(A = \varnothing) = 1 - \mu_B(y_m).$$

Для всех остальных подмножеств X множества $У$ положим $P(A=X)=0$. Поскольку элемент y_t входит во множества $Y(1)$, $Y(2)$,…, $Y(t)$ и не входит во множества $Y(t+1)$,…, $Y(m)$, то из приведенных выше формул следует, что $P(y_t \in A) = \mu_B(y_t).$ Если $y \notin Y_1,$ то, очевидно, $P(y \in A) = 0.$ Теорема 3 доказана.

Распределение случайного множества с независимыми элементами, как следует из [8], полностью определяется его проекцией. Для конечного случайного множества общего вида это не так. Для уточнения сказанного понадобится следующая теорема.

Теорема 4. Для случайного подмножества A множества $У$ из конечного числа элементов наборы чисел

$P(A = X), X \subseteq Y,$ и $P(X \subseteq A), X \subseteq Y,$

выражаются один через другой.

Доказательство. Второй набор выражается через первый следующим образом:

$$P(X \subseteq A) = \sum_{X^{'}: X \subseteq X^{'}} P(A = X^{'}).$$

Элементы первого набора выразить через второй можно с помощью формулы включений и исключений из формальной логики, в соответствии с которой

$$P(A = X) = P(X \subseteq A) - \sum P(X \cup \{y\} \subseteq A) + \sum P(X \cup \{y_1, y_2\} \subseteq A) - ... \pm P(Y \subseteq A).$$

В этой формуле в первой сумме y пробегает все элементы множества $Y\backslash X$, во второй сумме переменные суммирования y_1 и y_2 не совпадают и также пробегают это множество, и т.д. Ссылка на формулу включений и исключений завершает доказательство теоремы 4.

В соответствии с теоремой 4 случайное множество A можно характеризовать не только распределением, но и набором чисел $P(X \subseteq A), X \subseteq Y.$ В этом наборе $P(\varnothing \subseteq A) = 1,$ а других связей типа равенств нет. В этот набор входят числа $P(\{y\} \subseteq A) = P(y \in A),$ следовательно, фиксация проекции случайного множества эквивалентна фиксации $k = Card(Y)$ параметров из $(2^k\text{-}1)$ параметров, задающих распределение случайного множества A в общем случае. (Здесь символом $Card(Y)$ обозначено число элементов множества Y.)

Будет полезна следующая теорема.

Теорема 5. Если $Proj\ A = B$, то $Proj\,\overline{A} = \overline{B}.$

Для доказательства достаточно воспользоваться тождеством из теории случайных множеств $P(\overline{A} = X) = P(A = \overline{X}),$ формулой для вероятности накрытия $P(y \in A)$, определением отрицания нечеткого множества и тем, что сумма всех $P(A=X)$ равна 1. Под формулой для вероятности накрытия имеется в виду следующее утверждение: чтобы найти вероятность накрытия фиксированного элемента q случайным подмножеством S конечного множества Q, достаточно вычислить

$$P(q \in S) = \mathrm{P}(\{\omega : q \in S(\omega)\}) = \sum_{A: q \in A, A \subseteq 2^Q} P(S = A),$$

где суммирование идет по всем подмножествам A множества Q, содержащим q.

5.4. Пересечения и произведения нечетких и случайных множеств

Выясним, как операции над случайными множествами соотносятся с операциями над их проекциями. В силу законов де Моргана (теорема 1) и теоремы 5 достаточно рассмотреть операцию пересечения случайных множеств.

Теорема 6. Если случайные подмножества A_1 и A_2 конечного множества $У$ независимы, то нечеткое множество $\mathrm{Pr}oj(A_1 \cap A_2)$ является произведением нечетких множеств $Proj\ A_1$ и $Proj\ A_2$.

Доказательство. Надо показать, что для любого $y \in Y$

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = P(y \in A_1) P(y \in A_2). \qquad (9)$$

По формуле для вероятности накрытия точки случайным множеством (см. выше)

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \sum_{X : y \in X} P((A_1 \cap A_2) = X). \qquad (10)$$

Легко проверить, что распределение пересечения случайных множеств $A_1 \cap A_2$ можно выразить через их совместное распределение следующим образом:

$$P(A_1 \cap A_2 = X) = \sum_{X_1, X_2 : X_1 \cap X_2 = X} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \qquad (11)$$

Из соотношений (10) и (11) следует, что вероятность накрытия для пересечения случайных множеств можно представить в виде двойной суммы

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \sum_{X : y \in X} \sum_{X_1, X_2 : X_1 \cap X_2 = X} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \qquad (12)$$

Заметим теперь, что правую часть формулы (12) можно переписать следующим образом:

$$\sum_{X_1, X_2 : e \in X_1, e \in X_2} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \qquad (13)$$

Действительно, формула (12) отличается от формулы (13) лишь тем, что в ней сгруппированы члены, в которых пересечение переменных суммирования $X_1 \cap X_2$ принимает постоянное значение. Воспользовавшись определением независимости случайных множеств и правилом перемножения сумм, получаем, что из (12) и (13) вытекает равенство

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \left(\sum_{X_1 : y \in X_1} P(A_1 = X_1) \right) \left(\sum_{X_2 : y \in X_2} P(A_2 = X_2) \right).$$

Для завершения доказательства теоремы 6 достаточно еще раз сослаться на формулу для вероятности накрытия точки случайным множеством.

Определение 3. Носителем случайного множества *С* называется совокупность всех тех элементов $y \in Y,$ для которых $P(y \in C) > 0.$

Теорема 7. Равенство

$$Proj(A_1 \cap A_2) = (Proj A_1) \cap (Proj A_2)$$

верно тогда и только тогда, когда пересечение носителей случайных множеств $\overline{A_1} \cap A_2$ и $A_1 \cap \overline{A_2}$ пусто.

Доказательство. Необходимо выяснить условия, при которых

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \min(P(y \in A_1), P(y \in A_2)). \qquad (14)$$

Положим

$$p_1 = P(y \in A_1 \cap A_2),\ p_2 = P(y \in \overline{A_1} \cap A_2),\ p_3 = P(y \in A_1 \cap \overline{A_2}).$$

Тогда равенство (14) сводится к условию

$$p_1 = \min(p_1 + p_2, p_1 + p_3). \qquad (15)$$

Ясно, что соотношение (15) выполнено тогда и только тогда, когда p_2p_3=0 при всех $y \in Y,$ т.е. не существует ни одного элемента $y_0 \in Y$ такого, что одновременно $P(y_0 \in \overline{A_1} \cap A_2) > 0$ и $P(y_0 \in A_1 \cap \overline{A_2}) > 0$, а это эквивалентно пустоте пересечения носителей случайных множеств $\overline{A_1} \cap A_2$ и $A_1 \cap \overline{A_2}$. Теорема 7 доказана.

5.5. Сведение последовательности операций над нечеткими множествами к последовательности операций над случайными множествами

Выше получены некоторые связи между нечеткими и случайными множествами. Изучение этих связей [9, 13] началось с введения случайных множеств с целью развития и обобщения аппарата нечетких множеств Л.А. Заде. Дело в том, что математический аппарат нечетких множеств не позволяет в должной мере учитывать различные варианты зависимости между понятиями (объектами), моделируемыми с его помощью, не является достаточно гибким. Так, для описания «общей части» двух нечетких множеств есть лишь две операции - произведение и пересечение. Если применяется первая из них, то фактически предполагается, что множества ведут себя как проекции независимых случайных множеств (см. выше теорему 6). Операция пересечения также накладывает вполне определенные ограничения на вид зависимости между множествами (см. выше теорему 7), причем в этом случае найдены даже необходимые и достаточные условия. Желательно иметь более широкие возможности для моделирования зависимости между множествами (понятиями, объектами). Использование математического аппарата случайных множеств предоставляет такие возможности.

Цель сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств - за любой конструкцией из нечетких множеств увидеть конструкцию из случайных множеств, определяющую свойства первой, аналогично тому, как за плотностью распределения вероятностей мы видим случайную величину. Приведем результаты по сведению алгебры нечетких множеств к алгебре случайных множеств.

Определение 4. Вероятностное пространство {Ω, *G*, *P*} назовем делимым, если для любого измеримого множества $X \in G$ и любого положительного числа α, меньшего *P(X)*, можно указать измеримое множество $Y \subset X$ такое, что $P(Y) = \alpha.$

Пример. Пусть Ω - единичный куб конечномерного линейного пространства, *G* есть сигма-алгебра борелевских множеств, а *P* - мера Лебега. Тогда {Ω, *G*, *P*} - делимое вероятностное пространство.

Таким образом, делимое вероятностное пространство - это не экзотика. Обычный куб является примером такого пространства.

Доказательство сформулированного в примере утверждения проводится стандартными математическими приемами. Они основаны на том, что измеримое множество можно сколь угодно точно приблизить открытыми множествами, последние представляются в виде суммы не более чем счетного числа открытых шаров, а для шаров делимость проверяется непосредственно (от шара X тело объема $\alpha < P(X)$ отделяется соответствующей плоскостью).

Теорема 8. Пусть даны случайное множество *A* на делимом вероятностном пространстве {Ω, *G*, *P*} со значениями во множестве всех подмножеств множества *Y* из конечного числа элементов, и нечеткое множество *D* на *Y*. Тогда существуют случайные множества C_1, C_2, C_3, C_4 на том же вероятностном пространстве такие, что

$$Proj(A \cap C_1) = B \cap D,\ Proj(A \cap C_2) = BD,\ Proj(A \cup C_3) = B \cup D,$$

$$Proj(A \cup C_4) = B + D,\ Proj\,C_i = D,\ i = 1,2,3,4,$$

где $B = Proj\, A$.

Доказательство. В силу справедливости законов де Моргана для нечетких (см. теорему 1 выше) и для случайных множеств, а также теоремы 5 выше (об отрицаниях) достаточно доказать существование случайных множеств C_1 и C_2.

Рассмотрим распределение вероятностей во множестве всех подмножеств множества *Y*, соответствующее случайному множеству *C* такому, что $Proj\ C = D$ (оно существует в силу теоремы 3). Построим случайное множество C_2 с указанным распределением, независимое от *A*. Тогда $\mathrm{Pr}oj(A \cap C_2) = BD$ по теореме 6.

Перейдем к построению случайного множества C_1. По теореме 7 необходимо и достаточно определить случайное множество $C_1(\omega)$ так, чтобы $ProjC_1 = D$ и пересечение носителей случайных множеств $A \cap \overline{C_1}$ и $\overline{A} \cap C_1$ было пусто, т.е.

$$p_3 = P(y \in A \cap \overline{C_1}) = 0$$

для $y \in Y_1 = \{y : \mu_B(y) \le \mu_D(y)\}$ и

$$p_2 = P(y \in \overline{A} \cap C_1) = 0$$

для $y \in Y_2 = \{y : \mu_B(y) \ge \mu_D(y)\}$.

Построим $C_1(\omega)$, исходя из заданного случайного множества $A(\omega)$. Пусть $y_1 \in Y_2$. Исключим элемент y_1 из $A(\omega)$ для стольких элементарных событий ω, чтобы для полученного случайного множества $A_1(\omega)$ было справедливо равенство

$$P(y_1 \in A_1) = \mu_D(y_1)$$

(именно здесь используется делимость вероятностного пространства, на котором задано случайное множество $A(\omega)$). Для $y \ne y_1$, очевидно,

$$P(y \in A_1) = P(y \in A).$$

Аналогичным образом последовательно исключаем *y* из $A(\omega)$ для всех $y \in Y_2$ и добавляем *y* в $A(\omega)$ для всех $y \in Y_1$, меняя на каждом шагу $P(y \in A_i)$ только для $y = y_i$ так, чтобы

$$P(y_i \in A_i) = \mu_D(y_i)$$

(ясно, что при рассмотрении $y_i \in Y_1 \cap Y_2$ случайное множество $A_i(\omega)$ не меняется). Перебрав все элементы *Y*, получим случайное множество $A_k(\omega) = C_1(\omega)$, для которого выполнено требуемое. Теорема 8 доказана.

Основной результат о сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств дается следующей теоремой.

Теорема 9. Пусть $B_1, B_2, B_3, ..., B_t$ - некоторые нечеткие подмножества множества *Y* из конечного числа элементов. Рассмотрим результаты последовательного выполнения теоретико-множественных операций

$$B^m = ((...((B_1 \circ B_2) \circ B_3) \circ ...) \circ B_{m-1}) \circ B_m, \quad m = 1,2,...,t,$$

где $\circ$ - символ одной из следующих теоретико-множественных операций над нечеткими множествами: пересечение, произведение, объединение, сумма (на разных местах могут стоять разные символы). Тогда существуют случайные подмножества $A_1, A_2, A_3, ..., A_t$ того же множества *Y* такие, что

$$Proj\, A_i = B_i,\ i = 1,2,...,t,$$

и, кроме того, результаты теоретико-множественных операций связаны аналогичными соотношениями

$$Proj\{((...((A_1 \otimes A_2) \otimes A_3) \otimes ...) \otimes A_{m-1}) \otimes A_m\} = B^m,\ m = 1,2,...,t,$$

где знак $\otimes$ означает, что на рассматриваемом месте стоит символ пересечения $\cap$ случайных множеств, если в определении B^m стоит символ пересечения или символ произведения нечетких множеств, и соответственно символ объединения $\cup$ случайных множеств, если в B^m стоит символ объединения или символ суммы нечетких множеств.

Комментарий. Поясним содержание теоремы. Например, если

$$B^5 = (((B_1 + B_2) \cap B_3) B_4) \cup B_5,$$

то

$$(((A_1 \otimes A_2) \otimes A_3) \otimes A_4) \otimes A_5 = (((A_1 \cup A_2) \cap A_3) \cap A_4) \cup A_5.$$

Как совместить справедливость дистрибутивного закона для случайных множеств (вытекающего из его справедливости для обычных множеств) с теоремой 2 выше, в которой показано, что для нечетких множеств, вообще говоря, $(B_1 + B_2)B_3 \neq B_1B_3 + B_2B_3$? Дело в том, что хотя в соответствии с теоремой 9 для любых трех нечетких множеств B_1, B_2 и B_3 можно указать три случайных множества A_1, A_2 и A_3 такие, что

$$Proj(A_i) = B_i,\ i = 1,2,3,\quad Proj(A_1 \cup A_2) = B_1 + B_2,\quad Proj((A_1 \cup A_2) \cap A_3) = B^3,$$

где

$$B^3 = (B_1 + B_2) B_3,$$

но при этом, вообще говоря,

$$Proj^{(A_1 \cap A_3) \neq B_1 B_3}$$

и, кроме случаев, указанных в теореме 2,

$$Proj^{((A_1 \cup A_2) \cap A_3) \neq B_1 B_3 + B_2 B_3}.$$

Доказательство теоремы 9 проводится по индукции. При $t = 1$ распределение случайного множества строится с помощью теоремы 3. Затем конструируется само случайное множество A_1, определенное на делимом вероятностном пространстве (нетрудно проверить, что на делимом вероятностном пространстве можно построить случайное подмножество конечного множества с любым заданным распределением именно в силу делимости пространства). Далее случайные множества A_2, A_3, …, A_t строим по индукции с помощью теоремы Теорема 9 доказана.

Замечание. Проведенное доказательство теоремы 9 проходит и в случае, когда при определении B^m используются отрицания, точнее, кроме B^m ранее введенного вида используются также последовательности результатов теоретико-множественных операций, очередной шаг в которых имеет вид

$$B_1^m = \overline{B^{m-1}} \circ B_m, \quad B_2^m = B^{m-1} \circ \overline{B_m}, \quad B_3^m = \overline{B^{m-1}} \circ \overline{B_m}.$$

А именно, сначала при помощи законов де Моргана (теорема 1 выше) проводится преобразование, в результате которого в последовательности B^m остаются только отрицания отдельных подмножеств из совокупности $B_1, B_2, B_3, ..., B_t$, а затем с помощью теоремы 5 вообще удается избавиться от отрицаний и вернуться к условиям теоремы 9.

Итак, в настоящей главе описаны связи между такими объектами нечисловой природы, как нечеткие и случайные множества, установленные в нашей стране в первой половине 70-х годов, начиная с работы [19]. Через несколько лет, а именно, в начале 80-х годов, близкие подходы стали развиваться и за рубежом. Одна из работ [20] носит примечательное название «Нечеткие множества как классы эквивалентности случайных множеств».

В эконометрике и прикладной статистике разработан ряд методов статистического анализа нечетких данных, в том числе методы классификации, регрессии, проверки гипотез о совпадении функций принадлежности по опытным данным и т.д., при этом оказались полезными общие подходы статистики объектов нечисловой природы [8]. Методологические и прикладные вопросы теории нечеткости широко обсуждаются в литературе. Приведем пример.

5.6. Нечеткий экспертный выбор в контроллинге инноваций

Обсудим одно применение экспертных технологий, разработанных на основе теории нечеткости.

В настоящее время активно разрабатывается подход к управлению инновационными проектами, основанный на методологии контроллинга. Одной из главных причин возникновения и внедрения концепции контроллинга для разработки инноваций на промышленных предприятиях стала необходимость в системной интеграции различных аспектов управления инновационными проектами. Контроллинг обеспечивает методическую и инструментальную базу для поддержки основных функций менеджмента: планирования, учета, контроля и анализа, а также оценки ситуаций для принятия управленческих решений [21].

Этапы контроллинга инноваций. Согласно [22], контроллинг инноваций включает в себя:

- оценку реализуемости проекта;
- информационную поддержку планирования разработки инновационного проекта;
- информационную поддержку контроля над осуществлением инновационного проекта;
- информационную поддержку функции анализа.

На первом этапе контроллеру проекта необходимо ответить на вопрос: достигнет ли предприятие поставленных перед ним целей, если приступит к реализации проекта. Цели проекта - как и цели самого предприятия, должны иметь ясный смысл, результаты, полученные при достижении цели, должны быть измеримы, а заданные ограничения (по времени, рамкам бюджета, выделенным ресурсам и качеству получаемых результатов) выполнимы. Если при реализации проекта общефирменные цели не достигаются, то подразделение контроллинга вырабатывает предложения об альтернативных вариантах реализации проекта, способных удовлетворить поставленные цели.

На этом этапе возникает задача выбора варианта реализации проекта, позволяющего достичь общефирменные цели.

Для решения этой задачи можно воспользоваться эконометрическими методами. Эконометрика - это наука, изучающая конкретные количественные и качественные взаимосвязи экономических объектов и процессов с помощью математических и статистических методов и моделей, поэтому именно в эконометрике следует искать методы для решения поставленной задачи.

Каждый предложенный вариант реализации проекта имеет свои преимущества и недостатки. Он может характеризоваться как количественными экономическими показателями, такими, как затраты, поступления и др., техническими показателями, описывающими характеристики качества разрабатываемого продукта, так и качественными показателями, выраженными в виде терминов, например, крошечный, маленький, средний.

Целесообразно выделить эталонный вариант реализации проекта и его характеристики. Характеристики подбираются таким образом, чтобы проект был оптимальным с точки зрения предъявляемых к нему требований. Чтобы сравнить варианты реализации проекта с эталонным вариантом и выбрать из них лучший, можно применить эконометрические методы, основанные на алгоритмах анализа качественных и количественных данных. Такие методы подробнее рассматриваются ниже.

На втором этапе осуществляется разработка планово-организационных мероприятий. Подразделение контроллинга разрабатывает методики и инструменты планирования, наилучшим образом подходящие в данных условиях и обеспечивающие наиболее точные результаты. Подготовленный план проверяется на реализуемость, затем решаются вопросы, связанные с координацией участников проекта, с организацией информационного потока, с организацией работ и назначением ответственных.

На третьем этапе устанавливается время проведения контрольных мероприятий, связанное с выполнением определенных блоков работ. Выбираются подконтрольные показатели, характеризующие финансовое и организационное состояние проекта. Устанавливаются допустимые отклонения выбранных показателей, превышение которых может привести к негативным последствиям. Проводится учет показателей, фиксация отклонений. Выявляются причины и виновники отклонений.

На заключительном четвертом этапе подразделение контроллинга оценивает влияние выявленных отклонений на дальнейшие шаги реализации проекта. Выясняет, как выявленные отклонения повлияли на основные управляемые параметры проекта.

По окончанию цикла контроллер проекта подготавливает отчет с предложением вариантов решения возникших проблем и изменением плановых величин на следующий период.

Эконометрические методы сравнения и выбора. На первом этапе контроллинга инноваций необходимо решить задачу выбора варианта реализации проекта. Выбор между вариантами очевиден, если один из вариантов лучше другого по всем рассматриваемым показателям. В реальных ситуациях выбора варианты обычно несравнимы - первый лучше по одним показателям, второй - по другим. Для сравнения вариантов целесообразно прибегать к экспертным технологиям [12].

Одна группа экспертных технологий нацелена на выявление объективного упорядочения вариантов в результате усреднения мнений экспертов. Используют различные способы расчета на основе средних рангов (прежде всего средних арифметических и медиан). Для моделирования результатов парных сравнений применяют теорию люсианов. Для экспертных оценок находят медиану Кемени, и т.д.

Другая группа экспертных технологий нацелена на получение коэффициентов весомости (важности, значимости) отдельных показателей. Итоговая оценка варианта реализации проекта получается в результате суммирования произведений значений показателей на соответствующие коэффициенты весомости. Иногда эти коэффициенты оцениваются экспертами на основе иерархической системы показателей. Более обоснованным является экспертно-статистический метод, согласно которому на основе обучающей выборки восстанавливается зависимость между показателями варианта реализации инновационного проекта и его итоговой оценкой.

Использование теории нечеткости. Для сравнения вариантов реализации инновационного проекта и выбора из них лучшего можно использовать подход, основанный на описании качественных характеристик нечеткими множествами. Опишем его [22].

Пусть $S = \{S_i, i = 1, 2, \ldots, n\}$ – множество, состоящее из n вариантов реализации инновационного проекта. Для каждого варианта S_i определено m характеристик Q_{ij}, $j = 1, 2, \ldots, m$. В зависимости от конкретных условий набор характеристик может меняться.

Необходимо выделить эталонный вариант реализации проекта S_o и его характеристики Q_{0j}. Характеристики подбираются таким образом, чтобы проект был оптимальным с точки зрения предъявляемых к нему требований.

Требуется проранжировать имеющиеся варианты S реализации инновационного проекта по заданным m характеристикам на соответствие эталону.

Для каждой характеристики Q_{ij}, согласно рассматриваемой методике, строится нечеткое множество $Q_{ij}, i = \overline{0,n},\ j = \overline{1,m}$. Для этого сначала определяются возможные значения переменной x_j, удовлетворяющие характеристике Q_{ij}. Предполагается, что они составляют отрезок X_{ij}. Определяется середина q_{ij} и полуширина (радиус) $\delta_{ij} > 0$ отрезка X_{ij}: Таким образом,

$$X_{ij} = [q_{ij} - \delta_{ij}; q_{ij} + \delta_{ij}].$$

Для описания критерия Q_{ij} могут применяться различные функции принадлежности. В соответствии с [22] используем функцию принадлежности следующего вида:

$$\mu_{ij}(x_j) = e^{-\frac{\ln 2}{\delta_{ij}^2}(x_j - q_{ij})^2}, i = \overline{0,n}, \quad j = \overline{1,m}.$$

Исходя из построения множества X_{ij}, в точке q_{ij} функция имеет максимум, в пределах множества X_{ij} функция принадлежности принимает значения больше 0,5, а вне X_{ij} – меньше:

$$\mu_{ij} : G_j \to [0;1];$$
$$\mu_{ij}(q_{ij}) = 1;$$
$$\mu_{ij}(x_j) \geq 0{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad x_j \in X_{ij}$$

В результате получаем нечеткие множества

$$\tilde{Q}_{ij} = \{x_j \mid \mu_{ij}(x_j)\}, \quad i = \overline{0,n}, \quad j = \overline{1,m},$$

описывающие критерии Q_{ij}.

Чтобы определить, в какой мере характеристика варианта s_i близка характеристике эталонного варианта s_o, вычисляют степень равенства v_{ij} соответствующих нечетких множеств:

$$v_{ij} = \max_{G_j} \min\left(\mu_{ij}\left(x_j\right), \mu_{oj}\left(x_j\right)\right).$$

Значение максимина достигается в точке пересечения функций принадлежности:

$$v_{ij} = \mu_{oj}\left(x_{ij}^*\right),$$

где

$$x_{ij}^* = \frac{q_{ij}\delta_{oj} + q_{oj}\delta_{ij}}{\delta_{oj} + \delta_{ij}}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}.$$

Произведя взвешенное голосование, получают интегральную оценку v_i соответствия совокупности характеристик варианта реализации проекта s_i совокупности характеристик эталонного варианта s_0:

$$v_i = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j v_{ij},$$

где

$$\alpha_j \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{m} \alpha_j = 1.$$

Здесь α_j является весом j-го критерия и показывает уровень его важности.

При обсуждении различных подходов к выбору наилучшего варианта реализации инновационного проекта иногда противопоставляют вероятностно-статистические модели и методы теории нечеткости. С обоснованной выше методологической точки зрения весьма важно, что такое противопоставление лишено оснований.

ГЛАВА 6. ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ЧИСЛА КАК ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

6.1. Интервальные числа и операции над ними

Интервальное число – это нечеткое множество с функцией принадлежности, равной 1 на отрезке [a, b] и равной 0 вне этого отрезка. Проще говоря, интервальное число – это (замкнутый) интервал [a, b]. Интервальное число – самый простой частный случай нечеткого множества. Хотя для интервальных чисел не выполняется одно из важных свойств нечетких множеств – непрерывность перехода от «непринадлежности к множеству» к «принадлежности», это математическое понятие позволяет успешно моделировать разброс результатов косвенных измерений и погрешности других расчетов в прикладных научных исследованиях.

Интервальные числа часто используются для описания результатов измерений, поскольку измерение всегда проводится с некоторой неопределенностью. Прогноз погоды, как и другие прогнозы, дается в виде интервала, например: «Температура завтра днем будет 15 – 17 градусов Цельсия».

Арифметические операции над интервальными числами $[a, b]$ и $[c, d]$ определяются следующим образом:

$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$, $[a, b] - [c, d] = [a - d + c, b - c]$,

$[a, b]\,[c, d] = [ac, bd]$, $[a, b] / [c, d] = [a/d, b/c]$

(формулы для умножения и деления приведены в случае положительных чисел a, b, c, d). Эти формулы получены при решении соответствующих оптимизационных задач. Пусть x лежит в отрезке $[a, b]$, а y — в отрезке $[c, d]$. Каково минимальное и максимальное значение для $x + y$? Очевидно, $a + c$ и $b + d$ соответственно. Минимальные и максимальные значения для $x - y$, xy, x/y указывают нижние и верхние границы для интервальных чисел, задающих результаты арифметических операций. А от арифметических операций можно перейти ко всем остальным математическим алгоритмам. Так строится интервальная математика: определив арифметические операции, можем по аналогии с обычной математикой проводить различные расчеты, поскольку алгоритмы расчетов представляют собой последовательности арифметических действий.

6.2. «Интервальное удвоение» математики

Первая монография по интервальной математике была опубликована Р.Е. Муром [23] в 1966 г. (практически одновременно с первой статьей Л.А. Заде по нечетким множествам), а на русском языке – Ю.И. Шокиным в 1981 г. [24]. В дальнейшем интервальная математика активно развивалась, но не так быстро, как теория нечетких множеств. Исключением является статистика интервальных данных, в которой получено много интересных результатов (они приведены, в частности, в одной из четырех глав монографии [8]), в то время как статистика нечетких данных до сих пор гораздо менее развита и представляет собой в основном результат применения общих подходов статистики объектов нечисловой природы, являющихся элементами пространств произвольного вида [8].

Любую математическую конструкцию, использующую числа, можно обобщить, заменив обычные числа на интервальные. Таким образом, применение интервальных чисел позволяет произвести «интервальное удвоение» математики. Открывается большое поле для теоретических исследований, имеющих непосредственный практический интерес. Вначале основные применения были связаны с автоматическим контролем ошибок округления при вычислениях на ЭВМ. Затем начали учитывать ошибки дискретизации численных методов и ошибки в начальных данных. Статистика интервальных данных исходит из модели, согласно которой элементы выборки известны лишь с точностью до «плюс-минус дельта», т.е. выборка состоит из интервалов фиксированной длины со случайными концами.

«Интервальное удвоение» математики состоит в том, что всюду, где используются действительные числа, их можно заменить интервалами (интервальными числами). Например, можно решать системы линейных алгебраических уравнений с интервальными коэффициентами или системы линейных дифференциальных уравнений с интервальными коэффициентами и интервальными граничными условиями. В статистике интервальных данных элементы выборки – не числа, а интервалы. В этом разделе прикладной статистики разработаны принципиально новые (по сравнению с классической математической статистикой) подходы, основанные на понятиях нотны и рационального объемы выборки (см. следующую главу).

Констатируем необходимость расширения математического аппарата с целью учета присущих реальности нечеткости и интервальности. Такая необходимость отмечалась в ряде публикаций [25-27], но пока еще не стала общепризнанной. На описании неопределенностей с помощью вероятностных моделей не останавливаемся, поскольку такому подходу посвящено множество работ.

Рассмотрим подробнее статистику интервальных данных.

ГЛАВА 7. СТАТИСТИКА ИНТЕРВАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В статистике интервальных данных элементы выборки — не числа, а интервалы. Это приводит к алгоритмам и выводам, принципиально отличающимся от классических. Настоящая работа посвящена основным идеям и подходам асимптотической статистики интервальных данных. Приведены результаты, связанные с основополагающими в рассматриваемой области прикладной математической статистики понятиями нотны и рационального объема выборки.

7.1. Развитие статистики интервальных данных

Перспективная и быстро развивающаяся область статистических исследований последних десятилетий — математическая статистика интервальных данных. Речь идет о развитии методов прикладной математической статистики в ситуации, когда статистические данные — не числа, а интервалы, в частности, порожденные наложением ошибок измерения на значения случайных величин. Полученные результаты отражены в выступлениях на проведенной в журнале «Заводская лаборатория» дискуссии [28] и в докладах Международной конференции ИНТЕРВАЛ-92 [29]. Приведем основные идеи весьма перспективного для вероятностно-статистических и интервальных методов и моделей принятия решений асимптотического направления в статистике интервальных данных, в котором синтезируются идеи интервальной математики и математической статистики.

В настоящее время признается необходимым изучение устойчивости (робастности) оценок параметров к малым отклонениям исходных данных и предпосылок модели. Однако популярная среди теоретиков модель засорения (Тьюки-Хьюбера) представляется не вполне адекватной. Эта модель нацелена на изучение влияния больших «выбросов». Поскольку любые реальные измерения лежат в некотором фиксированном диапазоне, а именно, заданном в техническом паспорте средства измерения, то зачастую выбросы не могут быть слишком большими. Поэтому представляются полезными иные, более общие схемы устойчивости, введенные в монографии [13], в которых, например, учитываются отклонения распределений результатов наблюдений от предположений модели.

В одной из таких схем изучается влияние интервальности исходных данных на статистические выводы. Необходимость такого изучения стала очевидной следующим образом. В государственных стандартах СССР по прикладной статистике в обязательном порядке давалось справочное приложение «Примеры применения правил стандарта». При подготовке ГОСТ 11.011-83 [30] разработчикам стандарта были переданы для анализа реальные данные о наработке резцов до предельного состояния (в часах). Оказалось, что все эти данные представляли собой либо целые числа, либо полуцелые (т.е. после умножения на 2 становящиеся целыми). Ясно, что исходная длительность наработок искажена. Необходимо учесть в статистических процедурах наличие такого искажения исходных данных. Как это сделать?

Первое, что приходит в голову — модель группировки данных, согласно которой для истинного значения X проводится замена на ближайшее число из множества $\{0,5n,\ n = 1, 2, 3, ...\}$. Однако эту модель целесообразно подвергнуть сомнению, а также рассмотреть иные модели. Так, возможно, что X надо приводить к ближайшему сверху элементу указанного множества — если проверка качества поставленных на испытание резцов проводилась раз в полчаса. Другой вариант: если расстояния от X до двух ближайших элементов множества $\{0,5n,\ n = 1, 2, 3, ...\}$ примерно равны, то естественно ввести рандомизацию при выборе заменяющего числа, и т.д.

Целесообразно построить новую математико-статистическую модель, согласно которой **результаты наблюдений — не числа, а интервалы**. Например, если в таблице приведено значение 53,5, то это значит, что реальное значение — какое-то число от 53,0 до 54,0, т.е. какое-то число в интервале [53,5 – 0,5; 53,5 + 0,5], где 0,5 — максимально возможная погрешность. Принимая эту модель, мы попадаем в новую научную область — статистику интервальных данных [31, 32]. Статистика интервальных данных идейно связана с интервальной математикой, в которой в роли чисел выступают интервалы (см., например, монографию [24]). Это направление математики является дальнейшим развитием всем известных правил приближенных вычислений, посвященных выражению погрешностей суммы, разности, произведения, частного через погрешности тех чисел, над которыми осуществляются перечисленные операции.

Как видно из сборника трудов Международной конференции [29], исследователям удалось решить ряд задач теории интервальных дифференциальных уравнений, в которых коэффициенты, начальные условия и решения описываются с помощью интервалов. По мнению ряда специалистов, статистика интервальных данных является частью интервальной математики [24]. Впрочем, распространена и другая точка зрения, согласно которой такое включение нецелесообразно, поскольку статистика интервальных данных использует несколько иные подходы к алгоритмам анализа реальных данных, чем сложившиеся в интервальной математике (подробнее см. ниже).

В настоящей главе развиваем асимптотические методы статистического анализа интервальных данных при больших объемах выборок и малых погрешностях измерений. В отличие от классической математической статистики, сначала устремляется к бесконечности объем выборки и только потом — уменьшаются до нуля погрешности (в классической математической статистике предельные переходы осуществляются в обратном порядке – сначала уменьшаются до нуля погрешности измерений, и только затем - устремляется к бесконечности объем выборки). В частности, еще в начале 1980-х годов с помощью такой асимптотики сформулированы правила выбора метода оценивания в ГОСТ 11.011-83 [30].

Нами разработана [33] общая схема исследования, включающая расчет нотны (максимально возможного отклонения статистики, вызванного интервальностью исходных данных) и рационального объема выборки (превышение которого не дает существенного повышения точности оценивания). Она применена к оцениванию математического ожидания и дисперсии [28], медианы и коэффициента вариации [34], параметров гамма-распределения [30, 35] и характеристик аддитивных статистик [33], при проверке гипотез о параметрах нормального распределения, в т.ч. с помощью критерия Стьюдента, а также гипотезы однородности с помощью критерия Смирнова [34]. Изучено асимптотическое поведение оценок метода моментов и оценок максимального правдоподобия (а также более общих — оценок минимального контраста), проведено асимптотическое сравнение этих методов в случае интервальных данных, найдены общие условия, при которых, в отличие от классической математической статистики, метод моментов дает более точные оценки, чем метод максимального правдоподобия [36].

Разработаны подходы к рассмотрению интервальных данных в основных постановках регрессионного, дискриминантного и кластерного анализов [37]. Изучено влияние погрешностей измерений и наблюдений на свойства алгоритмов регрессионного анализа, разработаны способы расчета нотн и рациональных объемов выборок, введены и исследованы новые понятия многомерных и асимптотических нотн, доказаны соответствующие предельные теоремы [37, 38]. Проведена первоначальная разработка интервального дискриминантного анализа, рассмотрено влияние интервальности данных на показатель качества классификации [37, 39]. Основные идеи и результаты рассматриваемого направления в статистике интервальных данных приведены в публикациях обзорного характера [31, 32].

Как показала Международная конференция ИНТЕРВАЛ-92, в области асимптотической математической статистики интервальных данных мы имеем мировой приоритет. По нашему мнению, со временем во все виды статистического программного обеспечения должны быть включены алгоритмы интервальной статистики, «параллельные» обычно используемым алгоритмам прикладной математической статистики. Это позволит в явном виде учесть наличие погрешностей у результатов наблюдений, сблизить позиции метрологов и статистиков.

Многие из утверждений статистики интервальных данных весьма отличаются от аналогов из классической математической статистики. В частности, не существует состоятельных оценок; средний квадрат ошибки оценки, как правило, асимптотически равен сумме дисперсии оценки, рассчитанной согласно классической теории, и некоторого положительного числа (равного квадрату т.н. нотны — максимально возможного отклонения значения статистики из-за погрешностей исходных данных) — в результате, метод моментов оказывается иногда точнее метода максимального правдоподобия [36]; нецелесообразно увеличивать объем выборки сверх некоторого предела (называемого рациональным объемом выборки) — вопреки классической теории, согласно которой чем больше объем выборки, тем точнее выводы.

В стандарт [30] включен раздел 5, посвященный выбору метода оценивания при неизвестных параметрах формы и масштаба и известном параметре сдвига и основанный на концепциях статистики интервальных данных. Теоретическое обоснование этого раздела стандарта опубликовано лишь через 5 лет в работе [35].

В 1982 г. при разработке стандарта [30] сформулированы основные идеи статистики интервальных данных. Однако из-за недостатка времени они не были полностью реализованы в ГОСТ 11.011-83, и этот стандарт написан в основном в классической манере. Развитие идей статистики интервальных данных продолжается уже более 30 лет, и еще многое необходимо сделать! Большое значение статистики интервальных данных для современной прикладной статистики обосновано в [40, 41].

Вторая (наряду с научной школой проф. А.И. Орлова) ведущая научная школа в области статистики интервальных данных — это школа проф. А.П. Вощинина (1937 - 2008), активно работающая с конца 70-х годов. Полученные результаты отражены в ряде монографий (см., прежде всего, [42, 43, 44]), статей [28, 45, 46, 47, 48], докладов, в частности, в трудах [29] Международной конференции ИНТЕРВАЛ-92, диссертациях [49, 50]. Изучены проблемы регрессионного анализа, планирования эксперимента, сравнения альтернатив и принятия решений в условиях интервальной неопределенности.

Рассматриваемое ниже наше научное направление отличается нацеленностью на асимптотические результаты, полученные при больших объемах выборок и малых погрешностях измерений, поэтому его полное название таково: асимптотическая математическая статистика интервальных данных.

7.2. Основные идеи и результаты статистики интервальных данных

Сформулируем сначала основные идеи асимптотической математической статистики интервальных данных, а затем рассмотрим реализацию этих идей на перечисленных выше примерах. Основные идеи достаточно просты, в то время как их проработка в конкретных ситуациях зачастую оказывается достаточно трудоемкой.

Пусть существо реального явления описывается выборкой $x_1, x_2, ..., x_n$. В вероятностной теории математической статистики, из которой мы исходим (см. справочник [51]), выборка — это набор независимых в совокупности одинаково распределенных случайных величин. Однако беспристрастный и тщательный анализ подавляющего большинства реальных задач показывает, что статистику известна отнюдь не выборка $x_1, x_2, ..., x_n$, а величины

$$y_j = x_j + \varepsilon_j,\ j = 1, 2, ..., n,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ — некоторые погрешности измерений, наблюдений, анализов, опытов, исследований (например, инструментальные ошибки).

Одна из причин появления погрешностей — запись результатов наблюдений с конечным числом значащих цифр. Дело в том, что для случайных величин с непрерывными функциями распределения событие, состоящее в попадании хотя бы одного элемента выборки в множество рациональных чисел, согласно правилам теории вероятностей имеет вероятность 0, а такими событиями в теории вероятностей принято пренебрегать. Поэтому при рассуждениях о выборках из нормального, логарифмически нормального, экспоненциального, равномерного, гамма-распределений, распределения Вейбулла-Гнеденко и др. приходится принимать, что эти распределения имеют элементы исходной выборки $x_1, x_2, ..., x_n$, в то время как статистической обработке доступны лишь искаженные значения $y_j = x_j + \varepsilon_j$.

Введем обозначения

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n),\ y = (y_1, y_2, ..., y_n),\ \varepsilon = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n).$$

Пусть статистические выводы основываются на статистике $f : R^n \to R^1$, используемой для оценивания параметров и характеристик распределения, проверки гипотез и решения иных статистических задач. Принципиально важная для статистики интервальных данных идея такова: СТАТИСТИК ЗНАЕТ ТОЛЬКО $f(y)$, НО НЕ $f(x)$.

Очевидно, в статистических выводах необходимо отразить различие между $f(y)$ и $f(x)$. Одним из двух основных понятий статистики интервальных данных является понятие нотны.

Определение. Величину максимально возможного (по абсолютной величине) отклонения, вызванного погрешностями наблюдений ε, известного статистику значения $f(y)$ от истинного значения $f(x)$, т.е.

$$N_f(x) = \sup | f(y) - f(x) |,$$

где супремум берется по множеству возможных значений вектора погрешностей ε (см. ниже), будем называть НОТНОЙ.

Если функция f имеет частные производные второго порядка, а ограничения на погрешности имеют вид[5]

$$| \varepsilon_i | \le \Delta,\ i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (1)$$

причем Δ мало, то приращение функции f с точностью до бесконечно малых более высокого порядка описывается главным линейным членом, т.е.

$$f(y) - f(x) = \sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \varepsilon_i + O(\Delta^2).$$

Чтобы получить асимптотическое (при $\Delta \to 0$) выражение для нотны, достаточно найти максимум и минимум линейной функции (главного линейного члена) на кубе, заданном неравенствами (1). Легко видеть, что максимум достигается, если положить

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta, & \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_i} \ge 0, \\ -\Delta, & \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_i} < 0, \end{cases}$$

а минимум, отличающийся от максимума только знаком, достигается при $\varepsilon_i' = -\varepsilon_i$. Следовательно, *нотна* с точностью до бесконечно малых более высокого порядка имеет вид

$$N_f(x) = \left(\sum_{1 \le i \le n} \left| \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \right| \right) \Delta.$$

Это выражение назовем *асимптотической нотной*.

---

[5] Нумерация формул здесь начинается заново.

Условие (1) означает, что исходные данные представляются статистику в виде интервалов $[y_i - \Delta; y_i + \Delta]$, $i = 1, 2, \ldots, n$ (отсюда и название этого научного направления). Ограничения на погрешности могут задаваться разными способами — кроме абсолютных ошибок используются относительные или иные показатели различия между x и y.

Если задана не предельная абсолютная погрешность Δ, а предельная относительная погрешность δ, т.е. ограничения на погрешности вошедших в выборку результатов измерений имеют вид

$$|\varepsilon_i| \le \delta\,|x_i|,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

то аналогичным образом получаем, что нотна с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, т.е. асимптотическая нотна, имеет вид

$$N_f(x) = \left(\sum_{1 \le i \le n} |\,x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\,|\right)\delta.$$

При практическом использовании рассматриваемой концепции необходимо провести тотальную замену символов x на символы y. В каждом конкретном случае удается показать, что в силу малости погрешностей разность $N_f(y) - N_f(x)$ является бесконечно малой более высокого порядка сравнительно с $N_f(x)$ или $N_f(y)$.

Основные результаты в вероятностной модели. В классической вероятностной модели элементы исходной выборки x_1, x_2, ..., x_n рассматриваются как независимые одинаково распределенные случайные величины. Как правило, существует некоторая константа $C > 0$ такая, что в смысле сходимости по вероятности

$$\lim_{n\to\infty} N_f(x) = C\Delta. \qquad (2)$$

Соотношение (2) доказывается отдельно для каждой конкретной задачи.

При использовании классических статистических методов в большинстве случаев используемая статистика $f(x)$ является асимптотически нормальной. Это означает, что существуют константы a и σ^2 такие, что

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\sqrt{n}\,\frac{f(x)-a}{\sigma} < x\right) = \Phi(x),$$

где $\Phi(x)$ — функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. При этом обычно оказывается, что

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}(Mf(x)-a)=0 \quad \text{и} \quad \lim_{n\to\infty} nDf(x)=\sigma^2,$$

а потому в классической математической статистике средний квадрат ошибки статистической оценки равен

$$M(f(x)-a)^2=(Mf(x)-a)^2+Df(x)=\frac{\sigma^2}{n}$$

с точностью до членов более высокого порядка.

В статистике интервальных данных ситуация совсем иная — обычно можно доказать, что средний квадрат ошибки равен

$$\max_{\{\varepsilon\}} M(f(x)-a)^2=\frac{\sigma^2}{n}+N_f^2(y)+o\left(\Delta^2+\frac{1}{n}\right). \qquad (3)$$

Из соотношения (3) вытекает ряд важных следствий. Правая часть этого равенства, в отличие от правой части соответствующего классического равенства, не стремится к 0 при безграничном возрастании объема выборки. Она остается больше некоторого положительного числа, а именно, квадрата нотны. Следовательно, статистика $f(x)$ не является состоятельной оценкой параметра a. Более того, состоятельных оценок вообще не существует.

Пусть доверительным интервалом для параметра a, соответствующим заданной доверительной вероятности γ, в классической математической статистике является интервал $(c_n(\gamma); d_n(\gamma))$. В статистике интервальных данных аналогичный доверительный интервал является более широким. Он имеет вид $(c_n(\gamma) - N_f(y); d_n(\gamma) + N_f(y))$. Таким образом, его длина увеличивается на две нотны. Следовательно, при увеличении объема выборки длина доверительного интервала не может стать меньше, чем $2C\Delta$ (см. формулу (2)).

В статистике интервальных данных методы оценивания параметров имеют другие свойства по сравнению с классической математической статистикой. Так, при больших объемах выборок метод моментов может быть заметно лучше, чем метод максимального правдоподобия (т.е. иметь меньший средний квадрат ошибки — см. формулу (3)), в то время как в классической математической статистике второй из названных методов всегда не хуже первого.

Рациональный объем выборки. Анализ формулы (3) показывает, что в отличие от классической математической статистики нецелесообразно безгранично увеличивать объем выборки, поскольку средний квадрат ошибки остается всегда большим квадрата нотны. Поэтому представляется полезным ввести понятие «рационального объема выборки» n_{rat}, при достижении которого продолжать наблюдения нецелесообразно.

Как установить «рациональный объем выборки»? Можно воспользоваться идеей «принципа уравнивания погрешностей», выдвинутой в монографии [13]. Речь идет о том, что вклад погрешностей различной природы в общую погрешность должен быть примерно одинаков. Этот принцип дает возможность выбирать необходимую точность оценивания тех или иных характеристик в тех случаях, когда это зависит от исследователя. В статистике интервальных данных в соответствии с «принципом уравнивания погрешностей» предлагается определять рациональный объем выборки n_{rat} из условия равенства двух величин — метрологической составляющей, связанной с нотной, и статистической составляющей — в среднем квадрате ошибки (3), т.е. из условия

$$\frac{\sigma^2}{n_{rat}} = N_f^2(y),\ n_{rat} = \frac{\sigma^2}{N_f^2(y)}.$$

Для практического использования выражения для рационального объема выборки неизвестные теоретические характеристики необходимо заменить их оценками. Это делается в каждой конкретной задаче по-своему.

Исследовательскую программу в области статистики интервальных данных можно «в двух словах» сформулировать так: для любого алгоритма анализа данных (алгоритма прикладной статистики) необходимо вычислить нотну и рациональный объем выборки. Или иные величины из того же понятийного ряда, возникающие в многомерном случае, при наличии нескольких выборок и при иных обобщениях описываемой здесь простейшей схемы. Затем проследить влияние погрешностей исходных данных на точность оценивания, доверительные интервалы, значения статистик критериев при проверке гипотез, уровни значимости и другие характеристики статистических выводов. Очевидно, классическая математическая статистика является частью статистики интервальных данных, выделяемой условием $\Delta = 0$.

Поясним теоретические концепции статистики интервальных данных на простых примерах.

7.3. Оценивание математического ожидания и дисперсии

Пусть необходимо оценить математическое ожидание случайной величины с помощью обычной оценки — среднего арифметического результатов наблюдений, т.е.

$$f(x) = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}.$$

Тогда при справедливости ограничений (1) на абсолютные погрешности имеем $N_f(x) = \Delta$. Таким образом, нотна полностью известна и не зависит от многомерной точки, в которой берется. Вполне естественно: если каждый результат наблюдения известен с точностью до Δ, то и среднее арифметическое известно с той же точностью. Ведь возможна систематическая ошибка — если к каждому результату наблюдения добавить Δ, то и среднее арифметическое увеличится на Δ.

Поскольку

$$D(\overline{x}) = \frac{D(x_1)}{n},$$

то в ранее введенных обозначениях

$$\sigma^2 = D(x_1).$$

Следовательно, рациональный объем выборки равен

$$n_{rat} = \frac{D(x_1)}{\Delta^2}.$$

Для практического использования полученной формулы надо оценить дисперсию результатов наблюдений. Можно доказать, что, поскольку Δ мало, это можно сделать обычным способом, например, с помощью несмещенной выборочной оценки дисперсии

$$s^2(y) = \frac{1}{n-1} \sum_{1 \le i \le n} (y_i - \overline{y})^2.$$

Здесь и далее рассуждения часто идут на двух уровнях. Первый — это уровень «истинных» случайных величин, обозначаемых «x», описывающих реальность, но неизвестных специалисту по анализу данных. Второй — уровень известных этому специалисту величин «y», отличающихся погрешностями от истинных. Погрешности малы, поэтому функции от x отличаются от функций от y на некоторые бесконечно малые величины. Эти соображения и позволяют использовать $s^2(y)$ как оценку $D(x_1)$.

Итак, выборочной оценкой рационального объема выборки является

$$n_{sample-rat} = \frac{s^2(y)}{\Delta^2}.$$

Уже на этом первом рассматриваемом примере видим, что рациональный объем выборки находится не где-то вдали, а непосредственно рядом с теми объемами, с которыми имеет дело любой практически работающий статистик. Например, если статистик знает, что

$$\Delta = \frac{\sigma}{6},$$

то n_{rat} = 36. А именно такова погрешность контрольных шаблонов во многих технологических процессах! Поэтому, занимаясь управлением качеством, необходимо обращать внимание на действующую на предприятии систему измерений.

По сравнению с классической математической статистикой доверительный интервал для математического ожидания (для заданной доверительной вероятности γ) имеет другой вид:

$$\left(\bar{y} - \Delta - u(\gamma)\frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{y} + \Delta + u(\gamma)\frac{s}{\sqrt{n}}\right), \qquad (4)$$

где $u(\gamma)$ — квантиль порядка $(1 + \gamma)/2$ стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

По поводу формулы (4) была довольно жаркая дискуссия среди специалистов. Отмечалось, что она получена на основе Центральной предельной теоремы теории вероятностей и может быть использована при любом распределении результатов наблюдений (с конечной дисперсией). Если же имеется дополнительная информация, то, по мнению отдельных специалистов, формула (4) может быть уточнена. Например, если известно, что распределение x_i является нормальным, в качестве $u(\gamma)$ целесообразно использовать квантиль распределения Стьюдента. К этому надо добавить, что по небольшому числу наблюдений нельзя надежно установить нормальность, а при росте объема выборки квантили распределения Стьюдента приближаются к квантилям нормального распределения.

Вопрос о том, часто ли результаты наблюдений имеют нормальное распределение, подробно обсуждался среди специалистов. Выяснилось, что распределения встречающихся в практических задачах результатов измерений почти всегда отличны от нормальных [52]. А также и от распределений из иных параметрических семейств, описываемых в учебниках.

Применительно к оцениванию математического ожидания (но не к оцениванию других характеристик или параметров распределения) факт существования границы возможной точности, определяемой точностью исходных данных, неоднократно отмечался в литературе ([53, с. 230–234], [54, с. 121] и др.).

Оценивание дисперсии. Для статистики $f(y) = s^2(y)$, где $s^2(y)$ — выборочная дисперсия (несмещенная оценка теоретической дисперсии), при справедливости ограничений (1) на абсолютные погрешности имеем

$$N_f(y) = \frac{2\Delta}{n-1}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \bar{y}| + O(\Delta^2).$$

Можно показать, что нотна $N_f(y)$ сходится к

$$2\Delta M\,|\,x_1 - M(x_1)\,|$$

по вероятности с точностью до $o(\Delta)$, когда n стремится к бесконечности. Это же предельное соотношение верно и для нотны $N_f(x)$, вычисленной для исходных данных. Таким образом, в данном случае справедлива формула (2) с

$$C = 2M\,|\,x_1 - M(x_1)\,|.$$

Известно [55], что случайная величина

$$\frac{s^2 - \sigma^2}{\sqrt{n}}$$

является асимптотически нормальной с математическим ожиданием 0 и дисперсией $D(x_1^2)$.

Из сказанного вытекает: в статистике интервальных данных асимптотический доверительный интервал для дисперсии σ^2 (соответствующий доверительной вероятности γ) имеет вид

$$(s^2(y) - A;\ s^2 + A),$$

где

$$A = \frac{u(\gamma)}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} y_j^2 \right)^2} + \frac{2\Delta}{n-1} \sum_{i=1}^{n} | y_i - \bar{y} |,$$

здесь $u(\gamma)$ обозначает тот же самый квантиль стандартного нормального распределения, что и выше в случае оценивания математического ожидания.

Рациональный объем выборки при оценивании дисперсии равен

$$n_{rat} = \frac{D(x_1^2)}{4\Delta^2 (M \,|\, x_1 - M(x_1) \,|)^2},$$

а выборочную оценку рационального объема выборки $n_{sample-rat}$ можно вычислить, заменяя теоретические моменты на соответствующие выборочные и используя доступные статистику результаты наблюдений, содержащие погрешности.

Что можно сказать о численной величине рационального объема выборки? Как и в случае оценивания математического ожидания, она отнюдь не выходит за пределы обычно используемых объемов выборок. Так, если распределение результатов наблюдений x_i является нормальным с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2, то в результате вычисления моментов случайных величин в предыдущей формуле получаем, что

$$n_{rat} = \frac{\sigma^2}{\pi \Delta^2},$$

где π — отношение длины окружности к диаметру, π = = 3,141592… Например, если $\Delta = \sigma/6$, то $n_{rat} = 11$. Это меньше, чем при оценивании математического ожидания в предыдущем примере.

7.4. Интервальные данные в задачах оценивания

Поясним теоретические концепции статистики интервальных данных на нескольких простых примерах.

Пример 1. Аддитивные статистики. Пусть $g : R^1 \to R^1$ — некоторая непрерывная функция. Аддитивные статистики имеют вид

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} g(x_i).$$

Тогда

$$\sum_{1\le i\le n} \left|\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right| = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{dg(x_i)}{dx_i}\right| \to M\left|\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|,$$

$$\sum_{1\le i\le n} \left|x_i\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right| = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|x_i\frac{dg(x_i)}{dx_i}\right| \to M\left|x_1\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|$$

по вероятности при $n \to \infty$, если математические ожидания в правых частях двух последних соотношений существуют. Применяя рассмотренные выше общие соображения, получаем, что при малых фиксированных Δ и δ и достаточно больших n значения $f(y)$ могут принимать любые величины из разрешенных (например, записываемых заданным числом значащих цифр) в замкнутом интервале

$$[f(x) - \Delta M\left|\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|;\ f(x) + \Delta M\left|\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|] \qquad (5)$$

при ограничениях (1) на абсолютные ошибки и в замкнутом интервале

$$\left[f(x) - \delta M\left|x_1\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|;\ f(x) + \delta M\left|x_1\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|\right] \qquad (6)$$

при ограничениях на относительные погрешности результатов наблюдений. Обратим внимание, что длины этих интервалов независимы от объема выборки, в частности, не стремятся к 0 при его росте.

К каким последствиям это отсутствие стремления к 0 приводит в задачах статистического оценивания? Поскольку для статистик аддитивного типа

$$f(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g(x_i) \to Mg(x_1) \qquad (7)$$

по вероятности при $n \to \infty$, если математическое ожидание в правой части формулы (7) существует, то аддитивную статистику $f(x)$ естественно рассматривать как непараметрическую оценку этого математического ожидания. Термин «непараметрическая» означает, что не делается предположений о принадлежности функции распределения выборки к тому или иному параметрическому семейству распределения. Распределение статистики $f(x)$ зависит от распределения результатов наблюдений. Однако для любого распределения результатов наблюдений с конечной дисперсией статистика $f(x)$ является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой для математического ожидания, указанного в правой части формулы (7).

Как известно, в рамках классической математической статистики в предположении существования ненулевой дисперсии $Dg(x_1)$ в силу асимптотической нормальности аддитивной статистики $f(x)$ асимптотический доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности γ, имеет вид

$$\left[f(x)-u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s(g(x))}{\sqrt{n}};\ f(x)+u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s(g(x))}{\sqrt{n}}\right],$$

где $s(g(x))$ — выборочное среднее квадратическое отклонение, построенное по $g(x_1)$, $g(x_2)$,…, $g(x_n)$, а $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$ — квантиль стандартного нормального распределения порядка $\frac{1+\gamma}{2}$.

В рассматриваемой модели порождения интервальных данных вместо $f(x)$ необходимо использовать $f(y)$, а вместо $g(x_i)$ — соответственно, $g(y_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. При этом доверительный интервал необходимо расширить с учетом формул (5) и (6).

В соответствии с проведенными рассуждениями для аддитивных статистик асимптотическая нотна имеет вид

$$N_f(x) = \Delta M \left|\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|$$

при ограничениях (1) на абсолютную погрешность и

$$N_f(x) = \delta M \left|x_1\frac{dg(x_1)}{dx_1}\right|$$

при ограничениях на относительную погрешность. В первом случае нотна является обобщением понятия предельной абсолютной систематической ошибки, во втором — предельной относительной систематической ошибки. Отметим, что, как и в примерах 1 и 2, асимптотическая нотна не зависит от точки, в которой вычисляется. Таким образом, она является константой для конкретного метода статистического анализа данных.

Поскольку n велико, а Δ и δ малы, можно пренебречь отличием выборочного среднего квадратического отклонения $s(g(y))$, вычисленного по выборке преобразованных значений $g(y_1)$, $g(y_2)$, …, $g(y_n)$, от выборочного среднего квадратического отклонения $s(g(x))$, построенного по выборке $g(x_1)$, $g(x_2)$, …, $g(x_n)$. Разность этих двух величин является бесконечно малой, они приближаются к одной и той же положительной константе.

В статистике интервальных данных выборочный доверительный интервал для $Mg(x_1)$ имеет вид

$$\left[f(y) - N_f(y) - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s(g(y))}{\sqrt{n}};\quad f(y) + N_f(y) + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s(g(y))}{\sqrt{n}} \right].$$

В асимптотике его длина такова:

$$2N_f(x) + 2u\left(\frac{1+\delta}{2}\right)\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

где σ^2 — дисперсия $g(x_1)$, в то время как в классической теории математической статистики имеется только второе слагаемое. Соотношение (8) — аналог суммарной ошибки у метрологов [53]. Поскольку первое слагаемое положительно, то оценивание $Mg(x_1)$ с помощью $f(y)$ не является состоятельным.

Для аддитивных статистик при больших n максимум (по возможным погрешностям) среднего квадрата отклонения оценки имеет вид

$$\max_{\varepsilon} M[f(y) - Mg(x_1)]^2 = N_f^2(x) + \frac{Dg(x_1)}{n} \quad (9)$$

с точностью до членов более высокого порядка. Исходя из принципа уравнивания погрешностей в общей схеме устойчивости [13], нецелесообразно второе слагаемое в (9) делать меньше первого за счет увеличения объема выборки n. Рациональный объем выборки, т.е. тот объем, при котором равны погрешности оценивания (или проверки гипотез), вызванные погрешностями исходных данных, и статистические погрешности, рассчитанные по обычным правилам математической статистики (при $\varepsilon_i \equiv 0$), для аддитивных статистик согласно (9) имеет вид

$$n_{rat} = \frac{Dg(x_1)}{N_f^2(x)}. \quad (10)$$

В качестве примера рассмотрим экспоненциально распределенные результаты наблюдений x_{ic} $M(x_1) = D(x_1) = 1$. Оцениваем математическое ожидание с помощью выборочного среднего арифметического при ограничениях на относительную погрешность. Тогда согласно формуле (10)

$$N_f(x) = \delta,\ n_{rat} = \frac{1}{\delta^2}.$$

В частности, если относительная погрешность измерений δ = 10%, то рациональный объем выборки равен 100. Формуле (10) соответствует также рассмотренный выше пример 1.

Пример 2. Оценивание медианы распределения с помощью выборочной медианы. Хотя нельзя выделить главный линейный член из-за недифференцируемости функции $f(x)$, выражающей выборочную медиану через элементы выборки, непосредственно из определения нотны следует, что при ограничениях на абсолютные погрешности

$$N_f(x) = \Delta,$$

а при ограничениях на относительные погрешности

$$N_f(x) = \delta x_{med}$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, где x_{med} — теоретическая медиана. Доверительный интервал для медианы имеет вид

$$[a_1(x) - N_f(x);\ a_2(x) + N_f(x)],$$

где $[a_1(x);\ a_2(x)]$ — доверительный интервал для медианы, вычисленный по классическим правилам непараметрической статистики [56]. Для нахождения рационального объема выборки можно использовать асимптотическую дисперсию выборочной медианы. Она, как известно (см., например, [57, с. 178]), равна

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{4np^2(x_{med})},$$

где $p(x_{med})$ — плотность распределения результатов измерений в точке x_{med}. Следовательно, рациональный объем выборки имеет вид

$$n_{rat} = \frac{1}{4p^2(x_{med})\Delta^2},\ n_{rat} = \frac{1}{4p^2(x_{med})x_{med}^2\delta^2}$$

при ограничениях на абсолютные и относительные погрешности результатов измерений соответственно. Для практического использования этих формул следует оценить плотность распределения результатов измерений в одной точке — теоретической медиане. Это можно сделать с помощью тех или иных непараметрических оценок плотности [56].

Если результаты наблюдений имеют стандартное нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, то

$$n_{rat} = \frac{\pi}{2\Delta^2} \approx \frac{1{,}57}{\Delta^2}.$$

В этом случае рациональный объем выборки в $\pi/2$ раз больше, чем для оценивания математического ожидания (см. выше). Однако для других распределений рассматриваемое соотношение объемов может быть иным, в частности, меньше 1. Как вытекает из работы А.Н. Колмогорова 1931 г. [58], рассматриваемое соотношение объемов может принимать любое значение между 0 и 3.

Пример 3. Оценивание коэффициента вариации. Рассмотрим выборочный коэффициент вариации

$$\nu = f(y_1, y_2, ..., y_n) = \frac{\left\{\frac{1}{n-1}\sum_{1\le i\le n}(y_i - \bar{y})^2\right\}^{1/2}}{\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} y_i} = \frac{s(y)}{\bar{y}}.$$

Как нетрудно подсчитать,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{n\bar{x}(x_i - \bar{x}) - (n-1)s^2(x)}{n(n-1)(\bar{x})^2 s(x)}.$$

В случае ограничений на относительную погрешность

$$\lim_{n\to\infty} N_f(x) = \frac{\delta}{(M(x_1))^2\sigma} M\,|\,x_1\{[x_1 - M(x_1)]M(x_1) - \sigma^2\}\,|.$$

На основе этого предельного соотношения и формулы для асимптотической дисперсии выборочного коэффициента вариации, приведенной в [56], могут быть найдены по описанной выше схеме доверительные границы для теоретического коэффициента вариации и рациональный объем выборки.

Замечание. Формулы для рационального объема выборки получены на основе асимптотической теории, а применяются для получения конечных объемов — 36 и 100 в рассмотренных ранее примерах. Как всегда при использовании асимптотических результатов математической статистики, необходимы дополнительные исследования для изучения точности асимптотических формул при конечных объемах выборок.

Перейдем от отдельных примеров к более общей ситуации. Рассмотрим классическую в прикладной математической статистике параметрическую задачу оценивания. Исходные данные — выборка $x_1, x_2, \ldots, x_n$, состоящая из n действительных чисел. В вероятностной модели простой случайной выборки ее элементы x_1, $x_2, \ldots, x_n$ считаются набором реализаций n независимых одинаково распределенных случайных величин. Будем считать, что эти величины имеют плотность $f(x)$. В параметрической статистической теории предполагается, что плотность $f(x)$ известна с точностью до конечномерного параметра, т.е., $f(x) = f(x, \theta_0)$ при некотором $\theta_0 \in \Theta \subseteq R^k$. Это, конечно, весьма сильное предположение, которое требует обоснования и проверки; однако в настоящее время параметрическая теория оценивания широко используется в различных прикладных областях.

Все результаты наблюдений определяются с некоторой точностью, в частности, записываются с помощью конечного числа значащих цифр (обычно 2–5). Следовательно, все реальные распределения результатов наблюдений дискретны. Обычно считают, что эти дискретные распределения достаточно хорошо приближаются непрерывными. Уточняя это утверждение, приходим к уже рассматривавшейся модели, согласно которой статистику доступны лишь величины

$$y_j = x_j + \varepsilon_j,\ j = 1, 2, \ldots, n,$$

где x_i — «истинные» значения, ε_1, ε_2, …, ε_n — погрешности наблюдений (включая погрешности дискретизации). В вероятностной модели принимаем, что n пар

$$(x_1, \varepsilon_1), (x_2, \varepsilon_2), \ldots, (x_n, \varepsilon_n)$$

образуют простую случайную выборку из некоторого двумерного распределения, причем $x_1, x_2, ..., x_n$ — выборка из распределения с плотностью $f(x) = f(x, \theta_0)$. Необходимо учитывать, что x_i и ε_i — реализации зависимых случайных величин (если считать их независимыми, то распределение y_i будет непрерывным, а не дискретным). Поскольку систематическую ошибку, как правило, нельзя полностью исключить [53, с. 141], то необходимо рассматривать случай $M\varepsilon_i \neq 0$. Нет оснований априори принимать и нормальность распределения погрешностей (согласно сводкам экспериментальных данных о разнообразии форм распределения погрешностей измерений, приведенным в [53, с. 148] и [56, с. 71–77], в подавляющем большинстве случаев гипотеза о нормальном распределении погрешностей оказалась неприемлемой для средств измерений различных типов). Таким образом, все три распространенных представления о свойствах погрешностей не адекватны реальности. Влияние погрешностей наблюдений на свойства статистических моделей необходимо изучать на основе иных моделей, а именно, моделей интервальной статистики.

Пусть ε — характеристика величины погрешности, например, средняя квадратическая ошибка $\varepsilon = \sqrt{M(\varepsilon_i^2)}$. В классической математической статистике ε считается пренебрежимо малой ($\varepsilon \to 0$) при фиксированном объеме выборки n. Общие результаты доказываются в асимптотике $n \to \infty$. Таким образом, в классической математической статистике сначала делается предельный переход $\varepsilon \to 0$, а затем предельный переход $n \to \infty$. В статистике интервальных данных принимаем, что объем выборки достаточно велик ($n \to \infty$), но всем измерениям соответствует одна и та же характеристика погрешности $\varepsilon \neq 0$. Полезные для анализа реальных данных предельные теоремы получаем при $\varepsilon \to 0$. В статистике интервальных данных сначала делается предельный переход $n \to \infty$, а затем предельный переход $\varepsilon \to 0$. Итак, в обеих теориях используются одни и те же два предельных перехода: $n \to \infty$ и $\varepsilon \to 0$, но в разном порядке. Утверждения обеих теорий принципиально различны.

В дальнейшем изложение идет на примере оценивания параметров гамма-распределения, хотя аналогичные результаты можно получить и для других параметрических семейств, а также для задач проверки гипотез (см. ниже) и т.д. Наша цель — продемонстрировать основные черты подхода статистики интервальных данных. Его разработка была стимулирована подготовкой ГОСТ 11.011-83 [30].

Отметим, что постановки статистики объектов нечисловой природы соответствуют подходу, принятому в общей теории устойчивости [13, 56]. В соответствии с этим подходом выборке $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ ставится в соответствие множество допустимых отклонений $G(x)$, т.е. множество возможных значений вектора результатов наблюдений $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$. Если известно, что абсолютная погрешность результатов измерений не превосходит Δ, то множество допустимых отклонений имеет вид

$$G(x, \Delta) = \{y : | y_i - x_i | \leq \Delta, i = 1, 2, \ldots, n\}.$$

Если известно, что относительная погрешность не превосходит δ, то множество допустимых отклонений имеет вид

$$G(x, \delta) = \left\{ y : \left| \frac{y_i}{x_i} - 1 \right| \leq \delta, i = 1, 2, ..., n \right\}.$$

Теория устойчивости позволяет учесть «наихудшие» отклонения, т.е. приводит к выводам типа минимаксных, в то время как конкретные модели погрешностей позволяют делать заключения о поведении статистик «в среднем».

Оценки параметров гамма-распределения. Как известно, случайная величина X имеет гамма-распределение, если ее плотность такова [30]:

$$f(x;\ a;\ b) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(a)} x^{a-1} b^{-a} \exp\left\{-\dfrac{x}{b}\right\},\ x > 0, \\ 0,\ x \le 0, \end{cases}$$

где a — параметр формы, b — параметр масштаба, $\Gamma(a)$ — гамма-функция. Отметим, что есть и иные способы параметризации семейства гамма-распределений [59].

Поскольку $M(X) = ab$, $D(X) = ab^2$, то оценки метода имеют вид

$$\hat{a} = \frac{(\bar{x})^2}{s^2},\ \hat{b} = \frac{\bar{x}}{\hat{a}} = \frac{s^2}{\bar{x}},$$

где $\bar{x}$ — выборочное среднее арифметическое, а s^2 — выборочная дисперсия. Можно показать, что при больших n

$$M(\bar{a} - a)^2 = \frac{2a(a+1)}{n},\ M(\hat{b} - b)^2 = \frac{b^2}{n}\left(2 + \frac{3}{a}\right) \quad (11)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка.

Оценка максимального правдоподобия a^* имеет вид [30]:

$$a^* = H\left(\frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n} \ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right)\right), \quad (12)$$

где $H(\bullet)$ — функция, обратная к функции

$$Q(a) = \ln a - \frac{d\Gamma(a)}{da} \Big/ \Gamma(a).$$

При больших n с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$M(a^* - a)^2 = \frac{a}{n(a\psi'(a) - 1)},\ \psi(a) = \frac{d\Gamma(a)}{da} \Big/ \Gamma(a).$$

Как и для оценок метода моментов, оценка максимального правдоподобия b^* параметра масштаба имеет вид

$b^* = \bar{x}/a^*$.

При больших n с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$M(b^* - b)^2 = \frac{b^2\psi'(a)}{n(a\psi'(a) - 1)}.$$

Используя свойства гамма-функции, можно показать [30], что при больших a

$$M(a^* - a)^2 = \frac{a(2a-1)}{n},\ M(b^* - b)^2 = \frac{2b^2}{n}$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Сравнивая с формулами (11), убеждаемся в том, что средние квадраты ошибок для оценок метода моментов больше соответствующих средних квадратов ошибок для оценок максимального правдоподобия. Таким образом, с точки зрения классической математической статистики оценки максимального правдоподобия имеют преимущество по сравнению с оценками метода моментов.

Необходимость учета погрешностей измерений. Положим

$$\nu = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} \ln\left(\frac{\overline{x}}{x_i}\right).$$

Из свойств функции $H(\bullet)$ следует [30, с. 14], что при малых v

$a^{*} \sim 1/(2\nu)$.(13)

В силу состоятельности оценки максимального правдоподобия a^* из формулы (13) следует, что $\nu \to 0$ по вероятности при $a \to \infty$.

Согласно модели статистики интервальных данных результатами наблюдений являются не x_i, а y_i, вместо v по реальным данным рассчитывают

$$w = f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} \ln\left(\frac{\overline{y}}{y_i}\right).$$

Имеем

$$w - v = \ln\left(\frac{\overline{y}}{\overline{x}}\right) - \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} \ln\left(1 + \frac{\varepsilon_i}{x_i}\right). \qquad (14)$$

В силу Закона больших чисел при достаточно малой погрешности ε, обеспечивающей возможность приближения $\ln(1 + \alpha) \sim \alpha$ для слагаемых в формуле (14), или, что эквивалентно, при достаточно малых предельной абсолютной погрешности Δ в формуле (1) или достаточно малой предельной относительной погрешности δ имеем при $n \to \infty$

$$w - v \to \frac{M(\varepsilon_i)}{M(x_i)} - M\left(\frac{\varepsilon_i}{x_i}\right) = c$$

по вероятности (в предположении, что все погрешности одинаково распределены). Таким образом, наличие погрешностей вносит сдвиг, вообще говоря, не исчезающий при росте объема выборки. Следовательно, если $c \neq 0$, то оценка максимального правдоподобия не является состоятельной. Имеем

$$a^*(y) - a^* \approx -\frac{c}{2v^2},$$

где величина $a^*(y)$ определена по формуле (12) с заменой x_i на y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Из формулы (13) следует [30], что

$$a^*(y) - a \approx -2(a^*)^2 c, \quad (15)$$

т.е. влияние погрешностей измерений увеличивается по мере роста a.

Из формул для v и w следует, что с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$w - v \approx \sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \varepsilon_i = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} \left(\frac{1}{\bar{x}} - \frac{1}{x_i} \right) \varepsilon_i. \quad (16)$$

С целью нахождения асимптотического распределения w выделим, используя формулу (16) и формулу для v, главные члены в соответствующих слагаемых

$$w = \ln M(x_1) + \\ + \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} \left\{ \frac{x_i - M(x_1)}{M(x_i)} - \ln x_i + \left(\frac{1}{M(x_1)} - \frac{1}{x_i} \right) \varepsilon_i \right\} + O_p\left(\frac{1}{n}\right). \quad (17)$$

Таким образом, величина w представлена в виде суммы независимых одинаково распределенных случайных величин (с точностью до зависящего от случая остаточного члена порядка $1/n$). В каждом слагаемом выделяются две части — одна, соответствующая v, и вторая, в которую входят ε_i. На основе представления (17) можно показать, что при $n \to \infty$, $\varepsilon \to 0$ распределения случайных величин v и w асимптотически нормальны, причем

$$M(w) \approx M(v) + c, \; D(w) \approx D(v).$$

Из асимптотического совпадения дисперсий v и w, вида параметров асимптотического распределения (при $a \to \infty$) оценки максимального правдоподобия a^* и формулы (15) вытекает одно из основных соотношений статистики интервальных данных

$$M(a^*(y) - a)^2 \approx 4a^4c^2 + \frac{a(2a-1)}{n}. \quad (18)$$

Соотношение (18) уточняет утверждение о несостоятельности a^*. Из него следует также, что не имеет смысла безгранично увеличивать объем выборки n с целью повышения точности оценивания параметра a, поскольку при этом уменьшается только второе слагаемое в (18), а первое остается постоянным.

В соответствии с общим подходом статистики интервальных данных в стандарте [30] предлагается определять рациональный объем выборки n_{rat} из условия «уравнивания погрешностей» (это условие было впервые предложено в монографии [13]) различных видов в формуле (18), т.е. из условия

$$4a^4c^2 = \frac{a(2a-1)}{n_{rat}}.$$

Упрощая это уравнение в предположении $a \to \infty$, получаем, что

$$n_{rat} = \frac{1}{2a^2c^2}.$$

Согласно сказанному выше, целесообразно использовать лишь выборки с объемами $n \le n_{rat}$. Превышение рационального объема выборки n_{rat} не дает существенного повышения точности оценивания.

Применение методов теории устойчивости. Найдем асимптотическую нотну. Как следует из вида главного линейного члена в формуле (17), решение оптимизационной задачи

$$w - v \to \max, |\varepsilon_i| \le \Delta,$$

соответствующей ограничениям на абсолютные погрешности, имеет вид

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta, & \frac{1}{\bar{x}} - \frac{1}{x_i} \ge 0, \\ -\Delta, & \frac{1}{\bar{x}} - \frac{1}{x_i} < 0. \end{cases}$$

Однако при этом пары (x_i, ε_i) не образуют простую случайную выборку, т.к. в выражения для ε_i входит $\bar{x}$. Однако при $n \to \infty$ можно заменить $\bar{x}$ на $M(x_1)$. Тогда получаем, что

$$w - v \approx A\Delta$$

при $a > 1$, где

$$A = M\left|\frac{1}{M(x_1)} - \frac{1}{x_1}\right| = \int_0^\infty \left|\frac{1}{ab} - \frac{1}{x}\right| f(x, a, b)dx.$$

Таким образом, с точностью до бесконечно малых более высокого порядка нотна имеет вид

$$N_{a^*}(y) = 2(a^*)^2c, \; c = A\Delta.$$

Применим полученные результаты к построению доверительных интервалов. В постановке классической математической статистики (т.е. при $\varepsilon = 0$) доверительный интервал для параметра формы a, соответствующий доверительной вероятности γ, имеет вид [30]

$$\left[a^* - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*);\ a^* + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*)\right],$$

где $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$ — квантиль порядка $\frac{1+\gamma}{2}$ стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1,

$$[\sigma^*(a^*)]^2 = \frac{a^*}{n(a^*\psi'(a^*)-1)},\ \psi(a) = \frac{d\Gamma(a)}{da}\Big/\Gamma(a).$$

В постановке статистики интервальных данных (т.е. при $\varepsilon \neq 0$) следует рассматривать доверительный интервал

$$\begin{bmatrix} a^* - 2(a^*)^2|c| - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*); \\ a^* + 2(a^*)^2|c| + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*) \end{bmatrix},$$

где

$$c = \frac{M(\varepsilon_i)}{M(x_i)} - M\left(\frac{\varepsilon_i}{x_i}\right)$$

в вероятностной постановке (пары (x_i, ε_i) образуют простую случайную выборку) и $c = A\Delta$ в оптимизационной постановке. Как в вероятностной, так и в оптимизационной постановках длина доверительного интервала не стремится к 0 при $n \to \infty$.

Если ограничения наложены на предельную относительную погрешность, задана величина δ, то значение c можно найти с помощью следующих правил приближенных вычислений [60, с. 142].

(I). Относительная погрешность суммы заключена между наибольшей и наименьшей из относительных погрешностей слагаемых.

(II). Относительная погрешность произведения и частного равна сумме относительных погрешностей сомножителей или, соответственно, делимого и делителя.

Можно показать, что в рамках статистики интервальных данных с ограничениями на относительную погрешность правила (I) и (II) являются строгими утверждениями при $\delta \to 0$.

Обозначим относительную погрешность некоторой величины t через ОП(t), абсолютную погрешность — через АП(t).

Из правила (I) следует, что ОП($\bar{x}$) = δ, а из правила (II) — что

$$ОП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = 2\delta.$$

Поскольку рассмотрения ведутся при $a \to \infty$, то в силу неравенства Чебышева

$$\frac{\bar{x}}{x_i} \to 1 \qquad (19)$$

по вероятности при $a \to \infty$, поскольку и числитель, и знаменатель в (19) с близкой к 1 вероятностью лежат в промежутке $[ab - db\sqrt{a};\ ab + db\sqrt{a}]$, где константа d может быть определена с помощью упомянутого неравенства Чебышева.

Поскольку при справедливости (19) с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$\ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) \approx \frac{\bar{x}}{x_i} - 1.$$

то с помощью трех последних соотношений имеем

$$ОП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = АП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = АП\left(\ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right)\right) = 2\delta. \qquad (20)$$

Применим еще одно правило приближенных вычислений [60, с. 142].

(III). Предельная абсолютная погрешность суммы равна сумме предельных абсолютных погрешностей слагаемых.

Из (20) и правила (III) следует, что

$АП(v) = 2\delta$.

Из этого соотношения и (15) вытекает [30, с. 44, ф-ла (18)], что

$АП(a^*) = 4a^2\delta$,

откуда в соответствии с ранее полученной формулой для рационального объема выборки с заменой $c = 2\delta$ получаем, что

$$n_{rat} = \frac{1}{8a^2\delta^2}.$$

В частности, при $a = 5{,}00$; $\delta = 0{,}01$ получаем $n_{rat} = 50$, т.е. в ситуации, в которой были получены данные о наработке резцов до предельного состояния (см. табл. 1, составленную согласно [30, с. 29]), проводить более 50 наблюдений нерационально.

Таблица 1

Наработка резцов до предельного состояния, ч

№ п/п	Наработка, ч	№ п/п	Наработка, ч	№ п/п	Наработка, ч
1	9	18	47,5	35	63
2	17,5	19	48	36	64,5
3	21	20	50	37	65
4	26,5	21	51	38	67,5
5	27,5	22	53,5	39	68,5
6	31	23	55	40	70
7	32,5	24	56	41	72,5
8	34	25	56	42	77,5
9	36	26	56,5	43	81
10	36,5	27	57,5	44	82,5
11	39	28	58	45	90
12	40	29	59	46	96
13	41	30	59	47	101,5
14	42,5	31	60	48	117,5
15	43	32	61	49	127,5
16	45	33	61,5	50	130
17	46	34	62		

В соответствии с ранее проведенными рассмотрениями асимптотический доверительный интервал для a, соответствующий доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$, имеет вид

$$\left[\begin{array}{l} a^* - 4(a^*)^2\delta - 1{,}96\sqrt{\dfrac{a^*(2a^*-1)}{n}}; \\ a^* + 4(a^*)^2\delta + 1{,}96\sqrt{\dfrac{a^*(2a^*-1)}{n}} \end{array}\right].$$

В частности, при $a^* = 5{,}00$, $\delta = 0{,}01$, $n = 50$ имеем асимптотический доверительный интервал [2,12; 7,86] вместо [3,14; 6,86] при $\delta = 0$.

При больших a в силу соображений, приведенных при выводе формулы (19), можно связать между собой относительную и абсолютную погрешности результатов наблюдений x_i:

$\delta = \dfrac{\Delta}{M(x_1)} = \dfrac{\Delta}{ab}.$ (21)

Следовательно, при больших a имеем

$c = 2\delta = A\Delta,\ A = \dfrac{2\delta}{\Delta} = \dfrac{2}{ab}.$

Таким образом, проведенные рассуждения дали возможность вычислить асимптотику интеграла, задающего величину A.

Сравнение методов оценивания. Изучим влияние погрешностей измерений (с ограничениями на абсолютную погрешность) на оценку € метода моментов. Имеем

$A\Pi(\overline{x}) = \Delta,\ A\Pi((\overline{x})^2) \approx 2\overline{x}\Delta \approx 2ab\Delta.$

Погрешность s^2 зависит от способа вычисления s^2. Если используется формула

$s^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{1\le i\le n}(x_i - \overline{x})^2,$ (22)

то необходимо использовать соотношения

$A\Pi(x_i - \overline{x}) = 2\Delta,\ A\Pi[(x_i - \overline{x})^2] \approx 2|x_i - \overline{x}|\,\Delta.$

По сравнению с анализом влияния погрешностей на оценку a^* здесь возникает новый момент — необходимость учета погрешностей в случайной составляющей отклонения оценки € от оцениваемого параметра, в то время как при рассмотрении оценки максимального правдоподобия погрешности давали лишь смещение. Примем в соответствии с неравенством Чебышева

$|x_i - \overline{x}| \approx \sqrt{D(x_1)},$ (23)

тогда

$A\Pi[(x_i - \overline{x})^2] \approx 2b\sqrt{a}\Delta,\ A\Pi(s^2) \approx 2b\sqrt{a}\Delta.$

Замечание.(Если вычислять s^2 по формуле

$s^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{1\le i\le n}x_i^2 - \dfrac{n}{n-1}(\overline{x})^2,$ (24)

то аналогичные вычисления дают, что

$A\Pi(s^2) \approx 4ab\Delta,$

т.е. погрешность при больших a существенно больше. Хотя правые части формул (22) и (24) тождественно равны, но погрешности вычислений по этим формулам весьма отличаются. Связано это с тем, что в формуле (24) последняя операция — нахождение разности двух больших чисел, примерно равных по величине (для выборки из гамма-распределения при большом значении параметра формы).)

Из полученных результатов следует, что

$$A\Pi(\hat{a}) = A\Pi\left(\frac{(\overline{x})^2}{s^2}\right) \approx \frac{2\Delta}{b}(1+\sqrt{a}).$$

При выводе этой формулы использована линеаризация влияния погрешностей (выделение главного линейного члена). Используя связь (21) между абсолютной и относительной погрешностями, можно записать

$$A\Pi(\hat{a}) \approx 2a(1+\sqrt{a})\delta.$$

Эта формула отличается от приведенной в [30, с. 44, формула (19)]

$$A\Pi(\hat{a}) \sim 2a(1+3\sqrt{a})\delta,$$

поскольку в [30] вместо (23) использовалась оценка

$$|x_i - \overline{x}| < 3\sqrt{D(x_1)}.$$

Используя соотношение (23), мы характеризуем влияние погрешностей «в среднем».

Доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности 0,95, имеет вид

$$\begin{bmatrix} \hat{a} - 2\hat{a}(1+\sqrt{\hat{a}})\delta - 1{,}96\sqrt{\dfrac{2\hat{a}(\hat{a}+1)}{n}}; \\ \hat{a} - 2\hat{a}(1+\sqrt{\hat{a}})\delta - 1{,}96\sqrt{\dfrac{2\hat{a}(\hat{a}+1)}{n}} \end{bmatrix}.$$

Если $\hat{a}$ = 5,00; δ = 0,01; *n* = 50, то получаем доверительный интервал [2,54; 7,46] вместо [2,86; 7,14] при δ = 0. Хотя при δ = 0 доверительный интервал для *a* при использовании оценки метода моментов $\hat{a}$ шире, чем при использовании оценки максимального правдоподобия a^*, при δ = 0,01 результат сравнения длин интервалов противоположен.

Необходимо выбрать способ сравнения двух методов оценивания параметра *a*, поскольку в длины доверительных интервалов входят две составляющие — зависящая от доверительной вероятности и не зависящая от нее. Выберем δ = 0,68, т.е. $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right) = 1{,}00$. Тогда оценке максимального правдоподобия a^* соответствует полудлина доверительного интервала

$$\nu(a^*) = 4a^2\delta + \sqrt{\frac{a(2a-1)}{n}}, \qquad (25)$$

а оценке $\hat{a}$ метода моментов соответствует полудлина доверительного интервала

$$\nu(€) = 2a(1+\sqrt{a})\delta + \sqrt{\frac{2a(a+1)}{n}}. \qquad (26)$$

Ясно, что больших a или больших n справедливо неравенство $\nu(a^*) > \nu(€)$, т.е. метод моментов лучше метода максимального правдоподобия, вопреки классическим результатам Р. Фишера при $\delta = 0$ [61, с. 99].

Из (25) и (26) элементарными преобразованиями получаем следующее правило принятия решений. Если

$$\delta\sqrt{n} \ge \frac{\sqrt{2a(a+1)} - \sqrt{a(2a-1)}}{4a^2 - 2a(1+\sqrt{a})} = B(a),$$

то $\nu(a^*) \ge \nu(€)$ и следует использовать €; а если $\delta\sqrt{n} < B(a),$ то $\nu(a^*) < \nu(€)$ и надо применять a^*. Для выбора метода оценивания при обработке реальных данных целесообразно использовать $B(€)$ (см. раздел 5 в ГОСТ 11.011-83 [30, с. 10–11]).

Пример анализа реальных данных опубликован в [30].

На основе рассмотрения проблем оценивания параметров гамма-распределения можно сделать некоторые общие выводы. Если в классической теории математической статистики:

а) существуют состоятельные оценки a_n параметра a,

$$\lim_{n\to\infty} M(a_n - a)^2 = 0;$$

б) для повышения точности оценивания объем выборки целесообразно безгранично увеличивать;

в) оценки максимального правдоподобия лучше оценок метода моментов,

то в статистике интервальных данных, учитывающей погрешности измерений, соответственно:

а) не существует состоятельных оценок: для любой оценки a_n существует константа c такая, что

$$\lim_{n\to\infty} M(a_n - a)^2 \ge c > 0;$$

б) не имеет смысла рассматривать объемы выборок, большие «рационального объема выборки» n_{rat};

в) оценки метода моментов в обширной области параметров $(a,\ n,\ \delta)$ лучше оценок максимального правдоподобия, в частности, при $a \to \infty$ и при $n \to \infty$.

Ясно, что приведенные выше результаты справедливы не только для рассмотренной задачи оценивания параметров гамма-распределения, но и для многих других постановок прикладной математической статистики.

Метрологические, методические, статистические и вычислительные погрешности. Целесообразно выделить ряд видов погрешностей статистических данных. Погрешности, вызванные неточностью измерения исходных данных, называем *метрологическими*. Их максимальное значение можно оценить с помощью нотны. Впрочем, выше на примере оценивания параметров гамма-распределения показано, что переход от максимального отклонения к реально имеющемуся в вероятностно-статистической модели не меняет выводы (с точностью до умножения предельных значений погрешностей Δ или δ на константы). Как правило, метрологические погрешности не убывают с ростом объема выборки.

Методические погрешности вызваны неадекватностью вероятностно-статистической модели, отклонением реальности от ее предпосылок. Неадекватность обычно не исчезает при росте объема выборки. Методические погрешности целесообразно изучать с помощью «общей схемы устойчивости» [13, 56], обобщающей популярную в теории робастных статистических процедур модель засорения большими выбросами. В настоящей главе методические погрешности не рассматриваются.

Статистическая погрешность — это та погрешность, которая традиционно рассматривается в математической статистике. Ее характеристики — дисперсия оценки, дополнение до 1 мощности критерия при фиксированной альтернативе и т.д. Как правило, статистическая погрешность стремится к 0 при росте объема выборки.

Вычислительная погрешность определяется алгоритмами расчета, в частности, правилами округления. На уровне чистой математики справедливо тождество правых частей формул (22) и (24), задающих выборочную дисперсию s^2, а на уровне вычислительной математики формула (22) дает при определенных условиях существенно больше верных значащих цифр, чем вторая [62, с. 51–52].

Выше на примере задачи оценивания параметров гамма-распределения рассмотрено совместное действие метрологических и вычислительных погрешностей, причем погрешности вычислений оценивались по классическим правилам для ручного счета [60]. Оказалось, что при таком подходе оценки метода моментов имеют преимущество перед оценками максимального правдоподобия в обширной области изменения параметров. Однако, если учитывать только метрологические погрешности, как это делалось выше в примерах 1–3, то с помощью аналогичных выкладок можно показать, что оценки этих двух типов имеют (при достаточно больших n) одинаковую погрешность.

Вычислительную погрешность здесь подробно не рассматриваем. Ряд интересных результатов о ее роли в статистике получили Н.Н. Ляшенко и М.С. Никулин [63].

Проведем сравнение методов оценивания параметров в более общей постановке.

В теории оценивания параметров классической математической статистики установлено, что метод максимального правдоподобия, как правило, лучше (в смысле асимптотической дисперсии и асимптотического среднего квадрата ошибки), чем метод моментов. Однако в интервальной статистике это, вообще говоря, не так, что продемонстрировано выше на примере оценивания параметров гамма-распределения. Сравним эти два метода оценивания в случае интервальных данных в общей постановке. Поскольку метод максимального правдоподобия — частный случай метода минимального контраста, начнем с разбора этого несколько более общего метода.

Оценки минимального контраста. Пусть X — пространство, в котором лежат независимые одинаково распределенные случайные элементы x_1, x_2, …, x_n, … Будем оценивать элемент пространства параметров Θ с помощью функции контраста $f : X \times \Theta \to R^1$. Оценкой минимального контраста называется

$$\theta_n = Arg\min\left\{\sum_{1\le i\le n} f(x_i,\theta),\ \theta\in\Theta\right\}.$$

Если множество θ_n состоит из более чем одного элемента, то оценкой минимального контраста называют также любой элемент θ_n.

Оценками минимального контраста являются многие робастные статистики [13, 64]. Эти оценки широко используются в статистике объектов нечисловой природы [3, 56], поскольку при

$X = \Theta$ переходят в эмпирические средние, а если $X = \Theta$ — пространство бинарных отношений — в медиану Кемени.

Пусть в X имеется мера μ (заданная на той же σ-алгебре, что участвует в определении случайных элементов x_i), и $p(x;\ \theta)$ — плотность распределения x_i по мере μ. Если

$$f(x;\theta) = -\ln p(x;\theta),$$

то оценка минимального контраста переходит в оценку максимального правдоподобия.

Асимптотическое поведение оценок минимального контраста в случае пространств X и Θ общего вида хорошо изучено [65], в частности, известны условия состоятельности оценок. Здесь ограничимся случаем $X = R^1$, но при этом введя погрешности измерений ε_i. Примем также, что $\Theta = (\theta_{\min}, \theta_{\max}) \subseteq R^1$.

В рассматриваемой математической модели предполагается, что статистику известны лишь искаженные значения $y_i = x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Поэтому вместо θ_n он вычисляет

$$\theta_n^* = Arg\min\left\{\sum_{1\le i\le n} f(y_i, \theta),\ \theta\in\Theta\right\}.$$

Будем изучать величину $\theta_n^* - \theta_n$ в предположении, что погрешности измерений ε_i малы. Цель этого изучения — продемонстрировать идеи статистики интервальных данных при достаточно простых предположениях. Поэтому естественно следовать условиям и ходу рассуждений, которые обычно принимаются при изучении оценок максимального правдоподобия [66, п. 33.3].

Пусть θ_0 — истинное значение параметра, функция $f(x;\ \theta)$ трижды дифференцируема по θ, причем

$$\left|\frac{\partial^3 f(x;\theta)}{\partial\theta^3}\right| < H(x)$$

при всех x, θ. Тогда

$$\frac{\partial f(x;\theta)}{\partial\theta} = \frac{\partial f(x;\theta_0)}{\partial\theta} + \frac{\partial^2 (x;\theta_0)}{\partial\theta^2}(\theta-\theta_0) + \\ +\frac{1}{2}\alpha(x)H(x)(\theta-\theta_0)^2, \qquad (27)$$

где $|\alpha(x)| < 1$.

Используя обозначения векторов $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$, введем суммы

$$B_0(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial f(x_i;\theta_0)}{\partial\theta},\quad B_1(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial\theta^2},$$

$$R(x)=\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}H(x_i).$$

Аналогичным образом введем функции $B_0(y)$, $B_1(y)$, $R(y)$, в которых вместо x_i стоят y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Поскольку в соответствии с теоремой Ферма оценка минимального контраста θ_m удовлетворяет уравнению

$$\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial f(x_i;\theta_n)}{\partial\theta}=0, \qquad (28)$$

то, подставляя в (27) x_i вместо x и суммируя по $i = 1, 2, \ldots, n$, получаем, что

$$0=B_0(x)+B_1(x)(\theta_n-\theta_0)+\frac{\beta R(x)}{2}(\theta_n-\theta_0)^2,\ \ |\beta|<1, \qquad (29)$$

откуда

$$\theta_n-\theta_0=\frac{-B_0(x)}{B_1(x)+\frac{\beta R(x)}{2}(\theta_n-\theta_0)}. \qquad (30)$$

Решения уравнения (28) будем также называть оценками минимального контраста. Хотя уравнение (28) — лишь необходимое условие минимума, такое словоупотребление не будет вызывать трудностей.

Теорема 1[6]. Пусть для любого x выполнено соотношение (27). Пусть для случайной величины x_1 с распределением, соответствующим значению параметра $\theta = \theta_0$, существуют математические ожидания

$$M\frac{\partial f(x_1,\theta_0)}{\partial\theta_0}=0,\ M\frac{\partial^2 f(x_1,\theta_0)}{\partial\theta_0^2}=A\ne 0,\ MH(x_1)=M<+\infty. \qquad (31)$$

Тогда существуют оценки минимального контраста θ_n такие, что $\theta_n \to \theta_0$ при $n \to \infty$ (в смысле сходимости по вероятности).

Доказательство. Возьмем $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$. В силу Закона больших чисел (теорема Хинчина) существует $n(\varepsilon, \delta)$ такое, что для любого $n > n(\varepsilon, \delta)$ справедливы неравенства

$P\{|B_0| \ge \delta^2\} < \varepsilon/3$, $P\{|B_1| < |A|/2\} < \varepsilon/3$, $P\{R(x) > 2M\} < \varepsilon/3$.

Тогда с вероятностью не менее $1 - \varepsilon$ одновременно выполняются соотношения

$|B_0| \le \delta^2$, $|B_1| \ge |A|/2$, $R(x) \le 2M$. (32)

---

[6] Нумерация теорем \начинается заново.

При $\theta \in [\theta_0 - \delta;\ \theta_0 + \delta]$ рассмотрим многочлен второй степени

$$y(\theta) = B_0(x) + B_1(x)(\theta - \theta_0) + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta - \theta_0)^2$$

(см. формулу (29)). С вероятностью не менее $1 - \varepsilon$ выполнены соотношения

$$|B_0 + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta - \theta_0)^2| \le |B_0| + \frac{R(x)\delta^2}{2} \le \delta^2(M+1),\ \ |B_1\delta| \ge \frac{|A|\delta}{2}.$$

Если $0 < 2(M + 1)\delta < |A|$, то знак $y(\theta)$ в точках $\theta_1 = \theta_0 - \delta$ и $\theta_2 = \theta_0 + \delta$ определяется знаком линейного члена $B_1(\theta_i - \theta_0)$, $i = 1, 2$, следовательно, знаки $y(\theta_1)$ и $y(\theta_2)$ различны, а потому существует $\theta_n \in [\theta_0 - \delta;\ \theta_0 + \delta]$ такое, что $y(\theta_n) = 0$, что и требовалось доказать.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 и, кроме того, для случайной величины x_1, распределение которой соответствует значению параметра $\theta = \theta_0$, существует математическое ожидание

$$M\left(\frac{\partial f(x_1;\theta_0)}{\partial\theta_0}\right)^2 = \sigma^2.$$

Тогда оценка минимального контраста имеет асимптотически нормальное распределение:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\sqrt{n}\frac{|A|}{\sigma}(\theta_n - \theta_0) < x\right\} = \Phi(x) \qquad (33)$$

для любого x, где $\Phi(x)$ — функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Доказательство. Из Центральной предельной теоремы вытекает, что числитель в правой части формулы (30) асимптотически нормален с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2. Первое слагаемое в знаменателе формулы (30) в силу условий (31) и Закона больших чисел сходится по вероятности к $A \ne 0$, а второе слагаемое по тем же основаниям и с учетом теоремы 1 — к 0. Итак, знаменатель сходится по вероятности к $A \ne 0$. Доказательство теоремы 2 завершает ссылка на теорему о наследовании сходимости [8, Приложение 1].

Нотна оценки минимального контраста. Аналогично (30) нетрудно получить, что

$$\theta_n^* - \theta_0 = \frac{-B_0(y)}{B_1(y) + \frac{\beta(y)R(y)}{2}(\theta_n^* - \theta_0)},\ \ |\beta(y)| < 1. \qquad (34)$$

Следовательно, $\theta_n^* - \theta_n$ есть разность правых частей формул (30) и (34). Найдем максимально возможное значение (т.е. нотну) величины $|\theta_n^* - \theta_n|$ при ограничениях (1) на абсолютные погрешности результатов измерений.

Покажем, что при $\Delta \to 0$ для некоторого $C > 0$ нотна имеет вид

$$N_{\theta_n}(x) = \sup_{\{\varepsilon\}} |\theta_n^* - \theta_n| = C\Delta(1 + o(1)). \qquad (35)$$

Поскольку $\theta_n^* - \theta_n = (\theta_n^* - \theta_0) + (\theta_0 - \theta_n),$ то из (33) и (35) следует, что

$$\sup_{\{\varepsilon\}} M(\theta_n^* - \theta_n) = \left(C^2\Delta^2 + \frac{\sigma^2}{A^2 n} \right)(1 + o(1)). \qquad (36)$$

Можно сказать, что наличие погрешностей ε_i приводит к появлению систематической ошибки (смещения) у оценки метода максимального правдоподобия, и нотна является максимально возможным значением этой систематической ошибки.

В правой части (36) первое слагаемое — квадрат асимптотической нотны, второе соответствует статистической ошибке. Приравнивая их, получаем рациональный объем выборки

$$n_{rat} = \left(\frac{\sigma}{CA\Delta} \right)^2.$$

Остается доказать соотношение (35) и вычислить C. Укажем сначала условия, при которых $\theta_n^* \to \theta_0$ (по вероятности) при $n \to \infty$ одновременно с $\Delta \to 0$.

Теорема 3. Пусть существуют константа Δ_0 и функции $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$ такие, что при $0 \le \Delta \le \Delta_0$ и $-1 \le \gamma \le 1$ выполнены неравенства (ср. формулу (27))

$$\left| \frac{\partial f(x;\theta_0)}{\partial \theta} - \frac{\partial f(x+\gamma\Delta;\theta_0)}{\partial \theta} \right| \le g_1(x)\Delta,$$
$$\left| \frac{\partial^2 f(x;\theta_0)}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 f(x+\gamma\Delta;\theta_0)}{\partial \theta^2} \right| \le g_2(x)\Delta, \qquad (37)$$
$$|H(x) - H(x+\gamma\Delta)| \le g_3(x)\Delta$$

при всех x. Пусть для случайной величины x_1, распределение которой соответствует $\theta = \theta_0$, существуют $m_1 = Mg_1(x_1)$, $m_2 = Mg_2(x_1)$ и $m_3 = Mg_3(x_1)$. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда $\theta_n^* \to \theta_0$ (по вероятности) при $\Delta \to 0$, $n \to \infty$.

Доказательство. Проведем по схеме доказательства теоремы 1. Из неравенств (37) вытекает, что

$$
\begin{aligned}
&|B_0(y)-B_0(x)|\le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_1(x_i)\right),\\
&|B_1(y)-B_1(x)|\le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_2(x_i)\right),\\
&|R(y)-R(x)|\le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_3(x_i)\right).
\end{aligned}
\qquad (38)
$$

Возьмем ε > 0 и δ > 0. В силу Закона больших чисел (теорема Хинчина) существует n(ε, δ) такое, что для любого n > > n(ε, δ) справедливы неравенства

$$
P\left\{|B_0|\ge \frac{\delta^2}{2}\right\}<\frac{\varepsilon}{6},\ P\left\{|B_1|\ge \frac{3|A|}{4}\right\}<\frac{\varepsilon}{6},\ \ P\left\{R(x)>\frac{3M}{2}\right\}<\frac{\varepsilon}{6},
$$

$$
P\left\{\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_j(x_i)>2m_j\right\}<\frac{\varepsilon}{6},\ j=1,\ 2,\ 3.
$$

Тогда с вероятностью не менее 1 – ε одновременно выполняются соотношения

$$
|B_0|<\frac{1}{2}\delta^2,\ \ |B_1|\ge \frac{3|A|}{4},\ R(x)\le \frac{3M}{2},
$$

$$
\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_j(x_i)\le 2m_j,\ j=1,\ 2,\ 3.
$$

В силу (38) при этом

$$
|B_0(y)|<\frac{1}{2}\delta^2+2\Delta m_1,\ \ |B_1(y)|\ge \frac{3|A|}{4}-2\Delta m_2,
$$

$$
R(y)\le \frac{3M}{2}+2\Delta m_3.
$$

Пусть

$$
0\le \Delta\le \min\left\{\frac{1}{4}\frac{\delta^2}{m_1};\ \frac{1}{8}\frac{|A|}{m_2};\ \frac{1}{4}\frac{M}{m_3}\right\}.
$$

Тогда с вероятностью не менее 1 – ε одновременно выполняются соотношения (ср. (32))

$$
|B_0(y)|\le \delta^2,\ \ |B_1(y)|\ge |A|/2,\ R(y)\le 2M.
$$

Завершается доказательство дословным повторением такового в теореме 1, с единственным отличием — заменой в обозначениях x на y.

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 3 и, кроме того, существуют математические ожидания (при θ = θ_0)

$$
M\left|\frac{\partial^2 f(x_1;\theta_0)}{\partial x\partial\theta}\right|,\ M\left|\frac{\partial^3 f(x_1;\theta_0)}{\partial x\partial\theta^2}\right|. \qquad (39)
$$

Тогда выполнено соотношение (35) с

$$C = \frac{1}{|A|} M \left| \frac{\partial^2 f(x_1; \theta_0)}{\partial x \partial \theta} \right|. \quad (40)$$

Доказательство. Воспользуемся следующим элементарным соотношением. Пусть a и b — бесконечно малые по сравнению с Z и B соответственно. Тогда с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$\frac{Z+a}{B+b} - \frac{Z}{B} = \frac{aB - bZ}{B^2}.$$

Чтобы применить это соотношение к анализу $\theta_n^* - \theta_n$ в соответствии с (30), (34) и теоремой 2, положим

$$Z = B_0(x),\ a = B_0(y) - B_0(x),\ B = B_1(x),$$

$$b = (B_1(y) - B_1(x)) + \frac{\beta(y)R(y)}{2}(\theta_n^* - \theta_0).$$

В силу условий теоремы 4 при малых ε_i с точностью до членов более высокого порядка

$$B_0(y) - B_0(x) = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial^2 f(x_i; \theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0} \varepsilon_i,$$

$$B_1(y) - B_1(x) = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial^3 f(x_i; \theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0^2} \varepsilon_i.$$

При $\Delta \to 0$ эти величины бесконечно малы, а потому с учетом сходимости $B_1(x)$ к A и теоремы 3

$$\theta_n^* - \theta_n = \frac{1}{A^2}\{(B_0(y) - B_0(x))A - (B_1(y) - B_1(x))B_0(x)\} =$$

$$= \frac{1}{A^2 n} \sum_{1 \le i \le n} \gamma_i \varepsilon_i$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, где

$$\gamma_i = \frac{\partial^2 f(x_i; \theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0} A - \frac{\partial^3 f(x_i; \theta)}{\partial x_i \partial \theta_0^2} B_0(x).$$

Ясно, что задача оптимизации

$$\begin{cases} \sum\limits_{1 \le i \le n} \gamma_i \varepsilon_i \to \max \\ |\varepsilon_i| \le \Delta,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n, \end{cases} \quad (41)$$

имеет решение

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta,\ \gamma_i \ge 0, \\ -\Delta,\ \gamma_i < 0, \end{cases}$$

при этом максимальное значение линейной формы есть $\Delta \sum\limits_{1 \le i \le n} |\gamma|$. Поэтому

$$\sup_{\{\varepsilon\}} |\theta_n^* - \theta_n| = \frac{\Delta}{A^2 n \sum\limits_{1 \le i \le n} |\gamma_i|}. \quad (42)$$

С целью упрощения правой части (42) воспользуемся тем, что

$$\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}|\gamma_i| = \frac{|A|}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial x\partial\theta_0}\right| + \alpha\frac{|B_0(x)|}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x\partial\theta_0^2}\right|, \qquad (43)$$

где $|\alpha| \le 1$. Поскольку при $n \to \infty$

$$\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x\partial\theta_0^2}\right| \to M\,\frac{\partial^3 f(x_1;\theta_0)}{\partial x\partial\theta_0^2} < +\infty,\ B_0(x)\to 0$$

по вероятности, то второе слагаемое в (43) сходится к 0, а первое в силу закона больших чисел с учетом (39) сходится к CA^2, где C определено в (40). Теорема 4 доказана.

Оценки метода моментов. Пусть $g : R^k \to R^1$, $h_j : R^1 \to R^1$, $j = 1, 2, \ldots, k$, — некоторые функции. Рассмотрим аналоги выборочных моментов

$$m_j = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} h_j(x_i),\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ k.$$

Оценки метода моментов имеют вид

$$\hat\theta_n(x) = g(m_1, m_2, \ldots, m_k)$$

(функции g и h_j должны удовлетворять некоторым дополнительным условиям [55, с. 80], которые здесь не приводим). Очевидно, что

$$\hat\theta_n(y) - \hat\theta_n(x) = \sum_{1\le j\le k}\frac{\partial g}{\partial m_j}(m_j(y) - m_j(x)),$$

$$m_j(y) - m_j(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le j\le k}\frac{dh_j(x_i)}{dx_i}\varepsilon_i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ k, \qquad (44)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, а потому с той же точностью

$$\hat\theta_n(y) - \hat\theta_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left(\sum_{1\le j\le k}\frac{\partial g}{\partial m_j}\frac{dh_j(x_i)}{dx_i}\right)\varepsilon_i. \qquad (45)$$

Теорема 5. Пусть при $\theta = \theta_0$ существуют математические ожидания

$$M_j = Mm_j = Mh_j(x_1),\ M\left(\frac{dh_j(x_1)}{dx_1}\right),\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

функция g дважды непрерывно дифференцируема в некоторой окрестности точки $(M_1, M_2, \ldots, M_k)$. Пусть существует функция $t : R^1 \to R^1$ такая, что

$$\sup_{|x-y|\le\Delta}\left|h_j(y) - h_j(x) - \left(\frac{dh_j(x)}{dx}\right)(y-x)\right| \le t(x)\Delta^2,$$

$$j = 1,\ 2,\ \ldots,\ k, \qquad (46)$$

причем $Mt(x_1)$ существует. Тогда

$$\sup_{\{\varepsilon\}} |\theta_n(y) - \theta_n(x)| = C_1\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, причем

$$C_1 = M\left|\sum_{1\le j\le k} \frac{\partial g(M_1, M_2, ..., M_k)}{\partial m_j} \frac{\partial h_j(x_1)}{dx_1}\right|.$$

Доказательство теоремы 5 сводится к обоснованию проведенных ранее рассуждений, позволивших получить формулу (45). В условиях теоремы 5 собраны предположения, достаточные для такого обоснования. Так, условие (46) дает возможность обосновать соотношения (44); существование $M\left(\frac{dh_j(x_1)}{dx_1}\right)$ обеспечивает существование C_1, и т.д. Завершает доказательство ссылка на решение задачи оптимизации (41) и применение Закона больших чисел.

Полученные в теоремах 4 и 5 нотны оценок минимального контраста и метода моментов, асимптотические дисперсии этих оценок (см. теорему 2 и [67] соответственно) позволяют находить рациональные объемы выборок, строить доверительные интервалы с учетом погрешностей измерений, а также сравнивать оценки по среднему квадрату ошибки (36). Подобное сравнение проведено для оценок максимального правдоподобия и метода моментов параметров гамма-распределения. Установлено, что классический вывод о преимуществе оценок максимального правдоподобия [61, с. 99–100] неверен в случае $\Delta > 0$.

7.5. Интервальные данные в задачах проверки гипотез

С позиций статистики интервальных данных целесообразно изучить все практически используемые процедуры прикладной математической статистики, установить соответствующие нотны и рациональные объемы выборок. Это позволит устранить разрыв между математическими схемами прикладной статистики и реальностью влияния погрешностей наблюдений на свойства статистических процедур. Статистика интервальных данных — часть теории устойчивых статистических процедур, развитой в монографии [13]. Часть, более адекватная реальной статистической практике, чем некоторые другие постановки, например, с засорением нормального распределения большими выбросами.

Рассмотрим подходы статистики интервальных данных в задачах проверки статистических гипотез. Пусть принятие решения основано на сравнении рассчитанного по выборке значения статистики критерия $f = f(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ с граничным значением C: если $f > C$, то гипотеза отвергается, если же $f \le C$, то принимается. С учетом погрешностей измерений выборочное значение статистики критерия может принимать любое значение в интервале $[f(y) - N_f(y); f(y) + N_f(y)]$. Это означает, что «истинное» значение порога, соответствующее реально используемому критерию, находится между $C - N_f(y)$ и $C + N_f(y)$, а потому уровень значимости описанного правила (критерия) лежит между $1 - P(C + N_f(y))$ и $1 - P(C - N_f(y))$, где $P(Z) = P(f < Z)$.

Пример 1[7]**.** Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка из нормального распределения с математическим ожиданием a и единичной дисперсией. Необходимо проверить гипотезу H_0: $a = 0$ при альтернативе $H_1 : a \neq 0$.

Как известно из любого учебного курса математической статистики, следует использовать статистику $f = \sqrt{n}\,|\bar{y}|$ и порог $C = \Phi(1 - \alpha/2)$, где α — уровень значимости, $\Phi(\cdot)$ — функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. В частности, $C = 1{,}96$ при $\alpha = 0{,}05$.

При ограничениях (1) на абсолютную погрешность $N_f(y) = \sqrt{n}\,\Delta$. Например, если $\Delta = 0{,}1$, а $n = 100$, то $N_f(y) = 1{,}0$. Это означает, что истинное значение порога лежит между 0,96 и 2,96, а истинный уровень значимости — между 0,003 и 0,34. Можно сделать и другой вывод: нулевую гипотезу H_0 допустимо отклонить на уровне значимости 0,05 лишь тогда, когда $f > 2{,}96$.

Если же $n = 400$ при $\Delta = 0{,}1$, то $N_f(y) = 2{,}0$ и $C - N_f(y) = -0{,}04$, в то время как $C + N_f(y) = 3{,}96$. Таким образом, даже в случае $x = 0$ гипотеза H_0 может быть отвергнута только из-за погрешностей измерений результатов наблюдений.

---

[7] Нумерация примеров в каждом разделе начинается заново.

Вернемся к общему случаю проверки гипотез. С учетом погрешностей измерений граничное значение C_α в статистике интервальных данных целесообразно заменить на $C_\alpha + N_f(y)$. Такая замена дает гарантию, что вероятность отклонения нулевой гипотезы H_0, когда она верна, не более α. При проверке гипотез аналогом статистической погрешности, рассмотренной выше в задачах оценивания, является C_α. Суммарная погрешность имеет вид $C_\alpha + N_f(y)$. Исходя из принципа уравнивания погрешностей [13], целесообразно определять рациональный объем выборки из условия

$C_\alpha = N_f(y)$.

Если $f = |f_1|$, где f_1 при справедливости H_0 имеет асимптотически нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2 / n, то

$$C_\alpha = u\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \qquad (47)$$

при больших n, где $u(1 - \alpha/2)$ — квантиль порядка $1 - \alpha/2$ стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Из (47) вытекает, что в рассматриваемом случае

$$n_{rat} = \left[\frac{u(1-\alpha/2)\sigma}{N_f(y)}\right]^2.$$

В условиях примера 1 $f_1 = \bar{y}$ и

$$n_{rat} = \frac{3{,}84}{\Delta^2} = 384.$$

Пример 2. Рассмотрим статистику одновыборочного критерия Стьюдента

$$t = \sqrt{n}\frac{\bar{y}}{s(y)} = \frac{\sqrt{n}}{\nu},$$

где ν — выборочный коэффициент вариации. Тогда с точностью до бесконечно малых более высокого порядка нотна для t имеет вид

$$N_t(y) = \frac{\sqrt{n}}{\nu^2} N_\nu(y),$$

где $N_\nu(y)$ — рассмотренная ранее нотна для выборочного коэффициента вариации. Поскольку распределение статистики Стьюдента t сходится к стандартному нормальному, то небольшое изменение предыдущих рассуждений дает

$$n_{rat} = \frac{\nu^4 u^2 (1-\alpha/2)}{N_\nu^2(y)}.$$

Пример 3. Рассмотрим двухвыборочный критерий Смирнова, предназначенный для проверки однородности (совпадения) функций распределения двух независимых выборок [68]. Статистика этого критерия имеет вид

$$D_{mn} = \sup_x |F_m(x) - G_n(x)|,$$

где $F_m(x)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по первой выборке объема m, извлеченной из генеральной совокупности с функцией распределения $F(x)$, а $G_n(x)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по второй выборке объема n, извлеченной из генеральной совокупности с функцией распределения $G(x)$. Нулевая гипотеза имеет вид $H_0 : F(x) \equiv G(x)$, альтернативная состоит в ее отрицании: $H_1 : F(x) \neq G(x)$ при некотором x. Значение статистики сравнивают с порогом $D(\alpha, m, n)$. зависящим от уровня значимости α и объемов выборок m и n. Если значение статистики не превосходит порога, то принимают нулевую гипотезу, если больше порога — альтернативную. Пороговые значения $D(\alpha, m, n)$ берут из таблиц [69]. Описанный критерий иногда неправильно называют критерием Колмогорова-Смирнова. История вопроса описана в [70].

При ограничениях (1) на абсолютные погрешности и справедливости нулевой гипотезы $H_0 : F(x) \equiv G(x)$ нотна имеет вид (при больших объемах выборок)

$$N_D = \sup_x |F(x+\Delta) - F(x-\Delta)|.$$

Если $F(x) = G(x) = x$ при $0 \leq x \leq 1$, то $N_D = 2\Delta$. С помощью условия $C_\alpha = N_f(y)$ при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и достаточно больших объемах выборок (т.е. используя асимптотическое выражение для порога согласно [68, 69]) получаем, что выборки имеет смысл увеличивать, если

$$\frac{mn}{m+n} \leq \frac{0{,}46}{\Delta^2}.$$

Правая часть этой формулы при $\Delta = 0{,}1$ равна 46. Если $m = n$, то последнее неравенство переходит в $n \leq 92$.

Теоретические результаты в области статистических методов входят в практику через алгоритмы расчетов, воплощенные в программные средства (пакеты программ, диалоговые системы).

Ввод данных в современной статистической программной системе должен содержать запросы о погрешностях результатов измерений. На основе ответов на эти запросы вычисляются нотны рассматриваемых статистик, а затем — доверительные интервалы при оценивании, разброс уровней значимости при проверке гипотез, рациональные объемы выборок. Необходимо использовать систему алгоритмов и программ статистики интервальных данных, «параллельную» подобным системам для классической математической статистики.

7.6. Линейный регрессионный анализ интервальных данных

Перейдем к многомерному статистическому анализу. Сначала с позиций асимптотической математической статистики интервальных данных рассмотрим оценки метода наименьших квадратов (МНК).

Статистическое исследование зависимостей — одна из наиболее важных задач, которые возникают в различных областях науки и техники. Под словами «исследование зависимостей» имеется в виду выявление и описание существующей связи между исследуемыми переменными на основании результатов статистических наблюдений. К методам исследования зависимостей относятся: регрессионный анализ, многомерное шкалирование, идентификация параметров динамических объектов, факторный анализ, дисперсионный анализ, корреляционный анализ и др. Однако многие реальные ситуации характеризуются наличием данных интервального типа, причем известны допустимые границы погрешностей (например, из технических паспортов средств измерения).

Если какая-либо группа объектов характеризуется переменными $X_1, X_2, ..., X_m$ и проведен эксперимент, состоящий из n опытов, где в каждом опыте эти переменные измеряются один раз, то экспериментатор получает набор чисел: $X_{1j}, X_{2j}, ..., X_{mj}$ ($j = 1, \ldots, n$).

Однако процесс измерения, какой бы физической природы он ни был, обычно не дает однозначный результат. Реально результатом измерения какой-либо величины X являются два числа: X_H — нижняя граница и X_B — верхняя граница. Причем $X_{ИСТ} \in$

$[X_H, X_B]$, где $X_{ИСТ}$ — истинное значение измеряемой величины. Результат измерения можно записать как X: $[X_H, X_B]$. Интервальное число X может быть представлено другим способом, а именно, X: $[X_m, \Delta_x]$, где $X_H = X_m — \Delta_x$, $X_H = X_m + \Delta_x$. Здесь X_m — центр интервала (как правило, не совпадающий с $X_{ИСТ}$), а Δ_x — максимально возможная погрешность измерения.

Метод наименьших квадратов для интервальных данных. Пусть математическая модель задана следующим образом:

$$y = Q(x, b) + \varepsilon,$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_m)$ — вектор влияющих переменных (факторов), поддающихся измерению; $b = (b_1, b_2, ..., b_r)$ — вектор оцениваемых параметров модели; y — отклик модели (скаляр); $Q(x, b)$ — скалярная функция векторов x и b; наконец, ε — случайная ошибка (невязка, погрешность).

Пусть проведено n опытов, причем в каждом опыте измерены (один раз) значения отклика (y) и вектора факторов (x). Результаты измерений могут быть представлены в следующем виде:

$$X = \{x_{ij};\ i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, m\},\ Y = (y_1, y_2, \dots, y_n),\ E = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n),$$

где X — матрица значений измеренного вектора (x) в n опытах; Y — вектор значений измеренного отклика в n опытах; E — вектор случайных ошибок. Тогда выполняется матричное соотношение:

$$Y = Q(X, b) + E,$$

где $Q(X, b) = (Q(x_1, b), Q(x_2, b), ..., Q(x_n, b))^T$, причем $x_1, x_2, ..., x_n$ — m-мерные вектора, которые составляют матрицу $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$.

Введем меру близости $d(Y, Q)$ между векторами Y и Q. В МНК в качестве $d(Y, Q)$ берется квадратичная форма взвешенных квадратов ε_i^2 невязок $\varepsilon_i = y_i – Q(x_i, b)$, т.е.

$$d(Y, Q) = [Y – Q(X, b)]^T\, W[Y – Q(X, b)],$$

где $W = \{w_{ij},\ i, j = 1, \dots, n\}$ — матрица весов, не зависящая от b. Тогда в качестве оценки b можно выбрать такое b^*, при котором мера близости $d(Y, Q)$ принимает минимальное значение, т.е.

$$b^* = \{b : d(Y, Q) \to \min_{\{b\}}\}.$$

В общем случае решение этой экстремальной задачи может быть не единственным. Поэтому в дальнейшем будем иметь в виду одно из этих решений. Оно может быть выражено в виде некоторой вектор-функции $b^* = f(X, Y)$, где $f(X, Y) = (f_1(X, Y), f_2(X, Y), \ldots, f_r(X, Y))^T$, причем действительнозначные функции $f_i(X, Y)$ непрерывны и дифференцируемы по $(X, Y) \in Z$, где Z — область определения функции $f(X, Y)$. Эти свойства функции $f(X, Y)$ дают возможность использовать подходы статистики интервальных данных.

Преимущество метода наименьших квадратов заключается в сравнительной простоте и универсальности вычислительных процедур. Однако не всегда оценка МНК является состоятельной (при функции $Q(X, b)$, не являющейся линейной по векторному параметру b), что ограничивает его применение на практике.

Важным частным случаем является линейный МНК, когда $Q(x, b)$ есть линейная функция от b:

$$y = b_o x_o + b_1 x_1 + \ldots + b_m x_m + \varepsilon = bx^T + \varepsilon,$$

где, возможно, $x_o = 1$, а b_o — свободный член линейной комбинации. Как известно, в этом случае МНК-оценка имеет вид:

$$b^* = (X^T W X)^{-1} X^T W Y.$$

Если матрица $X^T W X$ не вырождена, то эта оценка является единственной. Если матрица весов W единичная, то

$$b^* = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

Пусть выполняются следующие предположения относительно распределения ошибок ε_i :

– ошибки ε_i имеют нулевые математические ожидания $M\{\varepsilon_i\} = 0$;

– результаты наблюдений имеют одинаковую дисперсию $D\{\varepsilon_i\} = \sigma^2$;

– ошибки наблюдений некоррелированы, т.е. $cov\{\varepsilon_i, \varepsilon_j\} = 0$.

Тогда, как известно, оценки МНК являются наилучшими линейными оценками, т.е. состоятельными и несмещенными оценками, которые представляют собой линейные функции результатов наблюдений и обладают минимальными дисперсиями среди множества всех линейных несмещенных оценок. Далее именно этот наиболее практически важный частный случай рассмотрим более подробно.

Как и в других постановках асимптотической математической статистики интервальных данных, при использовании МНК измеренные величины отличаются от истинных значений из-за наличия погрешностей измерения. Запишем истинные данные в следующей форме:

$$X_R = \{x_{ij}^R;\ i = \overline{1,\ n};\ j = \overline{1,\ m}\},\ Y_R = (y_1^R,\ y_2^R,\ \dots,\ y_n^R),$$

где R — индекс, указывающий на то, что значение истинное. Истинные и измеренные данные связаны следующим образом:

$$X = X_R + \Delta X,\ Y = Y_R + \Delta Y,$$

где

$$\Delta X = \{\Delta x_{ij};\ i = \overline{1,\ n};\ j = \overline{1,\ m}\},\ \Delta Y = (\Delta y_1,\ \Delta y_2,\ \dots,\ \Delta y_n).$$

Предположим, что погрешности измерения отвечают граничным условиям

$$|\Delta x_{ij}| \le \Delta_j^x\ (i = 1,\ 2,\ \dots,\ n,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ m),$$

$$|\Delta y_i| \le \Delta^y\ (i = 1,\ 2,\ \dots,\ n), \qquad (48)$$

аналогичным ограничениям (1).

Пусть множество W возможных значений (X_R, Y_R) входит в Z — область определения функции $f(X, Y)$. Рассмотрим b^{*R} — оценку МНК, рассчитанную по истинным значениям факторов и отклика, и b^* — оценку МНК, найденную по искаженным погрешностями данным. Тогда

$$\Delta b^* = b^{*R} - b^* = f(X_R, Y_R) - f(X, Y).$$

Ввести понятие *нотны* придется несколько иначе, чем это было сделано выше, поскольку оценивается не одномерный параметр, а вектор. Положим:

$$n(1) = (\sup \Delta b_1^*,\ \sup \Delta b_2^*, \dots,\ \sup \Delta b_r^*)^T,$$

$$n(2) = -(\inf \Delta b_1^*,\ \inf \Delta b_2^*,\ \dots,\ \inf \Delta b_r^*)^T.$$

Будем называть $n(1)$ нижней *нотной*, а $n(2)$ верхней *нотной*. Предположим, что при безграничном возрастании числа измерений n, т.е. при $n \to \infty$, вектора $n(1)$, $n(2)$ стремятся к постоянным значениям $N(1)$, $N(2)$ соответственно. Тогда $N(1)$ будем называть нижней асимптотической *нотной*, а $N(2)$ — верхней асимптотической *нотной*.

Рассмотрим доверительное множество $B_\alpha = B_\alpha(n,\ b^{*R})$ для вектора параметров b, т.е. замкнутое связное множество точек в r-мерном евклидовом пространстве такое, что $P(b \in B_\alpha) = \alpha$, где α — доверительная вероятность, соответствующая B_α ($\alpha \approx 1$). Другими словами, $B_\alpha(n,\ b^{*R})$ есть область рассеивания (аналог эллипсоида рассеивания) случайного вектора b^{*R} с доверительной вероятностью α и числом опытов n.

Из определения верхней и нижней *нотн* следует, что всегда $b^{*R} \in [b^* - n(1); b^* + n(2)]$ (т.е. по каждой координате выполнено соответствующее неравенство). В соответствии с определением нижней асимптотической нотны и верхней асимптотической нотны можно считать, что $b^{*R} \in [b^* - N(1); b^* + N(2)]$ при достаточно большом числе наблюдений n. Этот многомерный интервал описывает r-мерный гиперпараллелепипед P.

Каким-либо образом разобьем P на L гиперпараллелепипедов. Пусть b_k — внутренняя точка k-го гиперпараллелепипеда. Учитывая свойства доверительного множества и устремляя L к бесконечности, можно утверждать, что $P(b \in C) \geq \alpha$, где

$$C = \lim_{L\to\infty} \bigcup_{1\leq k\leq L} B_\alpha(n, b_k).$$

Таким образом, множество C характеризует неопределенность при оценивании вектора параметров b. Его можно назвать доверительным множеством в статистике интервальных данных.

Введем некоторую меру $M(X)$, характеризующую «величину» множества $X \subseteq R^r$. По определению меры она удовлетворяет условию: если $X = Z \cup Y$ и $Z \cap Y = \varnothing,$ то $M(X) = M(Z) + M(Y)$. Примерами такой меры являются площадь для $r = 2$ и объем для $r = 3$. Тогда:

$$M(C) = M(P) + M(F), \qquad (49)$$

где $F = C \backslash P$. Здесь $M(F)$ характеризует меру статистической неопределенности, в большинстве случаев она убывает при увеличении числа опытов n. В то же время $M(P)$ характеризует меру интервальной (метрологической) неопределенности, и, как правило, $M(P)$ стремится к некоторой постоянной величине при увеличении числа опытов n. Пусть теперь требуется найти то число опытов, при котором статистическая неопределенность составляет δ-*ю* часть общей неопределенности, т.е.

$$M(F) = \delta M(C), \qquad (50)$$

где $\delta < 1$. Тогда, подставив соотношение (50) в равенство (49) и решив уравнение относительно n, получим искомое число опытов. В асимптотической математической статистике интервальных данных оно называется «рациональным объемом выборки». При этом δ есть «степень малости» статистической неопределенности $M(P)$ относительно всей неопределенности. Она выбирается из практических соображений. При использовании «принципа уравнивания погрешностей» согласно [13] имеем δ = 1/2.

Метод наименьших квадратов для линейной модели. Рассмотрим наиболее важный для практики частный случай МНК, когда модель описывается линейным уравнением (см. выше).

Для простоты описания преобразований пронормируем переменные x_{ij}, y_i следующим образом:

$$x_{ij}^0 = (x_{ij} - \bar{x}_j)/s(x_j),\ \ y_i^0 = (y_i - \bar{y})/s(y),$$

где

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} x_{ij},\ s^2(x_j) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(x_{ij} - \bar{x}_j)^2,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} y_i,\ s^2(y) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(y_i - \bar{y})^2.$$

Тогда

$$\bar{x}_j^0 = 0,\ s^2(x_j^0) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(x_{ij}^0 - \bar{x}_j^0)^2 = 1,$$

$$\bar{y}^0 = 0,\ s^2(y^0) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(y_i^0 - \bar{y}^0)^2 = 1,\ \ j = 1,\ 2,\ ...,\ m.$$

В дальнейшем изложении будем считать, что рассматриваемые переменные пронормированы описанным образом, и верхние индексы ^{0} опустим. Для облегчения демонстрации основных идей примем достаточно естественные предположения.

1. Для рассматриваемых переменных существуют следующие пределы:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} x_{ij}x_{ik} = 0,\ \ j,k = 1,\ 2,\ ...,\ m.$$

2. Количество опытов n таково, что можно пользоваться асимптотическими результатами, полученными при $n \to \infty$.

3. Погрешности измерения удовлетворяют одному из следующих типов ограничений.

Тип 1. Абсолютные погрешности измерения ограничены согласно (48).

Тип 2. Относительные погрешности измерения ограничены:

$$|\Delta x_{ij}| \le \delta_j^x |x_{ij}|\ \ (i = 1,\ 2,\ ...,\ n,\ j = 1,\ 2,\ ...,\ m),$$

$$|\Delta y_i| \le \delta^y |y_i|\ \ (i = 1,\ 2,\ ...,\ n).$$

Тип 3. Ограничения наложены на сумму погрешностей:

$$\sum_{j=1}^{m} |\Delta x_{ij}| \le \alpha_x (i = 1,\ 2,\ \dots,\ n,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ m),$$
$$|\Delta y_i| \le \alpha_y (i = 1,\ 2,\ \dots,\ n)).$$

(Поскольку все переменные пронормированы, т.е. представляют собой относительные величины, то различие в размерностях исходных переменных не влияет на возможность сложения погрешностей.)

Перейдем к вычислению нотны оценки МНК. Справедливо равенство:

$$\Delta b^* = b^{*R} - b^* = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R - (X^T X)^{-1} X^T Y =$$
$$= (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R -$$
$$-((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} (X_R + \Delta X)(Y_R + \Delta Y).$$

Воспользуемся следующей теоремой из теории матриц [71].

Теорема. Если функция $f(\lambda)$ разлагается в степенной ряд в круге сходимости $|\lambda - \lambda_0| < r$, т.е.

$$f(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k (\lambda - \lambda_0)^k,$$

то это разложение сохраняет силу, если скалярный аргумент заменить любой матрицей A, характеристические числа которой λ_k, $k = 1, \dots, n$, лежат внутри круга сходимости.

Из этой теоремы вытекает, что

$$(E - A)^{-1} = \sum_{P=0}^{\infty} A^P,$$

если

$$|\lambda_k| < 1;\ k = 1,\ \dots,\ n.$$

Легко убедиться, что:

$$((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} = -Z(E - \Delta \cdot Z)^{-1},$$

где

$$Z = -(X_R^T X_R)^{-1},\ \Delta = X_R^T \Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T \Delta X.$$

Это вытекает из последовательности равенств:

$$((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} =$$
$$= (X_R^T X_R + X_R^T \Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T \Delta X\ )^{-1} =$$
$$= (X_R^T X_R + \Delta)^{-1} = ((E + \Delta (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T X_R)^{-1} =$$
$$= (X_R^T X_R)^{-1} (E + \Delta (X_R^T X_R)^{-1})^{-1} = -Z(E - \Delta \cdot Z)^{-1}.$$

Применим приведенную выше теорему из теории матриц, полагая $A = \Delta Z$ и принимая, что собственные числа этой матрицы удовлетворяют неравенству $|\lambda_k| < 1$. Тогда получим:

$$((X_R+\Delta X)^T(X_R+\Delta X))^{-1}=-Z\sum_{P=0}^{\infty}(\Delta\cdot Z)^P=$$

$$=(X^T{}_R X_R)^{-1}\sum_{P=0}^{\infty}(-\Delta\cdot(X^T{}_R X_R)^{-1})^P.$$

Подставив последнее соотношение в заключение упомянутой теоремы, получим:

$$\Delta b^*=(X_R^T X_R)^{-1}X_R^T Y_R-((X_R^T X_R)^{-1}\sum_P^{\infty}(-\Delta\cdot(X_R^T X_R)^{-1})^P)\times$$
$$\times(X_R+\Delta X)^T(Y_R+\Delta Y)=(X_R^T X_R)^{-1}X_R^T Y_R-((X_R^T X_R)^{-1}\times$$
$$\times\sum_P^{\infty}(-\Delta\cdot(X_R^T X_R)^{-1})^P)(X_R^T Y_R+\Delta X^T Y_R+X_R^T\Delta Y+\Delta X^T\Delta Y).$$

Для дальнейшего анализа понадобится вспомогательное утверждение. Исходя из предположений 1–3, докажем, что:

$$(X_R^T X_R)^{-1}\approx\frac{1}{n}E.$$

Доказательство. Справедливо равенство

$$X_R^T X_R=n\cdot\begin{pmatrix}\hat{D}(x_1) & \ldots & \hat{\mathrm{cov}}(x_1,x_m)\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ \hat{\mathrm{cov}}(x_1,x_m) & \ldots & \hat{D}(x_m)\end{pmatrix}=n\,\hat{\mathrm{cov}}(x),$$

где $\hat{D}(x_i),\ \hat{\mathrm{cov}}(x_i,x_j)$ — состоятельные и несмещенные оценки дисперсий и коэффициентов ковариации, т.е.

$$\hat{\mathrm{D}}(x_i)=D(x_i)+O(1/n),\ \hat{\mathrm{cov}}(x_i,x_j)=\mathrm{cov}(x_i,x_j)+O(1/n),$$

тогда

$$X_R^T X_R=n\,\hat{\mathrm{cov}}(x)=n(\|\mathrm{cov}(x_i,x_j)\|+O(1/n)),$$

где

$$O(1/n)=\|a_{ij}=O(1/n),\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\|.$$

Другими словами, каждый элемент матрицы, обозначенной как $o(1/n)$, есть бесконечно малая величина порядка $1/n$. Для рассматриваемого случая $\mathrm{cov}(x) = E$, поэтому

$$X_R^T X_R=n\,\hat{\mathrm{cov}}(x)=n(E+O(1/n)).$$

Предположим, что n достаточно велико и можно считать, что собственные числа матрицы $O(1/n)$ меньше единицы по модулю, тогда

$$(X_R^T X_R)^{-1}=\frac{1}{n}(E+O(1/n))^{-1}\approx\frac{1}{n}(E+O(1/n))=$$
$$=\frac{1}{n}E+O(1/n^2)\approx\frac{1}{n}E,$$

что и требовалось доказать.

Подставим доказанное асимптотическое соотношение в формулу для приращения b^*, получим

$$\Delta b* = b^{*R} - \frac{1}{n}\sum_{P=0}^{\infty}(-\Delta\times\frac{1}{n})^{P}(nb^{*R} + \Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y) =$$

$$= b^{*R} - \frac{1}{n}\sum_{P=0}^{\infty}(-(X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)\times(\frac{1}{n})^{P}\times$$

$$\times(nb^{*R} + \Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y) = b^{*R} - \frac{1}{n}\times$$

$$\times(E - (X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)\frac{1}{n} + (X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)^{2}(\frac{1}{n})^{2})\times$$

$$\times(nb^{*R} + \Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y).$$

Выразим Δb^* относительно приращений ΔX, ΔY до 2-го порядка

$$\Delta b* = b^{*R} - \frac{1}{n}(E - (X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)\frac{1}{n} +$$

$$+ (X_{R}^{T}\Delta X X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R}\Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}X_{R}X_{R}^{T}\Delta X +$$

$$+ X_{R}^{T}\Delta X\Delta X^{T}X_{R})(\frac{1}{n})^{2})\cdot(nb^{*R} + \Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y);$$

$$\Delta b* = b^{*R} - \frac{1}{n}(E - (X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)\frac{1}{n})\times$$

$$(nb^{*R} + \Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y);$$

$$\Delta b* = \frac{1}{n}(X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)b^{*R} - \frac{1}{n}(\Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y) =$$

$$= \frac{1}{n}[(X_{R}^{T}\Delta X + \Delta X^{T}X_{R} + \Delta X^{T}\Delta X)b^{*R} - (\Delta X^{T}Y_{R} + X_{R}^{T}\Delta Y + \Delta X^{T}\Delta Y)].$$

Перейдем от матричной к скалярной форме, опуская индекс (R):

$$\Delta b_{k}* = \frac{1}{n}\{\sum_{j}^{m}\sum_{i}^{n}(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_{j}* - \sum_{i}^{n}(\Delta x_{ik}y_{i} + x_{ik}\Delta y_{i})\};$$

$$\Delta b_{k}* = \frac{1}{n}\{2\sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta x_{ik}b_{k}* + \sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_{j}* - \sum_{i}^{n}(\Delta x_{ik}y_{i} + x_{ik}\Delta y_{i})\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{2\sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta x_{ik}b_{k}* + \sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_{j}* - \frac{1}{m-1}\Delta x_{ik}y_{i}] - \sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta y_{i}\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[\frac{2}{m-1}x_{ik}\Delta x_{ik}b_{k}* + (x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_{j}* - \frac{1}{m-1}\Delta x_{ik}y_{i}] - \sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta y_{i}\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_{k}* + x_{ij}b_{j}* - \frac{1}{m-1}y_{i})\Delta x_{ik} - x_{ik}b_{j}*\Delta x_{ij}] - \sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta y_{i}\}.$$

Будем искать $\max(|\Delta b_k*|)$ по Δx_{ij} и Δy_i ($i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, m$). Для этого рассмотрим все три ранее введенных типа ограничений на ошибки измерения.

Тип 1 (абсолютные погрешности измерения ограничены). Тогда:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b_{k}*|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[|(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_{k}* + x_{ij}b_{j}* - \frac{1}{m-1}y_{i})|\Delta_{k}^{x} +$$

$$+ |x_{ik}b_{j}*|\Delta_{j}^{x}] - \sum_{i}^{n}|x_{ik}|\Delta_{y}\}.$$

Тип 2 (относительные погрешности измерения ограничены). Аналогично получим:

$$\max_{\Delta x,\, \Delta y}(|\,\Delta b_k^*\,|) = \frac{1}{n}\left\{\sum_{j \neq k}^{m}\sum_{i}^{n}\left[\left|\left(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k^* + x_{ij}b_j^* - \frac{1}{m-1}y_i\right)x_{ik}\right|\delta_k^x\,|\,x_{ik}x_{ij}b_j^*\,|\,\delta_j^x\right] - \sum_{i}^{n}|\,x_{ik}y_i\,|\,\delta^y\right\}$$

Тип 3 (ограничения наложены на сумму погрешностей). Предположим, что $|\Delta b_k^*|$ достигает максимального значения при таких значениях погрешностей Δx_{ij} и Δy_i, которые мы обозначим как:

$$\{\Delta x_{ij}^*,\ \ i = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ j = 1,\ 2,\ ...,\ m\},\ \{\Delta y_i^*,\ \ i = 1,\ 2,\ ...,\ n\}.$$

Тогда:

$$\max_{\Delta x,\, \Delta y}(|\,\Delta b_k^*\,|) = \frac{1}{n}\left\{\sum_{j \neq k}^{m}\sum_{i}^{n}\left[\left(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k^* + x_{ij}b_j^* - \frac{1}{m-1}y_i\right)\Delta x_{ik}^* + x_{ik}b_j^*\Delta x_{ij}^*\right] - \sum_{i}^{n}x_{ik}\Delta y_i^*\right\}.$$

Ввиду линейности последнего выражения и выполнения ограничения типа 3:

$$\max_{\Delta x, \Delta y}(|\,\Delta b_k{*}\,|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j \neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[|\,\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k{*} + x_{ij}b{*}_j - \frac{1}{m-1}y_i\,|\cdot|\,\Delta x_{ik}^*\,| +$$

$$+\,|\,x_{ik}b_j{*}\,|\cdot|\,\Delta x_{ij}^*\,|] - \sum_{i}^{n}|\,x_{ik}\,|\cdot|\,\Delta y_i^*\,|\},$$

$$\sum_{j}^{m}|\,\Delta x_{ij}^*\,| = \alpha_x\ \ (j = 1,\ 2,\ ...,\ m),\ \ |\,\Delta y_i^*\,| = \alpha_y.$$

Для простоты записей выкладок сделаем следующие замены:

$$|\,\Delta x_{ij}\,| = \alpha_{ij} \geq 0,\ \ C_k = n\sum_{i}^{n}|\,x_{ik}\,|\cdot|\,\Delta y_i^*\,| \geq 0,$$

$$K_i^k = \sum_{j \neq k}^{m}|\,\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k{*} + x_{ij}b_j{*} - \frac{1}{m-1}y_i\,| \geq 0,$$

$$|\,x_{ik}b_j{*}\,| = R_{ij}^k \geq 0.$$

Теперь для достижения поставленной цели можно сформулировать следующую задачу, которая разделяется на m типовых задач оптимизации:

$$f_k(\{\alpha_{ij}\}) \to \max_{\alpha_{ij}}\ \ (i = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ j = 1,\ 2,\ ...,\ m;\ k = 1,\ 2,\ ...,\ m),$$

где

$$f_k(\{\alpha_{ij}\}) = \frac{1}{n}\{\sum_{i}^{n}K_i^k\alpha_{ik} + \sum_{j \neq m}^{m}\sum_{i}^{n}R_{ij}^k\alpha_{ij}\} + C_k,$$

при ограничениях

$$\sum_{j}^{m}\alpha_{ij} = \alpha_x\ \ \ (j = 1,\ 2,\ ...,\ m).$$

Перепишем минимизируемые функции в следующем виде:

$$f_k = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n}(K_i^k\alpha_{ik} + \sum_{j\neq m}^{m} R_{ij}^k\alpha_{ij}) + C_k = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} f_i^k + C_k.$$

Очевидно, что $f_i^k > 0$.

Легко видеть, что

$$n \cdot \max_{\alpha_{ij}}(f_k) = \max_{\alpha_{i1}}(f_1^k) + \max_{\alpha_{i2}}(f_2^k) + ... + \max_{\alpha_{in}}(f_n^k) + C_k =$$

$$= \sum_{i}^{n}\max_{\alpha_{ii}}(f_i^k) + C_k,$$

где

$$i = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ \ j = 1,\ 2,\ ...,\ m.$$

Следовательно, необходимо решить nm задач

$$\{f_i^k\} \to \max_{\alpha_{ij}}\ \ (i = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ \ j = 1,\ 2,\ ...,\ m;\ \ k = 1,\ 2,\ ...,\ m)$$

при ограничениях «типа равенства»:

$$\sum_{j}^{m}\alpha_{ij} = \alpha_x\quad (i = 1,\ 2,\ ...,\ n),$$

где

$$f_i^k = K_i^k\alpha_{ik} + \sum_{j\neq m}^{m} R_{ij}^k\alpha_{ij} = \sum_{j}^{m} S_{ij}^k\alpha_{ij},$$

причем

$$S_{ij}^k = \begin{cases} K_i^k, \text{ если } j = k, \\ R_{ij}^k, \text{ если } j \neq k. \end{cases}$$

Сформулирована типовая задача поиска экстремума функции. Она легко решается. Поскольку

$$\max_{a_{ij}}(f_i^k) = \max_{j}(S_{ij}^k) \cdot \alpha_x,$$

то максимальное отклонение МНК-оценки k-ого параметра равно

$$\max_{\Delta X,\ \Delta Y}(|\Delta b_k^*|) = \max_{\alpha_{ij}}(f_k) = \frac{1}{n}\alpha_x\sum_{i}^{n}\max_{j}(S_{ij}^k) + \frac{1}{n}C_k,$$

$$(i = 1,\ 2,\ ...,\ n;\ j = 1,\ 2,\ ...,\ m).$$

Кроме рассмотренных выше трех видов ограничений на погрешности могут представлять интерес и другие, но для демонстрации типовых результатов ограничимся только этими тремя видами.

Оценивание линейной регрессионной связи. В качестве примера рассмотрим оценивание линейной регрессионной связи случайных величин y и x_1, x_2, ..., x_m с нулевыми математическими ожиданиями. Пусть эта связь описывается соотношением:

$$y = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + e,$$

где b_1, b_2, ..., b_m — постоянные, а случайная величина e некоррелирована с x_1, x_2, ..., x_m. Допустим, необходимо оценить неизвестные параметры b_1, b_2, ..., b_m по серии независимых испытаний:

$$y_i = \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij} + e_i \ (i = 1,\ 2,\ ...,\ n).$$

Здесь при каждом $i = 1, 2, \ldots, n$ имеем новую независимую реализацию рассматриваемых случайных величин. В этой частной схеме оценки наименьших квадратов b_1^{*R}, b_2^{*R}, …, b_m^{*R} параметров b_1, b_2, ..., b_m являются, как известно, состоятельными [72].

Пусть величины x_1, x_2, ..., x_m в дополнение к попарной независимости имеют единичные дисперсии. Тогда из Закона больших чисел [72] следует существование следующих пределов (см. предположение 1 выше):

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} x_{ij}^R\} = M\{x_j\} = 0 \qquad (j = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (x_{ij}^R - M\{x_j\})^2\} = D\{x_j\} = 1 \qquad (j = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (x_{ij}^R - M\{x_j\})(x_{ik}^R - M\{x_k\})\} = 0 \qquad (j,k = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} y_i^R\} = M\{y\} = b_1 M\{x_1\} + \ldots + b_m M\{x_m\} + M\{e\} = 0,$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (y_i^R - M\{y\})^2\} = D\{y\} = b_1^2 + \ldots + b_m^2 + \sigma^2,$$

где σ — среднее квадратическое отклонение случайной величины е.

Пусть измерения производятся с погрешностями, удовлетворяющими ограничениям типа 1, тогда максимальное приращение величины $|\Delta b_k^*|$, как показано выше, равно:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b^*_k|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[|\frac{2}{m-1}x_{ik}^R b^*_k + x_{ij}^R b^*_j - \frac{1}{m-1}y_i^r|\cdot\Delta_k^x +$$

$$+|x_{ik}^R b^*_j|\cdot\Delta_j^x] + \sum_{i}^{n}|x_{ik}^R|\cdot\Delta^y\}.$$

Перейдем к предельному случаю и выпишем выражение для нотны:

$$N_k = \lim_{n\to\infty}\{\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b^*_k|)\} =$$

$$= \sum_{j\neq k}^{m}[M\{|\frac{2}{m-1}x_k b_k + x_j b_j - \frac{1}{m-1}y|\}\cdot\Delta_k^x +$$

$$+ M\{|x_k b_j|\}\cdot\Delta_j^x + M\{|x_k|\}\cdot\Delta^y.$$

В качестве примера рассмотрим случай $m = 2$. Тогда

$$N_1 = M\{|2x_1b_1 + x_2b_2 - y|\}\Delta_1^x + M\{b_2x_1\}\Delta_2^x + M\{|x_1|\}\Delta^y,$$
$$N_2 = M\{|2x_2b_2 + x_1b_1 - y|\}\Delta_2^x + M\{b_1x_2\}\Delta_1^x + M\{|x_2|\}\Delta^y.$$

Приведенное выше выражение для максимального приращения метрологической погрешности не может быть использовано в случае $m = 1$. Для $m = 1$ выведем выражение для нотны, исходя из соотношения:

$$\Delta b^*_k = \frac{1}{n}\{\sum_j^m \sum_i^n (x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b^*_j - \sum_i^n (\Delta x_{ik}y_i + x_{ik}\Delta y_i)\}.$$

Подставив $m = 1$, получим:

$$\Delta b^* = \frac{1}{n}\{\sum_i^n (2x_i\Delta x_i)b^* - \sum_i^n (\Delta x_i y_i + x_i\Delta y_i)\} =$$
$$\frac{1}{n}\{\sum_i^n ((2x_ib^* - y_i)\Delta x_i + x_i\Delta y_i)\}.$$

Следовательно, *нотна* выглядит так:

$N_f = M\{|2xb^* - y|\}\Delta^x + M\{|x|\}\Delta^y.$

Для нахождения рационального объема выборки необходимо сделать следующее.

Этап 1. Выразить зависимость размеров и меры области рассеивания $B_\alpha(n, b)$ от числа опытов n (см. выше).

Этап 2. Ввести меру неопределенности и записать соотношение между статистической и интервальной неопределенностями.

Этап 3. По результатам этапов 1 и 2 получить выражение для рационального объема выборки.

Для выполнения этапа 1 определим область рассеивания следующим образом. Пусть доверительным множеством $B_\alpha(n, b)$ является m-мерный куб со сторонами длиною $2k$, для которого

$P(b \in B_\alpha(n, b^{*R})) = \alpha.$

Исследуем случайный вектор b^* и

$$b^{*R} = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T (X_R b + e) =$$
$$= (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T X_R b + (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e = b + (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e.$$

Как известно, если элементы матрицы $A = \{a_{ij}\}$ — случайные, т.е. A — случайная матрица, то ее математическим ожиданием является матрица, составленная из математических ожиданий ее элементов, т.е. $M\{A\} = \{M\{a_{ij}\}\}$.

Утверждение 1. Пусть $A = \{a_{ij}\}$ и $B = \{b_{ij}\}$ — случайные матрицы порядка (m x n) и (n x r) соответственно, причем любая пара их элементов (a_{ij}, b_{kl}) состоит из независимых случайных величин. Тогда математическое ожидание произведения матриц равно произведению математических ожиданий сомножителей, т.е. $M\{AB\} = M\{A\}\ M\{B\}$.

Доказательство. На основании определения математического ожидания матрицы заключаем, что

$$A \cdot B = \left\{ \sum_{k}^{n} a_{ik} b_{kj} \right\} \rightarrow M\{A \cdot B\} = \left\{ M \left\{ \sum_{k}^{n} a_{ik} \cdot b_{kj} \right\} \right\} = \left\{ \sum_{k}^{n} M\{a_{ik} \cdot b_{kj}\} \right\},$$

но так как случайные величины a_{ik}, b_{kj} независимы, то

$$M\{A \cdot B\} = \left\{ \sum_{k}^{n} M\{a_{ik}\} \cdot M\{b_{kj}\} \right\} = M\{A\} \cdot M\{B\},$$

что и требовалось доказать.

Утверждение 2. Пусть $A = \{a_{ij}\}$ и $B = \{b_{ij}\}$ — случайные матрицы порядка $(m \times n)$ и $(n \times r)$ соответственно. Тогда математическое ожидание суммы матриц равно сумме математических ожиданий слагаемых, т.е. $M\{A + B\} = M\{A\} + M\{B\}$.

Доказательство. На основании определения математического ожидания матрицы заключаем, что

$$M\{A + B\} = \{M\{a_{ij} + b_{ij}\}\} = \{M\{a_{ij}\} + M\{b_{ij}\}\} = M\{A\} + M\{B\},$$

что и требовалось доказать.

Найдем математическое ожидание и ковариационную матрицу вектора b^* с помощью утверждений 1, 2 и выражения для b^{*R}, приведенного выше. Имеем

$$M\{b^{*R}\} = b + M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e\} = b + M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T\} \cdot M\{e\}.$$

Но так как $M\{e\} = 0$, то $M\{b^{*R}\} = b$. Это означает, что оценка МНК является несмещенной.

Найдем ковариационную матрицу:

$$D\{b^{*R}\} = M\{(b^{*R} - b)(b^{*R} - b)^T\} =$$
$$= M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot e \cdot e^T \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\}.$$

Можно доказать, что

$$D\{b^{*R}\} = M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot M\{e \cdot e^T\} \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\},$$

Но $M\{e \cdot e^T\} = D\{e\} = \sigma^2 E$, поэтому

$$D\{b^{*R}\} = M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot (\sigma^2 E) \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\} =$$
$$= \sigma^2 \cdot M\{(X_R^T X_R)^{-1}\}.$$

Как выяснено ранее, для достаточно большого количества опытов n выполняется приближенное равенство

$$(X_R^T X_R)^{-1} \approx \frac{1}{n} E, \qquad (51)$$

тогда при больших n

$$D\{b^{*R}\} = \frac{\sigma^2}{n}E.$$

Осталось определить вид распределения вектора b^{*R}. Из выражения для b^{*R}, приведенного выше, и асимптотического соотношения (51) следует, что

$$b^{*R} = b + \frac{1}{n}X_R^T e.$$

Можно показать, что вектор b^{*R} имеет асимптотически нормальное распределение, т.е.

$$b^{*R} \in N(b, \frac{\sigma^2}{n}E).$$

Тогда совместная функция плотности распределения вероятностей случайных величин b_1^{*R}, b_2^{*R}, …, b_m^{*R} будет иметь в асимптотике вид:

$$f(b^{*R}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}(\det C)^{1/2}}\exp[-\frac{1}{2}(b^{*R}-b)^T C^{-1}(b^{*R}-b)], \tag{52}$$

где

$$C = D(b^{*R}) = \frac{\sigma^2}{n}E.$$

Тогда справедливы соотношения

$$C^{-1} = \frac{n}{\sigma^2}E,\ \det C = \det(\frac{n}{\sigma^2}E) = (\frac{\sigma^2}{n})^m.$$

Подставим в формулу (52), получим

$$f(b^{*R}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}\cdot(\sigma^2/n)^{m/2}}\cdot\exp[-\frac{1}{2}(b^{*R}-b)^T C^{-1}(b^{*R}-b)] =$$

$$\frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}\exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(b^{*R}-b)^T\cdot E\cdot(b^{*R}-b)] =$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}\exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(\beta_1^2+\beta_2^2+\ldots+\beta_m^2)],$$

где

$$\beta_i = b_i^{*R} - b_i,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m.$$

Вычислим асимптотическую вероятность попадания описывающего реальность вектора параметров b в m-мерный куб с длиной стороны, равной $2k$, и с центром b^{*R}.

$$P(-k<\beta_1<k, -k<\beta_2<k, \ldots, -k<\beta_m<k) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}$$

$$\times\{\int_{-k}^{k}..\int_{-k}^{k}\exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(\beta_1^2+\beta_2^2+\ldots+\beta_m^2)]\cdot d\beta_1\ldots d\beta_m\} =$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}\{\int_{-k}^{k}\exp[-\frac{n}{2\sigma^2}\beta_1^2]d\beta_1\ldots\int_{-k}^{k}\exp[-\frac{n}{2\sigma^2}\beta_m^2]d\beta_m\}.$$

Сделаем замену

$$t_i = \sqrt{n/2} \cdot \frac{1}{\sigma}\beta_i,\ i = 1,\ 2,\ ...,\ m.$$

Тогда

$$P = P(-k < \beta_1 < k, -k < \beta_2 < k, ..., -k < \beta_m < k) =$$

$$= \frac{(\sigma\sqrt{2/n})^m}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}[\int_{-T}^{T} e^{-t^2}dt]^m = [(1/\sqrt{\pi})\int_{-T}^{T} e^{-t^2}dt]]^m = [\Phi_0(T)]^m,$$

где $T = (n/2)^{1/2}(k/\sigma)$, а $\Phi_0(T)$ — интеграл Лапласа,

$$\Phi_0(T) = \Phi(\sqrt{2}T) - \Phi(-\sqrt{2}T),$$

где $\Phi(t)$ — функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Из последнего соотношения получаем

$$T = \Phi_0^{-1}(P^{1/m}),$$

где $\Phi^{-1}(P)$ — обратная функция Лапласа. Отсюда следует, что

$$k = \sigma\,(2/n)^{1/2}\,\Phi_0^{-1}\,(P^{1/m}). \quad (53)$$

Напомним, что доверительная область $B_\alpha(n,\ b)$ — это m-мерный куб, длина стороны которого равна K, т.е.

$P(b \in B_\alpha(n, b)) = P\,(-K < \beta_1 < K, -K < \beta_2 < K, \ldots, -K < \beta_m < K) = \alpha$.

Подставляя $P = \alpha$ в формулу (53), получим

$$K = k = \sigma\,(2/n)^{1/2}\Phi_0^{-1}(\alpha^{1/m}). \quad (54)$$

Соотношение (54) выражает зависимость размеров доверительной области (т.е. длины ребра куба K) от числа опытов n, среднего квадратического отклонения σ ошибки e и доверительной вероятности α. Это соотношение понадобится для определения рационального объема выборки.

Переходим к этапу 2. Необходимо ввести меру разброса (неопределенности) и установить соотношение между статистической и интервальной (метрологической) неопределенностями с соответствии с ранее сформулированным общим подходом.

Пусть A — некоторое измеримое множество точек в m-мерном евклидовом пространстве, характеризующее неопределенность задания вектора $a \in A$. Тогда необходимо ввести некую меру $M(A)$, измеряющую степень неопределенности. Такой мерой может служить m-мерный объем $V(A)$ множества A (т.е. его мера Лебега или Жордана), $M(A) = V(A)$.

Пусть P — m-мерный параллелепипед, характеризующий интервальную неопределенность. Длины его сторон равны значениям *нотн* $2N_1$, $2N_2$, …, $2N_m$, а центр a (точка пересечений диагоналей параллелепипеда) находится в точке b^{*R}. Пусть C — измеримое множество точек, характеризующее общую неопределенность. В рассматриваемом случае это m-мерный параллелепипед, длины сторон которого равны $2(N_1 + K)$, $2(N_2 + K)$, …, $2(N_m + K)$, а центр находится в точке b^{*R}. Тогда

$M(P) = V(P) = 2^m N_1 N_2 \ldots N_m,$ (55)

$M(C) = V(C) = 2^m (N_1 + K)(N_2 + K)\ldots(N_m + K).$ (56)

Справедливо соотношение (49), согласно которому $M(C) = M(P) + M(F)$, где множество $F = C\backslash P$ характеризует статистическую неопределенность.

На этапе 3 получаем по результатам этапов 1 и 2 выражение для рационального объема выборки. Найдем то число опытов, при котором статистическая неопределенность составит δ 100% от общей неопределенности, т.е. согласно правилу (50)

$M(F) = M(C) – M(P) = \delta M(C)$ (57)

где $0 < \delta < 1$. Подставив (55) и (56) в (57), получим

$$2^m \prod_{i=1}^{m}(N_i + K) - 2^m \prod_{i=1}^{m}(N_i) = 2^m \delta \prod_{i=1}^{m}(N_i + K).$$

Следовательно,

$$(1-\delta)\prod_{i=1}^{m}(N_i + K) / \prod_{i=1}^{m}(N_i) = 1.$$

Преобразуем эту формулу:

$$(1-\delta)\prod_{i=1}^{m}(1 + K / N_i) = 1,$$

откуда

$$\prod_{i}^{m}(1 + K / N_i) = 1/(1-\delta).$$

Если статистическая погрешность мала относительно метрологической, т.е. величины K/Ni малы, то

$$\prod_{i}^{m}(1 + K / N_i) \approx 1 + \sum_{i}^{m}(K / N_i).$$

При $m = 1$ эта формула является точной. Из нее следует, что для дальнейших расчетов можно использовать соотношение

$$1 + \sum_{i}^{m}(K / N_i) = 1/(1-\delta).$$

Отсюда нетрудно найти K:

$$K = \frac{\delta}{1-\delta}(1/\sum_{i=1}^{m}(1/N_i)). \quad (58)$$

Подставив в формулу (58) зависимость $K = K(n)$, полученную в формуле (54), находим приближенное (асимптотическое) выражение для рационального объема выборки:

$$n_{рац} = 2(\frac{1-\delta}{\delta}\sigma\sum_{i=1}^{m}(1/N_i)\cdot\Phi^{-1}(\alpha^{1/m}))^2.$$

При $m = 1$ эта формула также справедлива, более того, является точной.

Переход от произведения к сумме является обоснованным при достаточно малом δ, т.е. при достаточно малой статистической неопределенности по сравнению с метрологической. В общем случае можно находить K и затем рациональный объем выборки тем или иным численным методом.

Пример 1. Представляет интерес определение $n_{рац}$ для случая, когда $m = 2$, поскольку простейшая линейная регрессия с m = 2 широко применяется. В этом случае базовое соотношение имеет вид

$(1 + K/N_1)(1 + K/N_2) = 1/(1 – \delta)$.

Решая это уравнение относительно K, получаем

$K = 0{,}5\{ –(N_1 + N_2) + [(N_1 + N_2)^2 + 4N_1N_2 (\delta/(1 –\delta)]^{1/2}\}$.

Далее, подставив в формулу (54), получим уравнение для рационального объема выборки в случае $m = 2$:

$\sigma(2/n)^{1/2}\Phi^{-1}(\alpha^{1/2}) = 0{,}5\{–(N_1 + N_2) + [(N_1 + N_2)^2+4N_1N_2(\delta/(1 – \delta)]^{1/2}\}$.

Следовательно,

$$n_{rat} = \frac{8\left\{\Phi^{-1}(\sqrt{\alpha})\right\}^2}{\left\{-\frac{N_1}{\sigma}-\frac{N_2}{\sigma}+\sqrt{\left(\frac{N_1}{\sigma}+\frac{N_2}{\sigma}\right)^2+4\frac{N_1N_2\delta}{\sigma^2(1-\delta)}}\right\}^2}.$$

При использовании «принципа уравнивания погрешностей» согласно [3] δ = 1/2. При доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ имеем $\sqrt{\alpha} = 0{,}9747$ и согласно [42] $\Phi^{-1}(\sqrt{\alpha}) = 1{,}954.$ Для этих численных значений

$$n_{rat} = \frac{30{,}545}{\left\{-\frac{N_1}{\sigma}-\frac{N_2}{\sigma}+\sqrt{\left(\frac{N_1}{\sigma}+\frac{N_2}{\sigma}\right)^2+4\frac{N_1N_2}{\sigma^2}}\right\}^2}.$$

Если $\frac{N_1}{\sigma} = \frac{N_2}{\sigma} = 0{,}1,$ то $n_{rat} = 4455.$ Если же $\frac{N_1}{\sigma} = \quad = \frac{N_2}{\sigma} = 0{,}5,$ то $n_{rat} = 178.$ Если первое из этих чисел превышает обычно используемые объемы выборок, то второе находится в «рабочей зоне» регрессионного анализа.

Парная регрессия. Наиболее простой и одновременно наиболее широко применяемый частный случай парной регрессии рассмотрим подробнее. Модель имеет вид

$$y_i = ax_i + b + \varepsilon_i,\ \ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Здесь x_i — значения фактора (независимой переменной), y_i — значения отклика (зависимой переменной), ε_i — статистические погрешности, a, b — неизвестные параметры, оцениваемые методом наименьших квадратов. Она переходит в модель (используем альтернативную запись линейной модели)

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

если положить

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \ldots \\ y_n \end{pmatrix},\quad X = \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ \ldots & \ldots \\ x_n & 1 \end{pmatrix},\quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \ldots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix},\quad \beta = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Естественно принять, что погрешности факторов описываются матрицей

$$\Delta X = \alpha = \begin{pmatrix} \Delta x_1 & 0 \\ \ldots & \ldots \\ \Delta x_n & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \ldots & \ldots \\ \alpha_n & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемой модели интервального метода наименьших квадратов

$$X = X_R + \alpha,\ y = y_R + \gamma = y_R \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \ldots \\ \gamma_n \end{pmatrix},$$

где X, y — наблюдаемые (т.е. известные статистику) значения фактора и отклика; X_R, y_R — истинные значения переменных; α, γ — погрешности измерений переменных. Пусть β^* — оценка метода наименьших квадратов, вычисленная по наблюдаемым значениям переменных; β_R^* — аналогичная оценка, найденная по истинным значениям. В соответствии с ранее проведенными рассуждениями

$$\begin{aligned} \beta^* - \beta = [&-(X^T X)^{-1} \Delta (X^T X)^{-1} X^T + \\ &+ (X^T X)^{-1} \alpha^T] y + (X^T X)^{-1} X^T \gamma \end{aligned} \qquad (59)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка по $|\alpha|$ и $|\gamma|$. В формуле (59) использовано обозначение $\Delta = X^T\alpha + \alpha^T X.$ Вычислим правую часть в (59), выделим главный линейный член и найдем нотну.

Легко видеть, что

$$X^T X = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}, \quad (60)$$

где суммирование проводится от 1 до n. Для упрощения обозначений в дальнейшем до конца настоящего пункта не будем указывать эти пределы суммирования. Из (60) вытекает, что

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \Big/ [n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]. \quad (61)$$

Легко подсчитать, что

$$X^T \alpha + \alpha^T X = \begin{pmatrix} 2\sum x_i \alpha_i & \sum \alpha_i \\ \sum \alpha_i & n \end{pmatrix}. \quad (62)$$

Положим

$$S_0^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2.$$

Тогда знаменатель в (61) равен $n^2 S_0^2$. Из (61) и (62) следует, что

$$(X^T X)^{-1}(X^T \alpha + \alpha^T X) = \frac{1}{n^2 S_0^2} \begin{pmatrix} 2n\sum x\alpha - \sum x \sum \alpha & n\sum \alpha \\ -2\sum x \sum x\alpha + \sum x^2 \sum \alpha & -\sum x \sum \alpha \end{pmatrix}. \quad (63)$$

Здесь и далее опустим индекс i, по которому проводится суммирование. Это не может привести к недоразумению, поскольку всюду суммирование проводится по индексу i в интервале от 1 до n. Из (61) и (63) следует, что

$$(X^T X)^{-1}(X^T \alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} = \frac{1}{n^4 S_0^4} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (64)$$

где

$$A = 2n^2 \sum x\alpha - 2n \sum x \sum \alpha,$$

$$B = C = -2n \sum x \sum x\alpha + \left(\sum x\right)^2 \sum \alpha + n \sum \alpha \sum x^2,$$

$$D = 2\left(\sum x\right)^2 \sum x\alpha - 2\sum \alpha \sum x \sum x^2.$$

Наконец, вычисляем основной множитель в (59)

$$(X^T X)^{-1}(X^T \alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} X^T =$$

$$= \frac{1}{n^4 S_0^4} \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1i} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2i} & \dots & z_{2n} \end{pmatrix}, \quad (65)$$

где

$$z_{1i} = Ax_i + B, \; z_{2i} = Cx_i + D, \; i = 1, 2, \dots, n.$$

Перейдем к вычислению второго члена с α в (59). Имеем

$$(X^T X)^{-1}\alpha^T = \frac{1}{n^2 S_0^2}\begin{pmatrix} w_{11} & \dots & w_{1i} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & \dots & w_{2i} & \dots & w_{2n} \end{pmatrix}, \qquad (67)$$

где

$$w_{1i} = n\alpha_i,\ \ w_{2i} = -\alpha_i \sum x,\ \ i = 1,\ 2,\ \dots,\ n.$$

Складывая правые части (65) и (67) и умножая на y, получим окончательный вид члена с α в (59):

$$\{(X^T X)^{-1}(X^T\alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} X^T + (X^T X)^{-1}\alpha^T\} y = \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}, \qquad (68)$$

где

$$F = \left(\sum xy\right)\left(2n^2 \sum x\alpha - 2n \sum x \sum \alpha\right) / n^4 S_0^4 + \left(\sum y\alpha\right) / n S_0^2 +$$
$$+\left(\sum y\right)\left(n \sum \alpha \sum x^2 + \sum \alpha \left(\sum x\right)^2 - 2n \sum x \sum x\alpha\right) / n^4 S_0^4, \qquad (69)$$
$$G = \left(\sum xy\right)\left(-2n \sum x \sum x\alpha + n \sum \alpha \sum x^2 + \sum \alpha \left(\sum x\right)^2\right) / n^4 S_0^4 -$$
$$-\left(\sum y\alpha\right)\left(\sum x\right) / n^2 S_0^2 + \left(\sum y\right) \times$$
$$\times\left(2 \sum x\alpha \left(\sum x\right)^2 - 2 \sum \alpha \sum x \sum x^2\right) / n^4 S_0^4.$$

Для вычисления нотны выделим главный линейный член. Сначала найдем частные производные. Имеем

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} = \left(\sum xy\right)(2n^2 x_j - 2n \sum x) / n^4 S_0^4 + y_j / n S_0^2 +$$
$$+\left(\sum y\right)\left(n \sum x^2 + \left(\sum x\right)^2 - 2n\left(\sum x\right) x_j\right) / n^4 S_0^4; \qquad (70)$$
$$\frac{\partial G}{\partial \alpha_j} = \left(\sum xy\right)\left(-2n(\sum x) x_j + n \sum x^2 + \left(\sum x\right)^2\right) / n^4 S_0^4 -$$
$$-y_j\left(\sum x\right) / n^2 S_0^2 + \left(\sum y\right)\left(2x_j\left(\sum x\right)^2 - 2\sum x \sum x^2\right) / n^4 S_0^4.$$

Если ограничения имеют вид

$$|\alpha_j| \le \Delta,\ \ j = 1, 2, \dots, n,$$

то максимально возможное отклонение оценки a^* параметра a из-за погрешностей α_j таково:

$$N_a(x) = \sum_{1 \le j \le n} \left|\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}\right| \Delta + O(\Delta^2),$$

где производные заданы формулой (70).

Пример 2. Пусть вектор (x, y) имеет двумерное нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции ρ. Тогда

$$\lim_{\Delta \to 0} \lim_{n \to \infty} \frac{N_a(x)}{\Delta} = \lim_{n \to \infty} \sum_{1 \le j \le n} \left|\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}\right| = M\ |2\rho x + y| = \sqrt{\frac{2(1 + 8\rho^2)}{\pi}}. \qquad (71)$$

При этом

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\partial G}{\partial \alpha_j} = \rho,$$

следовательно, максимально возможному изменению параметра b^* соответствует сдвиг всех x_i в одну сторону, т.е. наличие систематической ошибки при определении x-ов. В то же время согласно (71) значения в асимптотике выбираются по правилу

$$\alpha_j = \begin{cases} \Delta, & 2\rho x_j + y_j > 0, \\ -\Delta, & 2\rho x_j + y_j \le 0. \end{cases}$$

Таким образом, максимальному изменению a^* соответствуют не те α_j, что максимальному изменению b^*. В этом состоит новое по сравнению с одномерным случаем. В зависимости от вида ограничений на возможные отклонения, в частности, от вида метрики в пространстве параметров, будут «согласовываться» отклонения по отдельным параметрам. Ситуация аналогична той, что возникает в классической математической статистике в связи с оптимальным оцениванием параметров. Если параметр одномерен, то ситуация с оцениванием достаточно прозрачна — есть понятие эффективных оценок, показателем качества оценки является средний квадрат ошибки, а при ее несмещенности — дисперсия. В случае нескольких параметров возникает необходимость соизмерить точность оценивания по разным параметрам. Есть много критериев оптимальности (см., например, [73]), но нет признанных правил выбора среди них.

Вернемся к формуле (59). Интересно, что отклонения вектора параметров, вызванные отклонениями значений факторов α и отклика γ, входят в (59) аддитивно. Хотя

$$\sup_{\alpha,\gamma} \|\beta^* - \beta\| \neq \sup_{\alpha} |\{-(X^T X)^{-1}\Delta(X^T X)^{-1} X^T + \\ +(X^T X)^{-1}\alpha^T\} y| + \sup_{\gamma} |(X^T X)^{-1} X^T \gamma|,$$

но для отдельных компонент (не векторов!) имеет место равенство.

В случае парной регрессии

$$(X^T X)^{-1} X^T \gamma = \\ = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(\sum \gamma_i (n x_i - \sum x);\ \sum \gamma_i(-x_i \sum x + \sum x^2)\right)^T. \qquad (72)$$

Из формул (68), (69) и (72) следует, что

$$\beta^* - \beta = \begin{pmatrix} a^*(X,y) - a^*(X_R, y_R) \\ b^*(X,y) - b^*(X_R, y_R) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F + F_1 \\ G + G_1 \end{pmatrix},$$

где F и G определены в (69), а

$$F_1 = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(n\sum \gamma x - \sum x \sum \gamma\right),$$

$$G_1 = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(\sum \gamma \sum x^2 - \sum \gamma x \sum x\right).$$

Итак, продемонстрирована возможность применения основных подходов статистики интервальных данных в регрессионном анализе.

Пример использования интервального регрессионного анализа. Методы статистики интервальных данных наряду с классическими методами оказываются полезными не только в традиционных статистических задачах, но и во многих других областях, в частности, в экономике и управлении промышленными предприятиями [56, 74]. Пример использования статистики интервальных данных в инвестиционном менеджменте подробно описан в [56] (см. также соответствующий раздел ниже). Перспективы применения статистики интервальных данных в контроллинге рассмотрены в [75]. Компьютерный анализ данных и использование статистических методов в информационных системах управления предприятием при решении задач контроллинга рассмотрены в [76]. Рассмотрим практический пример применения интервального регрессионного анализа при анализе и прогнозировании затрат предприятия [77].[8]

Выпуск продукции y зависит от величины суммарных переменных затрат x. Условные исходные данные для предприятия «Омега» приведены в табл. 1. Необходимо построить уравнение регрессии и найти *нотну*. В данном случае $n = 12$, $k = 2$. Зависимость ищется в виде $y = ax + b$.

Таблица 1

Исходные данные для предприятия «Омега», тыс. руб.

№ п/п	x	y	№ п/п	x	y
1	15,1	89,0	7	44,3	145,9
2	16,8	110,8	8	46,0	151,8
3	25,0	104,4	9	46,8	153,7
4	30,7	116,1	10	53,4	161,8
5	33,2	127,8	11	56,5	175,8
6	44,2	143,3	12	65,4	193,4

[8] Пример рассмотрен и расчеты проведены Е.А. Гуськовой.

Пусть как для x, так и для y максимально возможная погрешность $\lambda = 10$. Можно доказать [37], что указанное значение λ допустимо считать малым, поскольку под «малостью» следует понимать малость относительно типовых значений x и y. Построим уравнение регрессии согласно методу наименьших квадратов:

$$y = 63,32 + 1,914x.$$

Оценим максимально возможное изменение (приращение) вектора (a^*, b^*) оценок параметров линейной зависимости методом наименьших квадратов при изменении исходных данных, когда α и γ малы (см. формулу (59) выше). Для этого найдем нотны — максимально возможные изменения координат этого вектора в предположении $|\alpha| \le \lambda$ и $|\gamma| \le \lambda$:

$N_{a^*}(x, y) = 0,87$; $N_{b^*}(x, y) = 32,98$.

Найдем доверительные интервалы для параметров a и b согласно [56, п. 5.1] при доверительной вероятности 0,95. Для параметра a (т.е. для переменных затрат на единицу выпуска) нижняя доверительная граница $a_H(0,95) = 1,595,$ а верхняя — $a_B(0,95) = 2,233.$ Доверительный интервал для параметра a с учетом нотны равен [1,595 – 0,87; 2,233 + 0,87] или [0,73; 3,1]. Ширина «классического» доверительного интервала $d_1 = a_{\text{В}}(0,95) - a_{\text{Н}}(0,95)$ равна 0,63, что несколько меньше, чем нотна 0,87.

Для параметра b (т.е. для постоянных затрат) нижняя доверительная граница $b_H(0,95) = 58,51,$ а верхняя — $b_B(0,95) = 68,13$. Ширина «классического» доверительного интервала для параметра b^* равна 9,63, т.е. почти в 3 раза меньше, чем нотна 32,98. Доверительный интервал для параметра b с учетом нотны равен [58,51 – 32,98; 68,13 + 32,98] или [25,53; 101,12].

Итак, восстановленная зависимость с учетом метрологических и статистических погрешностей имеет вид

$$y = (1,914 \pm 1,187)x + (63,32 \pm 37,79).$$

Исходя из погрешностей коэффициентов линейной зависимости, можно указать нижнюю и верхнюю доверительные границы для функции

$$y_{\min} = 0,727x + 25,53, \quad y_{\max} = 3,101x + 101,11.$$

Более точно доверительные границы для значения функции в определенной точке можно указать, если найти нотну и статистическую погрешность не для коэффициентов, а непосредственно для значения функции [56, п. 5.1].

Полученные результаты дают возможность оценивать точность прогнозирования с помощью восстановленной зависимости, рассчитывая нижние и верхние границы для значения зависимой переменной. Например, при x = 100 нижняя и верхняя границы интервала равны

$y_{\text{н}}(100) = (1{,}914 - 1{,}187)\square 100 + 63{,}32 - 37{,}79 = 98{,}23;$

$y_{\text{в}}(100) = (1{,}914 + 1{,}187)\square 100 + 63{,}32 + 37{,}79 = 411{,}21.$

Некоторые замечания. На основе использования вероятностных моделей регрессионного анализа [56, гл. 5.1] удается построить доверительные границы для восстановленной зависимости. Однако при практическом применении вероятностных моделей не всегда легко обосновать предположения, наложенные на вектор невязок ε (независимость и одинаковую распределенность его координат). Кроме того, при моделировании экономических явлений и процессов обычно нет оснований использовать нормально распределенные случайные величины [56, гл. 4.1], следовательно, нельзя применять методы регрессионного анализа, основанные на нормальном распределении погрешностей. При этом объем данных обычно таков, что применение асимптотических формул непараметрического регрессионного анализа [56, гл. 5] не вполне оправдано. Поэтому описанный выше подход интервального регрессионного анализа представляется не менее оправданным, чем подход на основе вероятностных моделей. В этом мы согласны с А.П. Вощининым [46]. Представляется необходимым использование интервального регрессионного анализа в различных областях научных и прикладных исследований, прежде всего, в технических, экономических, управленческих разработках.

7.7. Интервальный дискриминантный анализ

Перейдем к задачам классификации в статистике интервальных данных. Как известно [78], важная их часть — задачи дискриминации (диагностики, распознавания образов с учителем). В этих задачах заданы классы (полностью или частично, с помощью обучающих выборок), и необходимо принять решение — к какому из этих классов отнести вновь поступающий объект.

В линейном дискриминантном анализе правило принятия решений основано на линейной функции $f(x)$ от распознаваемого вектора $x \in R^k$. Рассмотрим для простоты случай двух классов. Правило принятия решений определяется константой C — при $f(x) > C$ распознаваемый объект относится к первому классу, при $f(x) \le C$ — ко второму.

В первоначальной вероятностной модели Р. Фишера предполагается, что классы заданы обучающими выборками объемов N_1 и N_2, соответственно, из многомерных нормальных распределений с разными математическими ожиданиями, но одинаковыми ковариационными матрицами. В соответствии с леммой Неймана-Пирсона, дающей правило принятия решений при проверке статистических гипотез, дискриминантная функция является линейной. Для ее практического использования теоретические характеристики распределения необходимо заменить на выборочные. Тогда дискриминантная функция приобретает следующий вид

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \right)^T S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2).$$

Здесь $\bar{x}_1$ — выборочное среднее арифметическое по первой выборке $x_\alpha^{(1)}$, $\alpha = 1, 2, ..., N_1$, а $\bar{x}_2$ — выборочное среднее арифметическое по второй выборке $x_\beta^{(2)}$, $\beta = 1, 2, ..., N_2$. В роли S может выступать любая состоятельная оценка общей для выборок ковариационной матрицы. Обычно используют следующую оценку, естественным образом сконструированную на основе выборочных ковариационных матриц:

$$S = \frac{\sum_{\alpha=1}^{N_1}(x_\alpha^{(1)} - \bar{x}_1)(x_\alpha^{(1)} - \bar{x}_1)^T + \sum_{\beta=1}^{N_2}(x_\beta^{(2)} - \bar{x}_2)(x_\beta^{(2)} - \bar{x}_2)^T}{N_1 + N_2 - 2}.$$

В соответствии с подходом статистики интервальных данных считаем, что специалисту по анализу данных известны лишь значения с погрешностями

$$y_\alpha^{(1)} = x_\alpha^{(1)} + \varepsilon_\alpha^{(1)}, \ \alpha = 1, 2, ..., N_1,$$
$$y_\beta^{(2)} = x_\beta^{(2)} + \varepsilon_\beta^{(2)}, \ \beta = 1, 2, ..., N_2.$$

Таким образом, вместо $f(x)$ статистик делает выводы на основе искаженной линейной дискриминантной функции $f_1(x)$, в которой коэффициенты рассчитаны не по исходным данным $x_\alpha^{(1)}$, $x_\beta^{(2)}$, а по искаженным погрешностями значениям $y_\alpha^{(1)}$, $y_\beta^{(2)}$.

Это модель с искаженными параметрами дискриминантной функции. Следующая модель — такая, в которой распознаваемый вектор x также известен с ошибкой. Далее, константа C может появляться в модели различными способами. Она может задаваться априори абсолютно точно. Может задаваться с какой-то ошибкой, не связанной с ошибками, вызванными конечностью обучающих выборок. Может рассчитываться по обучающим выборкам, например, с целью уравнять ошибки классификации, т.е. провести плоскость дискриминации через середину отрезка, соединяющего центры классов. Итак, целый спектр моделей ошибок.

На какие статистические процедуры влияют ошибки в исходных данных? Здесь тоже много постановок. Можно изучать влияние погрешностей измерений на значения дискриминантной функции f, например, в той точке, куда попадает вновь поступающий объект x. Очевидно, случайная величина $f(x)$ имеет некоторое распределение, определяемое распределениями обучающих выборок. Выше описана модель Р. Фишера с нормально распределенными совокупностями. Однако реальные данные, как правило, не подчиняются нормальному распределению [56]. Тем не менее линейный статистический анализ имеет смысл и для распределений, не являющихся нормальными (при этом вместо свойств многомерного нормального распределения приходится опираться на многомерную центральную предельную теорему и теорему о наследовании сходимости [13]). В частности, приравняв метрологическую ошибку, вызванную погрешностями исходных данных, и статистическую ошибку, получим условие, определяющее рациональность объемов выборок. Здесь два объема выборок, а не один, как в большинстве рассмотренных постановок статистики интервальных данных. С подобным мы сталкивались ранее при рассмотрении двухвыборочного критерия Смирнова.

Естественно изучать влияние погрешностей исходных данных не при конкретном x, а для правила принятия решений в целом. Может представлять интерес изучение характеристик этого правила по всем x или по какому-либо отрезку. Более интересно рассмотреть показатель качества классификации, связанный с пересчетом на модель линейного дискриминантного анализа [56, 79].

Математический аппарат изучения перечисленных моделей развит выше в предыдущих разделах настоящей главы. Некоторые результаты приведены в [39]. Из-за большого объема выкладок ограничимся приведенными здесь замечаниями.

7.8. Интервальный кластер-анализ

Кластер-анализ, как известно [78], имеет целью разбиение совокупности объектов на группы сходных между собой. Многие методы кластер-анализа основаны на использовании расстояний между объектами. (Степень близости между объектами может измеряться также с помощью мер близости и показателей различия, для которых неравенство треугольника выполнено не всегда.) Рассмотрим влияние погрешностей измерения на расстояния между объектами и на результаты работы алгоритмов кластер-анализа.

С ростом размерности p евклидова пространства диагональ единичного куба растет как $\sqrt{p}.$ А какова погрешность определения евклидова расстояния? Пусть двум рассматриваемым объектам соответствуют $X_0 = (x_1,\ x_2,\ ...,\ x_p)$ и $Y_0 = (y_1,\ y_2,\ ...,\ y_p)$ — вектора размерности p. Они известны с погрешностями $\varepsilon = (\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ ...,\ \varepsilon_p)$ и $\delta = (\delta_1,\ \delta_2,\ ...,\ \delta_p)$, т.е. статистику доступны лишь вектора $X = X_0 + \varepsilon,\ Y = Y_0 + \delta.$ Легко видеть, что

$$\rho^2(X,Y) = \rho^2(X_0,Y_0) + \\ +2\sum_{1\le i\le p}(x_i - y_i)(\varepsilon_i - \delta_i) + \sum_{1\le i\le p}(\varepsilon_i - \delta_i)^2. \qquad (73)$$

Пусть ограничения на абсолютные погрешности имеют вид $|\varepsilon_i| \le \Delta,\ |\delta_i| \le \Delta,\ i = 1,2,...,n.$

Такая запись ограничений предполагает, что все переменные имеют примерно одинаковый разброс. Трудно ожидать этого, если переменные имеют различные размерности. Однако рассматриваемые ограничения на погрешности естественны, если переменные предварительно стандартизованы, т.е. центрированы и пронормированы (т.е. из каждого значения вычтено среднее арифметическое, а разность поделена на выборочное среднее квадратическое отклонение).

Пусть $p\Delta^2 \to 0.$ Тогда последнее слагаемое в (73) не превосходит $4p\Delta^2,$ поэтому им можно пренебречь. Тогда из (73) следует, что нотна евклидова расстояния имеет вид

$$N_{\rho^2}(X_0, Y_0) = 4\sum_{1\le i\le p} |x_i - y_i|\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Если случайные величины $|x_i - y_i|$ имеют одинаковые математические ожидания и для них справедлив закон больших чисел (эти предположения естественны, если переменные перед применением кластер-анализа стандартизованы), то существует константа C такая, что

$$N_{\rho^2}(X_0, Y_0) = Cp\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка при малых Δ, больших p и $p\Delta^2 \to 0$.

Из рассмотрений настоящего пункта вытекает, что

$$\rho(X, Y) = \rho(X_0, Y_0) + \theta\frac{Cp\Delta}{2\rho(X_0, Y_0)} \qquad (74)$$

при некотором θ таком, что $|\theta| < 1$.

Какое минимальное расстояние является различимым? По аналогии с определением рационального объема выборки при проверке гипотез предлагается уравнять слагаемые в (74), т.е. определять минимально различимое расстояние $\rho_{\min}$ из условия

$$\rho_{\min} = \frac{Cp\Delta}{2\rho_{\min}}, \quad \rho_{\min} = \sqrt{\frac{Cp\Delta}{2}}. \qquad (75)$$

Естественно принять, что расстояния, меньшие $\rho_{\min}$, не отличаются от 0, т.е. точки, лежащие на расстоянии $\rho \le \rho_{\min}$, не различаются между собой.

Каков порядок величины C? Если x_i и y_i независимы и имеют стандартное нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, то, как легко подсчитать, $M|x_i - y_i| = 2/\sqrt{\pi} = 1{,}13$ и соответственно C = 4,51. Следовательно, в этой модели

$$\rho_{\min} = 1{,}5\sqrt{p\Delta}.$$

Формула (75) показывает, что хотя с ростом размерности пространства p растет диаметр (длина диагонали) единичного куба — естественной области расположения значений переменных, с той же скоростью растет и естественное квантование расстояния с помощью порога неразличимости ρ_{min}, т.е. увеличение размерности (вовлечение новых переменных), вообще говоря, не улучшает возможности кластер-анализа.

Можно сделать выводы и для конкретных алгоритмов. В дендрограммах (например, результатах работы иерархических агломеративных алгоритмах ближнего соседа, дальнего соседа, средней связи) можно порекомендовать склеивать (т.е. объединять) уровни, отличающиеся менее чем на ρ_{min}. Если все уровни склеятся, то можно сделать вывод, что у данных нет кластерной структуры, они однородны. В алгоритмах типа «Форель» центр тяжести текущего кластера определяется с точностью $\pm\Delta$ по каждой координате, а порог для включения точки в кластер (радиус шара R) из-за погрешностей исходных данных может измениться согласно (74) на

$$\pm\frac{2,25}{R}p\Delta.$$

Поэтому кроме расчетов с R рекомендуется провести также расчеты с радиусами R_1 и R_2, где

$$R_1 = R\left(1-\frac{2,25}{R^2}p\Delta\right),\quad R_2 = R\left(1+\frac{2,25}{R^2}p\Delta\right),$$

и сравнить полученные разбиения. Быть адекватными реальности могут только выводы, общие для всех трех расчетов. Эти рекомендации развивают общую идею [3] о целесообразности проведения расчетов при различных значениях параметров алгоритмов с целью выделения выводов, инвариантных по отношению к выбору конкретного алгоритма.

7.9. Интервальные данные в инвестиционном менеджменте

Методы статистики интервальных данных оказываются полезными не только в традиционных технических и эконометрических задачах, но и во многих других областях, например, в инвестиционном менеджменте.

Основная идея формулируется так. Все знают, что любое инженерное измерение проводится с некоторой погрешностью. Эту погрешность обычно приводят в документации и учитывают при принятии решений. Ясно, что и любое экономическое измерение также проводится с погрешностью. А вот какова она? Необходимо уметь ее оценивать, поскольку ошибки при принятии экономических решений обходятся дорого.

Например, как принимать решение о выгодности или невыгодности инвестиционного проекта? Как сравнивать инвестиционные проекты между собой? Как известно, для решения этих задач используют такие экономические характеристики, как *NPV* (*Net Present Value*) — *чистая текущая стоимость* (этот термин переводится с английского также как чистый дисконтированный доход, чистое приведенное значение и др.), внутренняя норма доходности, срок окупаемости, показатели рентабельности и др.

С экономической точки зрения инвестиционные проекты описываются финансовыми потоками, т.е. функциями от времени, значениями которых являются платежи (и тогда значения этих функций отрицательны) и поступления (значения функций положительны). Сравнение инвестиционных проектов — это сравнение функций от времени с учетом внешней среды, проявляющейся в виде дисконт-функции (как результата воздействия социальных, технологических, экологических, экономических и политических факторов), и представлений законодателя или инвестора — обычно ограничений на финансовые потоки платежей и на горизонт планирования. Основная проблема при сравнении инвестиционных проектов такова: *что лучше — меньше, но сейчас, или больше, но потом*? Как правило, чем больше вкладываем сейчас, тем больше получаем в более или менее отдаленном будущем. Вопрос в том, достаточны ли будущие поступления, чтобы покрыть нынешние платежи и дать приемлемую для инвестора прибыль?

В настоящее время широко используются различные теоретические подходы к сравнению инвестиционных проектов и облегчающие расчеты компьютерные системы, в частности, ТЭО-ИНВЕСТ, *Project Expert, COMFAR, PROPSIN,* Альт-Инвест. Однако ряд важных моментов в них не учтен.

Введем основные понятия.

Дисконт-функция как функция от времени показывает, сколько стоит для фирмы 1 руб. в заданный момент времени, если его привести к начальному моменту. Если дисконт-функция — константа для разных отраслей, товаров и проектов, то эта константа называется дисконт-фактором, или просто дисконтом. Дисконт-функция определяется совместным действием различных факторов, в частности, реальной процентной ставки и индекса инфляции. Реальная процентная ставка описывает «нормальный» рост экономики (т.е. без инфляции). В стабильной ситуации доходность от вложения средств в различные отрасли, в частности, в банковские депозиты, примерно одинакова. Сейчас она, по оценке ряда экспертов, около 12%. Итак, нынешний 1 руб. превращается в 1,12 руб. через год, а потому 1 руб. через год соответствует 1/1,12 = 0,89 руб. сейчас — это и есть максимум дисконта.

Обозначим дисконт буквой C. Если q — банковский процент (плата за депозит), т.е. вложив в начале года в банк 1 руб., в конце года получим $(1 + q)$ руб., то дисконт определяется по формуле $C = 1/(1 + q)$. При таком подходе полагают, что банковские проценты одинаковы во всех банках. Более правильно было бы считать q, а потому и C, нечисловыми величинами, а именно, интервалами $[q_1; q_2]$ и $[C_1; C_2]$. Следовательно, экономические выводы должны быть исследованы на *устойчивость* (применяют и термин *«чувствительность»*) по отношению к возможным отклонениям.

Как функцию времени t дисконт-функцию обозначим $C(t)$. При постоянстве дисконт-фактора имеем $C(t) = C^t$. Если $q = 0{,}12$, $C = 0{,}89$, то 1 руб. за 2 года превращается в $1{,}12^2 = 1{,}2544$, через 3 — в 1,4049. Итак, 1 руб., получаемый через 2 года, соответствует 1/1,2544 = 0,7972 руб., т.е. 79,72 коп. сейчас, а 1 руб., обещанный через 3 года, соответствует 0,71 руб. сейчас. Другими словами, $C(2) = 0{,}80$, а $C(3) = 0{,}71$. Если дисконт-фактор зависит от времени, в первый год равен C_1, во второй — C_2, в третий — C_3, ..., в t-ый год — C_t, то $C(t)= C_1, C_2, C_3, ..., C_t$.

Рассмотрим характеристики потоков платежей. Срок окупаемости — тот срок, за который доходы покроют расходы. Обычно предполагается, что после этого проект приносит только прибыль. Это верно не всегда. Простейший вариант, для которого не возникает никаких парадоксов, состоит в том, что все инвестиции (капиталовложения) делаются сразу, в начале, а затем инвестор получает только доход. Сложности возникают, если проект состоит из нескольких очередей, вложения распределены во времени.

Примитивный способ расчета срока окупаемости состоит в делении объема вложений A на ожидаемый ежегодный доход B. Тогда срок окупаемости равен A/B. Этот способ некорректен. Если дисконт-фактор равен C, то максимально возможный суммарный доход равен

$$BC + BC^2 + BC^3 + BC^4 + BC^5 + ... = BC\,(1 + C + C^2 + C^3 + C^4 + ...) = BC/(1 - C).$$

Если A/B меньше $C/(1 - C)$, то можно рассчитать срок окупаемости проекта, но он будет больше, чем A/B. Если же A/B больше или равно $C/(1 - C)$, то проект не окупится никогда. Поскольку максимум C равен 0,89, то проект не окупится никогда, если A/B не меньше 8,09.

Пусть вложения равны 1 млн. руб., ежегодная прибыль составляет 500 тыс., т.е. $A/B = 2$, дисконт-фактор $C = 0.8$. При примитивном подходе (при $C = 1$) срок окупаемости равен 2 годам. А на самом деле? За k лет будет возвращено

$$BC\,(1 + C + C^2 + C^3 + C^4 + ... + C^k) = BC(1 - C^{k+1}) / (1 - C).$$

Срок окупаемости k получаем из уравнения $1=0,5\times0,8(1 - 0,8^{k+1})/(1 - 0,8)$, откуда $k = 2,11$. Он оказался равным 2,11 лет, т.е. увеличился примерно на 6 недель. Это немного. Однако если $B = 0,2$, то имеем уравнение $1 = 0,2\times0,8(1 - 0,8^{k+1}) / (1 - 0,8)$. У этого уравнения нет корней, поскольку $A/B = 5 > C/(1 - C) = 0.8/(1 - 0,8) = 4$. Проект не окупится никогда. Прибыль можно ожидать лишь при $A/B < 4$. Рассмотрим промежуточный случай, $B = 0,33$, с «примитивным» сроком окупаемости 3 года. Тогда имеем уравнение $1 = 0,33 \times 0,8\,(1 - 0,8^{k+1})/ (1 - 0,8)$, откуда $k = 5,40$.

Рассмотрим финансовый поток $a(0)$, $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$, ..., $a(t)$, ... (для простоты примем, что платежи или поступления происходят раз в год). Выше рассмотрен поток с одним платежом $a(0) = (-A)$ и дальнейшими поступлениями $a(1) = a(2) = a(3) = ... = a(t) = ... = B$. Чистая текущая стоимость (*Net Present Value*, сокращенно *NPV*) рассчитывается для финансового потока путем приведения затрат и поступлений к начальному моменту времени:

$$NPV = a(0) + a(1)C(1) + a(2)C(2) + a(3)C(3) + \ldots + a(t)C(t) + \ldots,$$

где $C(t)$ — дисконт-функция. В простейшем случае, когда дисконт-фактор не меняется год от года и имеет вид $C = 1/(1 + q)$, формула для NPV конкретизируется:

$$NPV = NPV(q) = a(0) + a(1)/(1 + q) + a(2)/(1 + q)^2 + a(3)/(1 + q)^3 + \ldots + a(t)/(1 + q)^t + \ldots$$

Пусть, например, $a(0) = –10$, $a(1) = 3$, $a(2) = 4$, $a(3) = 5$. Пусть $q = 0,12$, тогда

$$NPV(0,12) = –10 + 3 \times 0,89 + 4 \times 0.80 + 5 \times 0,71 = –10 + 2,67 + 3,20 + 3,55 = –0,58.$$

Итак, проект невыгоден для вложения капитала, поскольку $NPV(0,12)$ отрицательна. При отсутствии дисконтирования (при $C = 1$, $q = 0$) вывод иной:

$$NPV(0) = –10 + 3 + 4 + 5 = 2,$$

проект выгоден.

Срок окупаемости и сам вывод о прибыльности проекта зависят от неизвестного дисконт-фактора C или даже от неизвестной дисконт-функции — ибо какие у нас основания считать будущую дисконт-функцию постоянной? Экономическая история России последних лет показывает, что банки часто меняют проценты платы за депозит. Часто предлагают использовать норму дисконта, равную *приемлемой для инвестора норме дохода на капитал.* Это значит, что экономисты явным образом обращаются к инвестору как к эксперту, который должен назвать им некоторое число исходя из своего опыта и интуиции (т.е. экономисты перекладывают свою работу на инвестора). Кроме того, при этом игнорируется изменение указанной нормы во времени,

Приведем пример исследования NPV на устойчивость (чувствительность) к малым отклонениям значений дисконт-функции. Для этого надо найти максимально возможное отклонение NPV при допустимых отклонениях значений дисконт-функции (или, если угодно, значений банковских процентов). В качестве примера рассмотрим

$NPV = NPV\ (a(0),\ a(1),\ C(1),\ a(2),\ C(2),\ a(3),\ C(3)) = a(0) + a(1)C(1) + a(2)C(2) + a(3)C(3)$.

Предположим, что изучается устойчивость (чувствительность) для ранее рассмотренных значений

$a(0) = (–10),\ a(1) = 3,\ a(2) = 4,\ a(3) = 5,\ C(1) = 0{,}89,\ C(2) = 0{,}80,\ C(3) = 0{,}71$.

Пусть максимально возможные отклонения $C(1)$, $C(2)$, $C(3)$ равны ±0,05. Тогда максимум значений *NPV* равен

$NPVmax = (–10) + 3 \times 0{,}94 + 4 \times 0.85 + 5 \times 0{,}76 = (–10) + 2{,}82 + 3{,}40 + 3{,}80 = 0{,}02$,

в то время как минимум значений *NPV* есть

$NPV\mathrm{min} = (–10) + 3 \times 0{,}84 + 4 \times 0.75 + 5 \times 0{,}66 = (–10) + 2{,}52 + 3{,}00 + 3{,}30 = –1{,}18$.

Для *NPV* получаем интервал от (–1,18) до (+0,02). В нем есть и положительные, и отрицательные значения. Следовательно, нет однозначного заключения — проект убыточен или выгоден. Для принятия решения не обойтись без экспертов.

Для иных характеристик, например, внутренней нормы доходности, выводы аналогичны. Дополнительные проблемы вносит неопределенность горизонта планирования, а также будущая инфляция. Если считать, что финансовый поток должен учитывать инфляцию, то это означает, что до принятия решений об инвестициях необходимо на годы вперед спрогнозировать рост цен, а это до сих пор еще не удавалось ни одной государственной или частной исследовательской структуре. Если же рост цен не учитывать, то отдаленные во времени доходы могут «растаять» в огне инфляции. На практике риски учитывают, увеличивая q на десяток-другой процентов.

7.10. Статистика интервальных данных в прикладной статистике

Кратко рассмотрим положение *статистики интервальных данных* (СИД) среди других методов описания неопределенностей и анализа данных [80]. Проще говоря, положение СИД в прикладной статистике [81].

Нечеткость и СИД. С формальной точки зрения описание нечеткости интервалом — это частный случай описания ее нечетким множеством. В СИД функция принадлежности нечеткого множества имеет специфический вид — она равна 1 в некотором интервале и 0 вне его. Такая функция принадлежности описывается всего двумя параметрами (границами интервала). Эта простота описания делает математический аппарат СИД гораздо более прозрачным, чем аппарат теории нечеткости в общем случае. Это, в свою очередь, позволяет исследователю продвинуться дальше, чем при использовании функций принадлежности произвольного вида.

Интервальная математика и СИД. Можно было бы сказать, что СИД — часть интервальной математики, что СИД так соотносится с прикладной математической статистикой, как интервальная математика — с математикой в целом. Однако исторически сложилось так, что интервальная математика занимается прежде всего вычислительным погрешностями. С точки зрения интервальной математики две известные формулы для выборочной дисперсии, а именно

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \left(\overline{x}\right)^2,$$

имеют разные погрешности. А с точки зрения СИД эти две формулы задают одну и ту же функцию, и поэтому им соответствуют совпадающие нотны и рациональные объемы выборок. Интервальная математика прослеживает процесс вычислений, СИД этим не занимается. Необходимо отметить, что типовые постановки СИД могут быть перенесены в другие области математики, и, наоборот, вычислительные алгоритмы прикладной математической статистики и СИД заслуживают изучения. Однако и то, и другое — скорее дело будущего. Из уже сделанного отметим применение методов СИД при анализе такой характеристики финансовых потоков, как *NPV* — чистая текущая стоимость [56, гл.9].

Математическая статистика и СИД. Математическая статистика и СИД отличаются тем, в каком порядке делаются предельные переходы $n \to \infty$ и $\Delta \to 0$. При этом СИД переходит в математическую статистику при $\Delta = 0$. Правда, тогда исчезают основные особенности СИД: нотна становится равной 0, а рациональный объем выборки — бесконечности. Рассмотренные выше методы СИД разработаны в предположении, что погрешности малы (но не исчезают), а объем выборки велик. СИД расширяет классическую математическую статистику тем, что в исходных статистических данных каждое число заменяет интервалом. С другой стороны, можно считать СИД новым этапом развития математической статистики, соответствующим ее новой парадигме [83, 84, 85].

Статистика объектов нечисловой природы и СИД. *Статистика объектов нечисловой природы* (СОНП) [85] (другие названия – статистика нечисловых данных, нечисловая статистика [8]) - расширяет область применения классической математической статистики путем включения в нее новых видов статистических данных. Естественно, при этом появляются новые виды алгоритмов анализа статистических данных и новый математический аппарат (в частности, происходит переход от методов суммирования к методам оптимизации). С точки зрения СОНП частному виду новых статистических данных — интервальным данным — соответствует СИД. Напомним, что одно из двух основных понятий СИД — нотна — определяется как решение оптимизационной задачи. Однако СИД, изучая классические методы прикладной статистики применительно к интервальным данным, по математическому аппарату ближе к классической математической статистике, чем другие части СОНП, например, статистика бинарных отношений.

Робастные методы статистики и СИД. Если понимать робастность согласно [13] как теорию устойчивости статистических методов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели, то в СИД рассматривается одна из естественных постановок робастности. Однако в массовом сознании специалистов термин «робастность» закрепился за моделью засорения выборки большими выбросами (модель Тьюки-Хубера), хотя эта модель не имеет большого практического значения [81]. К этой модели СИД не имеет отношения.

Теория устойчивости и СИД. Общей схеме устойчивости [13, 86, 87] математических моделей социально-экономических явлений и процессов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок моделей СИД полностью соответствует. Она посвящена математико-статистическим моделям, используемым при анализе статистических данных, а допустимые отклонения — это интервалы, заданные ограничениями на погрешности. СИД можно рассматривать как пример теории, в которой учет устойчивости позволил сделать нетривиальные выводы. Отметим, что с точки зрения общей схемы устойчивости [13] устойчивость по Ляпунову в теории дифференциальных уравнений — весьма частный случай общей теории устойчивости, в котором из-за его конкретности удалось весьма далеко продвинуться.

Минимаксные методы, типовые отклонения и СИД. Постановки СИД относятся к минимаксным. За основу берется максимально возможное отклонение. Это — «подход пессимиста», применяемый, например, в теории антагонистических игр. Использование минимаксного подхода позволяет подозревать СИД в завышении роли погрешностей измерения. Однако примеры изучения вероятностно-статистических моделей погрешностей, проведенные, в частности, при разработке методов оценивания параметров гамма-распределения [30, 35], показали, что это подозрение не подтверждается. Влияние погрешностей измерений по порядку такое же, только вместо максимально возможного отклонения (нотны) приходится рассматривать математическое ожидание соответствующего отклонения. Подчеркнем, что применение в СИД вероятностно-статистических моделей погрешностей не менее перспективно, чем минимаксных.

Подход научной школы А.П. Вощинина и СИД. Если в математической статистике неопределенность только статистическая, то в научной школе А.П. Вощинина — только интервальная. Можно сказать, что СИД лежит между классической прикладной математической статистикой и областью исследований научной школы А.П. Вощинина. Другое отличие состоит в том, что в этой школе разрабатывают новые методы анализа интервальных данных, а в СИД в настоящее время изучается устойчивость классических статистических методов по отношению к малым погрешностям. Подход СИД оправдывается распространенностью этих методов, однако в дальнейшем следует переходить к разработке новых методов, специально предназначенных для анализа интервальных данных.

Анализ чувствительности и СИД. При анализе чувствительности, как и в СИД, рассчитывают производные по используемым переменным, или непосредственно находят изменения при отклонении переменной на ±10% от базового значения. Однако этот анализ делают по каждой переменной отдельно. В СИД все переменные рассматриваются совместно, и находится максимально возможное отклонение (нотна). При малых погрешностях удается на основе главного члена разложения функции в многомерный ряд Тейлора получить удобную формулу для нотны. Можно сказать, что СИД — это многомерный анализ чувствительности.

Заключительные замечания. Асимптотической математической статистике интервальных данных посвящены главы в учебниках [81, 88, 89]. Развиваются научные исследования как в научной школе А.П. Вощинина [47, 48], так и в СИД [59, 77, 90].

По нашему мнению, во все виды статистического программного обеспечения должны быть включены алгоритмы интервальной статистики, «параллельные» обычно используемым в настоящее время алгоритмам прикладной математической статистики. Это позволит в явном виде учесть наличие погрешностей у результатов наблюдений (измерений, испытаний, анализов, опытов).

Статистика интервальных данных является составной частью системной нечеткой интервальной математики [91, 92] – перспективного направления теоретической и вычислительной математики.

ЧАСТЬ 2-Я: СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

ГЛАВА 8. СИСТЕМА КАК ОБОБЩЕНИЕ МНОЖЕСТВА. СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИКИ И ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ЭТОМ

В науке принято два основных принципа определения понятий:

– через подведение определяемого понятия под *более общее* понятие и выделение из него определяемого понятия путем указания одного или нескольких его *специфических* признаков (например, млекопитающие – это животные, выкармливающие своих детенышей молоком);

– процедурное определение, которое определяет понятие путем указания *пути* к нему или способа его достижения (магнитный северный полюс – это точка, в которую попадешь, если все время двигаться на север, определяя направление движения с помощью магнитного компаса).

Как это ни парадоксально, но понятия системы и множества могут быть определены друг через друга, т.е. трудно сказать, какое из этих понятие является более общим.

<u>Определение системы через множество.</u>

Система есть множество элементов, взаимосвязанных друг с другом, что дает системе новые качества, которых не было у элементов. Эти новые системные свойства еще называются эмерджентными, т.к. не очень просто понять, откуда они берутся. Чем больше сила взаимодействия элементов, тем сильнее свойства системы отличаются от свойств множества и тем выше уровень системности и синергетический эффект. Получается, что система – это множество элементов, но не всякое множество, а только такое, в котором элементы взаимосвязаны (это и есть специфический признак, выделяющий системы в множестве), т.е. множество – это более общее понятие.

<u>Определение множества через систему.</u>

Но можно рассуждать и иначе, считая более общим понятием систему, т.е. мы ведь можем определить понятие множества через понятие системы. *Множество – это система, в которой сила взаимодействия между элементами равна нулю* (это и есть отличительный признак, выделяющий множества среди систем). Тогда более общим понятием является система, а множества – это просто системы с нулевым уровнем системности.

Вторая точка зрения объективно является предпочтительной, т.к. совершенно очевидно, что *понятие множества является предельной абстракцией от понятия системы и реально в мире существуют только системы, а множеств в чистом виде не существует, как не существует математической точки*. Точнее сказать, что множества, конечно, существуют, но всегда исключительно и *только в составе систем как их базовый уровень иерархии*, на котором они основаны.

Из этого вытекает очень важный **вывод**: ***все понятия и теории, основанные на понятии множества, допускают обобщение путем замены понятия множества на понятие системы и тщательного прослеживания всех последствий этой замены***. При этом более общие теории будут удовлетворять принципу соответствия, обязательному для более общих теорий, т.е. в *асимптотическом* случае, когда сила взаимосвязи элементов систем будет стремиться к нулю, системы будут все меньше отличаться от множеств и системное обобщение теории перейдет к классическому варианту, основанному на понятии множества. В *предельном* случае, когда сила взаимосвязи *точно* равна нулю, системная теория будет давать *точно* такие же результаты, как основанная на понятии множества.

Этот вывод верен для всех теорий, но в данной работе для авторов наиболее интересным и важным является то, что очень многие, если не практически все понятия *современной математики* основаны на понятии множества, в частности на математической теории множеств. К таким понятиям относятся понятия:

– математической операции: преобразования одного или нескольких исходных множеств в одно или несколько результирующих;

– функциональной зависимости: отображение множества значений аргумента на множество значений функции для однозначной функции одного аргумента или отображение множеств значений аргументов на множества значений функций для многозначной функции многих аргументов;

– «количество информации»: функция от свойств множества.

В монографии [99] впервые сформулирована, а в работе [186] подробно обоснована программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживании всех последствий этого. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. при понижении уровня системности система по своим свойствам становится все ближе к множеству и система с нулевым уровнем системности и есть множество. Приводится развернутый пример реализации этой программной идеи в области теории информации, в качестве которого выступает предложенная в 2002 году системная теория информации [97], являющаяся системным обобщением теории информации Найквиста – Больцмана – Хартли – Шеннона и семантической теории информации Харкевича. Основа этой теории состоит в обобщении комбинаторного понятия информации Хартли $I = Log_2N$ на основе идеи о том, что количество информации определяется не мощностью множества N, а мощностью системы, под которой предлагается понимать *суммарное* количество подсистем различного уровня иерархии в системе, начиная с базовых элементов исходного множества и заканчивая системой в целом. При этом в 2002 году, когда было предложено системное обобщение формулы Хартли, число подсистем в системе, т.е. мощность системы N_s, предлагалось рассчитывать по формуле:

$$N_s = \sum_{m=1}^{n} C_n^m = 2^n - 1 .$$

Соответственно, системное обобщение формулы Хартли для количества информации в системе из n элементов предлагалось в виде:

$$I_s = Log_2 N_s = Log_2 \sum_{m=1}^{n} C_n^m$$

В работе [270] дано системное обобщение формулы Хартли для количества информации для квантовых систем, подчиняющиеся статистике как Ферми-Дирака, так и Бозе-Эйнштейна, и стало ясно, что предложенные в 2002 году в работе [97] вышеприведенные выражения имеют силу только для систем, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака.

В работе [188] кратко описывается семантическая информационная модель системно-когнитивного анализа (СК-анализ), вводится универсальная информационная мера силы и направления влияния значений факторов (независимая от их природы и единиц измерения) на поведение объекта управления (основанная на лемме Неймана – Пирсона), а также неметрический интегральный критерий сходства между образами конкретных объектов и обобщенными образами классов, образами классов и образами значений факторов. Идентификация и прогнозирование рассматривается как *разложение* образа конкретного объекта в ряд по обобщенным образам классов (объектный анализ), что предлагается рассматривать как возможный вариант решения *на практике* 13-й проблемы Гильберта.

В статьях [189, 191] обоснована идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант системной теории информации [97, 201]. В данной работе осуществлена попытка сделать второй шаг в этом же направлении: на концептуальном уровне рассматривается один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации. Предполагается, что этот подход может стать основой для системного обобщения теории множеств и создания математической теории систем. Сформулированы задачи, возникающие на пути достижения этой цели (разработки системного обобщения математики) и предложены или намечены пути их решения:

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2: сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий: "элемент системы" и "система".

Задача 4: предложить способы аналитического описания (задания) подсистем как элементов системы.

Задача 5: описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство).

Задача 6: описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция [97] формализуется многослойной системой эйдос-пространств (термин автора) различных размерностей.

Задача 8: показать, что системная теория информации позволяет непосредственно на основе эмпирических данных определять вид функций принадлежности, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

Задача 9: сформулировать перспективы: разработка операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

Далее рассмотрим более подробно некоторые основные результаты перечисленных выше работ и некоторых других без дополнительных специальных ссылок на них, т.к. они уже даны.

8.1. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации

Фундаментом, находящимся в самом основании грандиозного здания современной математики, являются понятие *множества* и *теория множеств*. Теория множеств лежит в основе самого глубокого в настоящее время обоснования таких базовых математических понятий, как "число" и "функция". Определенное время этот фундамент казался незыблемым. Однако вскоре в работах выдающихся ученых XX века, прежде всего, Давида Гильберта, Бертрана Рассела и Курта Геделя, со всей очевидностью было обнажены фундаментальные логические и лингвистические проблемы, в частности, проявляющиеся в форме *парадоксов теории множеств*. Это, в свою очередь, привело к появлению ряда развернутых предложений по пересмотру самых глубоких оснований математики. В задачи данной работы не входит рассмотрение этой интереснейшей проблематики, а также истории возникновения и развития понятий числа и функции.

Однако очевиден тот факт, что Вселенная состоит из *систем* различных уровней иерархии.

Система представляет собой *множество элементов*, объединенных в целое за счет *взаимодействия* элементов друг с другом, т.е. за счет *отношений* между ними, и обеспечивает преимущества в достижении *целей*.

Преимущества в достижении целей обеспечиваются за счет *системного эффекта*.

Системный эффект состоит в том, что ***свойства*** системы *не сводятся* к сумме свойств ее элементов, т.е. система, как целое, обладает рядом ***новых****, т.е.* ***эмерджентных*** свойств, которых не было у ее элементов, взятых по отдельности [97].

Уровень системности тем выше, чем выше *интенсивность взаимодействия* элементов системы и сильнее отличаются свойства системы от свойств входящих в нее элементов, т.е. ***чем выше системный эффект, чем значительнее отличается система от множества [189].***

Таким образом, ***система обеспечивает тем большие преимущества в достижении целей, чем выше ее уровень системности [189]***.

В частности, <u>***система с нулевым уровнем системности вообще ничем не отличается от множества образующих ее элементов, т.е. тождественна этому множеству и никаких преимуществ в достижении целей не обеспечивает.***</u> **Этим самым достигается выполнение *принципа соответствия* между понятиями системы и множества, обязательного для более общей теории.** Из соблюдения этого принципа для понятий множества и системы следует его соблюдение для математических понятий, в частности, понятий системной теории информации [253], основанных на теории множеств и их системных обобщений.

Поэтому **проблема**, *решаемая в данной работе, состоит в явном* ***несоответствии*** *между системным характером <u>объекта познания</u> и несистемным характером современной математики, как <u>средства познания.</u> Он заключается в том, что, с одной стороны, мир, как объект познания, представляет собой сово-*

купность систем различных уровней иерархии, а с другой – математика, как наиболее мощное средство познания и моделирования этого мира, основана не на теории систем, а на теории множеств.

Общеизвестна эффективность математики, которая тем более удивительна, если учесть, что она достигается уже фактически в нулевом приближении, т.е. при рассмотрении систем как множеств. Так, как может возрасти адекватность математики и ее мощь, как средства познания и универсального языка моделирования реальности, если удастся получить ее системное обобщение! Поэтому, на взгляд автора, *актуальность* разработки системного обобщения математики совершенно очевидна.

Предлагается следующая **программная идея системного обобщения математики**: ***обобщить все понятия математики, базирующиеся на теории множеств, путем тотальной замены понятия множества на понятие системы и тщательного отслеживания всех последствий этой замены.***

Реализация данной программной идеи потребует, прежде всего, системное обобщение самой теории множеств и преобразование ее в "*Математическую теорию систем*", которая, согласно принципу соответствия, будет плавно переходить в современную классическую теорию множеств при уровне системности, стремящемся к нулю. При этом необходимо заметить, что существующая в настоящее время наука под названием "Теория систем" (а также: системный анализ, системный подход, информационная теория систем и т.п.) ни в коей мере не является обобщением математической теории множеств, и ее не следует путать с предлагаемой *"Математической теорией систем"*. На наш взгляд, существуют некоторые возможности обобщения ряда понятий математики и без разработки математической теории систем. К таким понятиям относятся, прежде всего, "информация" и "функция".

Системному обобщению понятия информации и применениею этого понятия посвящены работы [93-279] и др. На основе предложенной системной теории информации (СТИ) были разработаны математическая модель и методика численных расчетов (структуры данных и алгоритмы), а также специальный программный инструментарий (система "Эйдос") автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ), который представляет собой системный анализ, автоматизированный путем его рассмотрения как метода познания и структурирования по базовым когнитивным операциям.

В АСК-анализе теоретически обоснована и реализована на практике в форме конкретной информационной методики и технологии процедура установления новой универсальной, сопоставимой в пространстве и времени, ранее не используемой количественной, т.е. выражаемой числами, меры соответствия между событиями или явлениями любого рода, получившей название "системная мера целесообразности информации", которая, по сути, является количественной мерой знаний [170]. Это является достаточным основанием для того, чтобы назвать эти числа "когнитивными" от английского слова "cognition" – "познание".

В настоящее время под функцией понимается соответствие друг другу нескольких множеств чисел. Поэтому виды функций можно классифицировать, по крайней мере, в зависимости от:

– природы этих чисел (натуральные, целые, дробные, действительные, комплексные и т.п.);

– количества и вида множеств чисел, связанных друг с другом в функции (функции одного, нескольких, многих, счетного или континуального количества аргументов, однозначные и многозначные функции, дискретные или континуальные функции);

– степени жесткости и меры силы связи между множествами чисел (детерминистские функции, функции, в которых в качестве меры связи используется вероятность, корреляция и другие меры);

– степени расплывчатости чисел в множествах и самой формы функции (четкие и нечеткие функции, использование различных видов шкал, в частности, интервальных оценок).

Так как функции, выявляемые модели предметной области методом АСК-анализа, связывают друг с другом множества когнитивных чисел, то предлагается называть их "когнитивными функциями" [280]. Учитывая перечисленные возможности классификации функций, когнитивные функции можно считать нечеткими интервальными недетерминистскими многозначными функциями многих аргументов, в которых в качестве меры силы связи между множествами значений аргумента и значений функции используется количество информации или знаний. Отметим, что детерминистские однозначные функции нескольких аргументов могут рассматриваться как частный случай когнитивных функций, к которому они сводятся при анализе жестко детерминированной предметной области, скажем макроскопических механических явлений, описываемых классической физикой.

Автором предлагается программная идея системного обобщения понятий математики, в частности теории информации, основанных на теории множеств, путем замены понятия множества на более содержательное понятие системы. Частично эта идея была реализована автором при разработке автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализа), математическая модель которого основана на системном обобщении формул для количества информации Хартли и Харкевича. Реализация следующего шага – системное обобщение понятия функциональной зависимости рассматривается в работе [280], в ней же вводятся новые научные понятия и соответствующие термины "когнитивные функции" и "когнитивные числа". На численных примерах показано, что АСК-анализ обеспечивает выявление когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных.

Вывод. Формулируется и обосновывается программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживание всех последствий этого. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. система с нулевым уровнем системности есть множество. Приводится развернутый пример реализации этой программной идеи, в качестве которого выступает предложенная автором [97] системная теория информации, являющаяся системным обобщением теории информации Найквиста – Больцмана – Хартли – Шеннона и семантической теории информации Харкевича.

Необходимо отметить, что сходные идеи независимо развиваются В.Б. Вяткиным в ряде интересных работ[9], посвященных созданию синергетической теории информации (считаю это название очень удачным). Видимо, подобные идеи буквально "витают в воздухе".

8.2. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств

Данный раздел основан на работе [189]. Впервые программная идея системного обобщения математики и явной форме была сформулирована автором в 2005 году в работе [166], а системная теория информации (СТИ), являющаяся ее реализацией в области теории информации, предложена в 2002 году [97], сами же идеи и математические модели развивались и ранее, фактически с 1979 года[10]. В работе поставлена ***цель*** – сделать второй шаг в том же направлении: на концептуальном уровне ***рассмотреть один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации.*** Предполагается, что этот или подобный подход может способствовать *созданию математической теории систем как системного обобщения теории множеств,* что является весьма актуальным как для самой математики, так и для наук, использующих математику.

Для достижения данной цели осуществим ее декомпозицию в последовательность ***задач***, являющихся этапами ее достижения:

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2: сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий: "элемент системы" и "система".

---

[9] См., например: http://www.vbvvbv.narod.ru/ http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=762 Отметим также, что эти работы пользуются большой популярномстью у плагиаторов: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/

[10] См.: [189]

Задача 4: предложить способы аналитического описания (задания) подсистем как элементов системы.

Задача 5: описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство).

Задача 6: описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция формализуется многослойной системой эйдос-пространство (термин автора) различных размерностей.

Задача 8: показать, что системная теория информации позволяет непосредственно на основе эмпирических данных определять вид функций принадлежности, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

Задача 9: сформулировать перспективы: разработка операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

Кратко, *на концептуальном уровне, т.е. на уровне идей, без разработки соответствующего математического формализма* рассмотрим предлагаемый вариант решения этих задач.

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Для того чтобы получить системное обобщение теории множеств, необходимо найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств. Ожидается, что это позволит с минимальными доработками применить прекрасно разработанный аппарат теории множеств для описания систем.

Определение 1:

1. Система есть иерархическая структура подсистем.

2. В каждой системе существует нулевой наиболее фундаментальный уровень иерархии, представляющий собой классическое множество базисных элементов, не имеющих никаких свойств.

3. Каждая подсистема относится к определенному уровню иерархии системы, который определяется только количеством базисных элементов в данной подсистеме.

4. Элементами подсистем каждого уровня иерархии являются как подсистемы предыдущих более фундаментальных уровней иерархии, так и базисные элементы.

Таким образом, будем считать, что система отличается от множества базисных элементов, из которых она состоит, тем, что эти элементы образуют *подсистемы различной структуры и сложности* (рисунок 1).

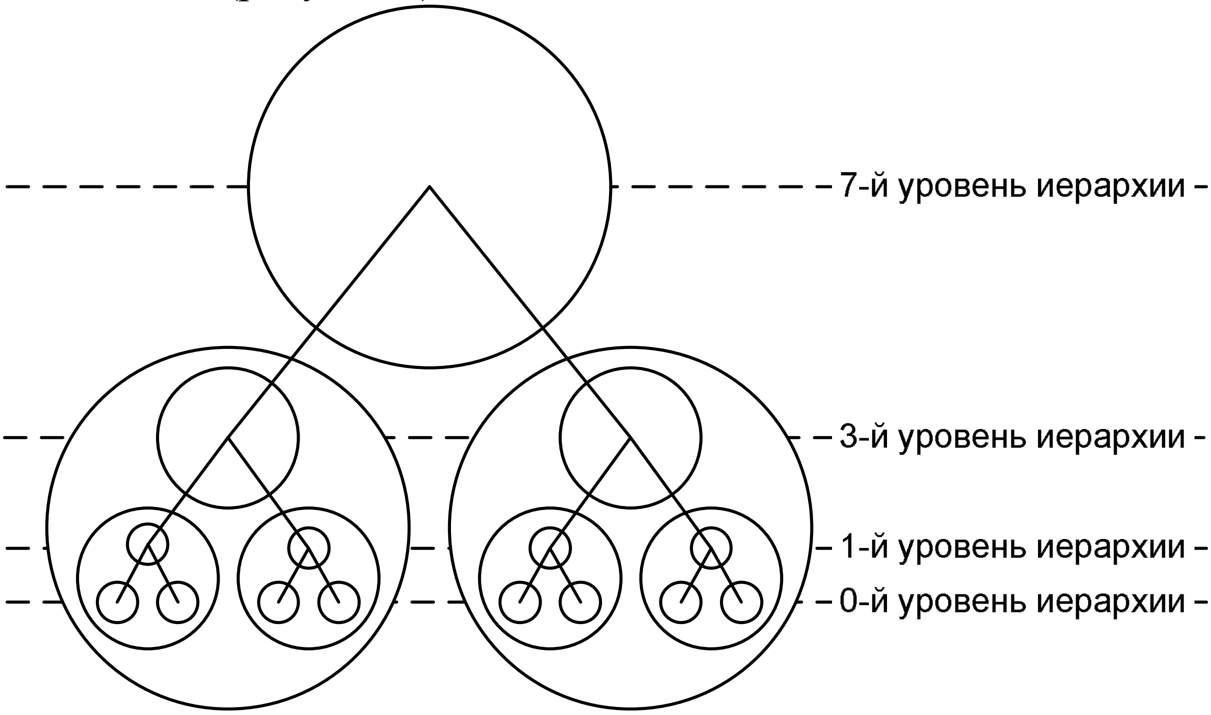


Рисунок 1 – Элементы-подсистемы различных уровней иерархии

В *простейшем* случае можно считать, что элементы системы (подсистемы) не имеют внутренней структуры, т.е. не включают в себя подсистемы, а являются *подмножествами базисного множества*, состоящими непосредственно из базисных элементов. Но вообще говоря это не так[11].

На рисунке 2 показаны как элементы-подмножества базисного уровня (23, 456 78910: отмечены зеленым цветом), так и элементы-подсистемы, включающие не только непосредственно элементы базисного уровня, но и их подмножества или подсистемы (123, 23456, 45678910: отмечены желтым цветом).

[11] http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.pdf

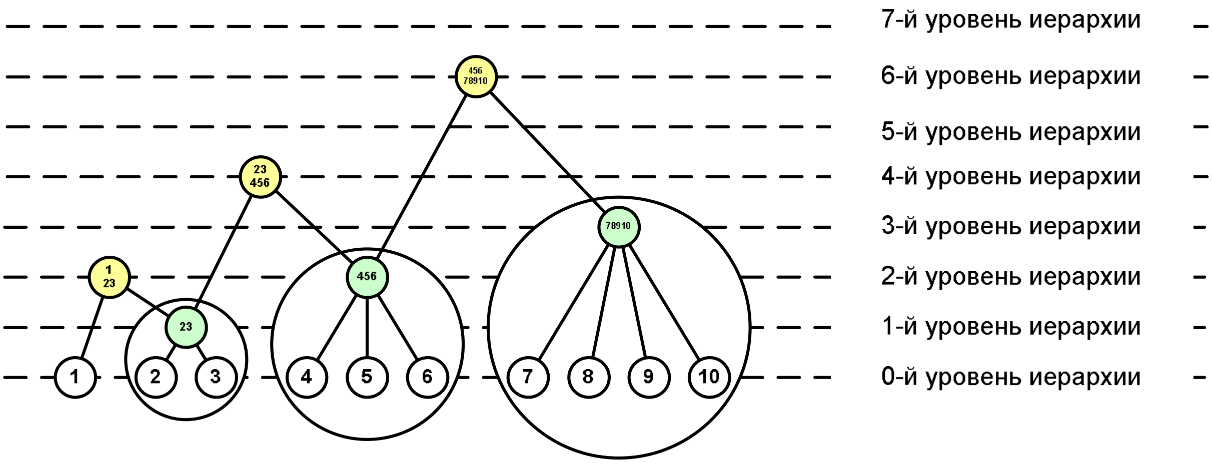


Рисунок 2 – Элементы-подмножества и элементы-подсистемы различных уровней иерархии системы

Из рисунка 2 также видно, что различие между элементами-подмножествами и элементами-подсистемами возникает только для элементов, начиная со 2-го уровня иерархии, т.к. только для этих элементов возможен *уровень сложности*, достаточный для существования этого различия [170]. Например, видно, что элемент-подсистема 123 *отличается* от элемента-подмножества 456 наличием внутренней структуры, т.е. тем, что включает не только базисный элемент 1, но и подсистему 23, при этом и оба элемента: и 123, и 456 относятся ко 2-му уровню иерархии системы.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что *два элемента <u>тождественны</u>, если они состоят из одних и тех же базисных элементов и у них тождественна структура*. Отметим, что поскольку у множеств нет структуры, то для тождества множеств *достаточно* тождества входящих в них элементов.

Для системы, состоящей из элементов-множеств, можно применять термин "аморфная система" (например: газ или жидкость), а из элементов-систем – "структурированная система" (например: кристалл). Аморфные и структурированные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов, можно считать различными фазовыми состояниями одной системы, отличающимися уровнем системности.

<u>Задача 2:</u> сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Для того чтобы решить эту задачу, сформулируем несколько определений.

<u>Определение 2:</u> *<u>Полной или максимальной системой</u> будем называть такую систему, в которой реализуются все формально возможные сочетания базисных элементов.*

Таким образом, если в системе имеется n базисных элементов, то полная система включает C_n^m подсистем, представляющих собой сочетания базисных элементов по m, где $m=\{1, 2, 3, ..., n\}$. Подсистемы полной системы можно классифицировать различными способами, но одним из наиболее простых и естественных является классификация по их *мощности* (в смысле теории множеств), т.е. по *количеству* ***<u>входящих</u>*** в них *базисных* элементов.

<u>Определение 3:</u> *<u>Мощностью подсистемы</u> будем называть <u>количество</u> входящих в нее <u>базисных</u> элементов.*

<u>Определение 4:</u> *<u>k-й уровень иерархии системы</u> состоит из всех ее подсистем мощности (k+1).*

Из определений 3 и 4 следует, что:

0-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих 1 базисный элемент, это базисный уровень иерархии, на котором система не отличается от множества;

1-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих 2 базисных элемента;

2-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих 3 базисных элемента;

....

k-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих (k+1) базисных элемента.

Из этих определений следует также, что базисный уровень является 0-м (нулевым) уровнем иерархии системы и состоит из подсистем мощности 1. Это означает, что сами базисные элементы можно рассматривать как *подсистемы*, имеющие мощность, равную 1, т.е. в определенном смысле можно считать, что базисный элемент состоит из самого себя, в отличие от элементов других иерархических уровней системы, которые включают базисные элементы, <u>но сами себя не включают</u>. Необходимо отметить, что если бы элементы различных иерархических уровней системы включали не только базисные элементы, но и самих себя, то мощность подсистем различных уровней изменялась бы следующим образом:

– элементы 0-го уровня иерархии, т.е. базисные элементы: мощность 1;

– элементы 1-го уровня иерархии: мощность 3 (2 базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя);

– элементы 2-го уровня иерархии: мощность 4 (3 базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя);

....

– элементы k-го уровня иерархии: мощность (k+2) ((k+1) базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя), что, как мы считаем, *неприемлемо*, т.к. нарушает простую и очевидную логическую последовательность между 0-м и 1-м уровнями иерархии.

Определение 5: *Реальной системой будем называть систему, в которой реализуются не все формально-возможные сочетания базисных элементов, а лишь некоторые из них.*

В этом случае возникает естественный и закономерный вопрос: "По какой *причине* получается так, что в реальной системе реализуются не все, а лишь некоторые сочетания базисных элементов?" Для ответа на этот вопрос введем понятие "правила запрета".

Определение 6: *Правилами запрета будем называть механизм или способ, с помощью которого обеспечивается формирование различной структуры систем, состоящих из одних и тех же базисных элементов.*

Таким образом, *правила запрета* являются *средством* получения конкретных реальных систем из максимальной, включающей все возможные сочетания базисных элементов. Например, в квантовой механике существует Принцип запрета Паули для квнтовых систем, подчиняющихся квантовой статистике Ферми-Дирака.

Определение 7: *n-тождественными системами (т.е. системами, тождественными на n-м уровне иерархии) будем называть системы, состоящие из одних и тех же элементов на n-м уровне иерархии. Два элемента-подсистемы тождественны, если они состоят из одних и тех же базисных элементов и у них тождественна структура, т.е. связи между базисными элементами.*

В частности, 0-тождественными являются системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов, независимо от того, отличаются ли они друг от друга связями между этими элементами, т.е. своей структурой.

Из определений 2 и 7 *следует*, что:

– реальные 0-тождественные системы являются *подмножествами* одной и той же полной системы;

– полная система является *объединением* всех возможных 0-тождественных реальных систем.

Отметим, что поскольку у множеств нет структуры, то для тождества множеств достаточно тождества входящих в них элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий "элемент системы" и "система".

Основываясь на аналогии между базисными элементами и геометрическими точками (и первые и вторые не имеют никаких свойств, кроме свойства отличаться друг от друга), ***припишем базисным элементам смысл, аналогичный смыслу геометрической точки***. Тогда элементы-подмножества различных иерархических уровней системы, отличающиеся друг от друга количеством базисных элементов, можно представить в виде систем из соответствующего количества точек. Однако как геометрически интерпретировать эти системы?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, обратим внимание на то, что:

– пространство 0-й размерности есть одна точка 0-й размерности, т.е. классическая точка, известная в математике (в частности, в геометрии, дифференциальном и интегральном исчислении), а также в основанной на них физике;

– пространство 1-й размерности – это ***прямая линия***, однозначно определяется системой из ***двух*** точек 0-й размерности;

– пространство 2-й размерности – это ***плоскость***, однозначно определяется системой из ***трех*** точек 0-й размерности;

– пространство 3-й размерности – это ***пространство***, однозначно определяется системой из ***четырех*** точек 0-й размерности;

....

– пространство *i*-й размерности однозначно определяется системой из ***(i+1)*** точек 0-й размерности.

Однако различным количеством точек однозначно определяется не только положение пространства или гиперплоскости соответствующей размерности в многомерном пространстве, но и определенный тип **геометрической фигуры**:

– одна точка 0-й размерности задает точку;

– система из ***двух*** точек 0-й размерности задает ***отрезок*** прямой линии;

– система из ***трех*** точек 0-й размерности задает ***треугольник***;

– система из ***четырех*** точек 0-й размерности задает ***тетраэдр*** (один из пяти 3-мерных многогранников *Платона*);

....

– система из ***i*** точек 0-й размерности задает многомерную фигуру, называемую ***i-мерный симплекс***.

В этой связи возникает один очень существенный вопрос: "Каким образом получается так, что геометрические фигуры, образованные из точек нулевой размерности, вдруг приобретают новое качество, а именно ненулевую размерность, которого ни в какой форме не было у базисных элементов, из которых они состоят?"

По мнению автора, ответ на это вопрос самым непосредственным образом связан с понятием системных или эмерджентных свойств, т.е. с тем, что *система имеет качественно новые системные или эмерджентные свойства, которых не было у ее элементов (не сводящиеся к сумме свойств ее элементов)*. Кроме системного анализа, проблемами изучения системных свойств занимаются многие науки, в частности: химия, биология, физика, синергетика и математика, особенно теория фракталов.

Возникает известная "проблема кучи зерен", которую можно проиллюстрировать следующим образом: "Одно зерно – это явно не куча, два – тоже, и три, и четыре и пять – тоже, а вот 10 – это уже вроде как маленькая кучка, а вот "куча" – это, наверное, где-то от 1531 до 73568 зерен и более". В контексте данной работы и решаемой задачи "проблему кучи" можно переформулировать следующим образом: "*Какой минимальный элемент пространства или геометрической фигуры некоторой размерности можно считать обладающим той же размерностью, что и само пространство или фигура?*"

В химии аналогичный вопрос звучит примерно так: "Какой минимальный объем вещества обладает теми же химическими свойствами, что и макроколичество этого вещества". В химии ответ известен: это *молекула* данного вещества. Если молекулу любого вещества расщепить на элементы (атомы), перечисленные в таблице Д.И. Менделеева, из которых она состоит, то свойства этого вещества исчезнут, хотя элементы останутся. Однако что же при этом исчезает такое, что приводит к исчезновению свойств вещества? Ответ вполне очевиден: при расщеплении молекулы исчезают *взаимосвязи* между элементами (атомами), благодаря которым они и образовывали минимальную систему данного вещества, обладающую его химическим свойствами, т.е. его молекулу. Необходимо отметить, что приведенный пример имеет несколько упрощенный характер, т.к. элементы таблицы Д.И. Менделеева также образуют вещества, т.е. простейшей молекулой является сам элемент. С другой стороны, макрообъект не всегда состоит из молекул, он может быть, например, ионным кристаллом как NaCl (поваренная соль).

В информационной теории систем (ИТС), идеи которой мы пытаемся развивать в данной работе, предлагается считать, что ***минимальным элементом пространства или геометрической фигуры некоторой размерности, обладающим той же размерностью, что и само пространство или фигура, является точка этого пространства".***

Получается, что *пространства и геометрические фигуры различной размерности состоят из различных точек, т.е. точек также различной размерности*. Поэтому геометрические фигуры можно рассматривать как системы, состоящие из точек различной размерности и имеющие различную структуру взаимосвязей между этими точками. Таким образом, ***геометрическим аналогом системы в рамках информационной теории систем явля-***

ется многомерная геометрическая фигура, состоящая из точек различной размерности и структуры, взаимосвязанных между собой в определенную структуру.

Отметим, что в рамках данной работы мы не рассматриваем вопросы топологической целостности (связности) элементов фигур и наличия у них некоторой сплошной гиперповерхности, ограничивающей некоторый гиперобъем. Вопрос, связанный с метрикой пространства, будет конкретизирован при рассмотрении следующих задач. Отметим, что вообще понятие "геометрическая фигура" связано с понятиями "топологическое пространство" и "геометрическое место точек", кроме того, фигура может быть определена операционально, например, в форме некоторой начальной фигуры и алгоритма ее преобразования для получения элементов фигуры, как это делается в теории фракталов.

Итак, системы можно представить как многомерные геометрические фигуры, состоящие из точек различной размерности и структуры, взаимосвязанных между собой в определенную структуру. При этом i-мерные точки, ***как системы,*** имеют ***эмерджентные*** свойства (***i-гиперобъем***), которых не было у точек меньших размерностей, из которых они состоят:

– 0-мерная точка не имеет никаких качеств (9-мера: S^0);
– 1-мерная точка имеет длину (1-мера: S^1);
– 2-мерная точка имеет площадь (2-мера: S^2);
– 3-мерная точка имеет объем (3-мера: S^3);
....
– i-мерная точка имеет i-гиперобъем (i-мера: S^i).

Смысл размерности пространства состоит в том, что она количественно показывает, на сколько быстро возрастает "содержимое" тела при увеличении его линейных размеров или при уменьшении линейных размеров объектов, "заполняющих" это тело.

Одним из наиболее распространенных и общепринятых способов определения размерности многомерной геометрической фигуры является применение известной формулы *Хаусдорфа*:

$$D = Log(S)/Log(L), \tag{1}$$

где

D – размерность многомерной геометрической фигуры;

S – *обобщенный объем* многомерной геометрической фигуры: S^1 – длина, S^2 – площадь, S^3 – объем, ..., S^i – i-гиперобъем;

L – линейный размер многомерной геометрической фигуры.

В соответствии с выражением (1), получаем:

– для линии (S^1): $D = Log(2)/Log(2) = 1$,

– для плоскости (S^2): $D = Log(4)/Log(2) = 2$,

– для объема (S^3): $D = Log(8)/Log(2) = 3$.

Обращает на себя внимание следующая закономерность:

– при увеличении линейных размеров геометрической фигуры в 2 раза ее i-гиперобъем возрастает в 2^i раз;

– при размерности пространства, равной i, минимальное количество i-мерных шаров, заполняющих i-мерный куб, равно $N=2^i$ (рисунок 3).

Эта закономерность формально *точно совпадает* с комбинаторной мерой Хартли для количества информации:

$$\begin{aligned} &N = 2^i : \\ &i = Log_2 N \text{ ’} \end{aligned} \qquad (2)$$

где

i – количество информации (в битах);

N – количество элементов в множестве.

В соответствии с представлением о *кубической размерности* фракталов (*box dimension*)[12], будем оценивать размерность "i" пространства по тому, как быстро возрастает количество i-*мерных* объектов, помещающихся в какое-либо i-*мерное* тело при увеличении его размеров или при уменьшении размеров объектов. Примем, в качестве множества "А" i-мерный куб (i-куб), а в качестве элементов множества – i-*мерные шары* (i-*шар*). Пусть

[12] Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы, фракталы. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://sceptic-ratio.narod.ru/ma/dm4-3.htm.
Мандельброт Бенуа. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002, – 656 с.

N(r) – минимальное количество *i*-шаров радиуса *r*, заполняющих (покрывающих) "А" *в i-мерной кубической укладке*.

Если *i*-шары имеют очень большой диаметр, сопоставимый с длиной ребра *i*-куба, то ясно, что в *i*-кубе всегда, независимо от размерности пространства, будет помещаться только один *i*-шар. Поэтому диаметр *i*-шара нужно взять таким, чтобы в *i*-кубе поместилось ***несколько*** *i*-шаров. Например, достаточно взять начальный диаметр в ***два*** раза меньше длины ребра. Тогда при уменьшении диаметра *i*-шаров их будет помещаться в *i*-кубе все больше и больше, и мы все точнее сможем определить размерность пространства, которая, как ясно из вышесказанного, является пределом *D*:

$$D = \lim_{r\to 0}\left(\frac{LogN[r]}{Log(1/r)}\right), \tag{3}$$

при *r,* стремящемся к нулю. Этот предел, *если он существует*, и называется кубической размерностью пространства. Известно, что Хаусдорфова размерность *не превосходит* кубическую, а для самоподобных фракталов (определение фракталов, как самоподобных множеств, дано Дж. Хатчинсоном) они *совпадают*. Самоподобным называется множество, части которого образованы из целого множества путем таких его преобразований, как масштабирование, отражение, перенос и поворот.

Таким образом, размерность пространства можно рассматривать или интерпретировать как количество осей координат, которых необходимо и достаточно для однозначного ***определения положения*** объектов в этом пространстве.

Казалось бы, в этом утверждении нет ничего нового. Однако не будем спешить с выводами.

Дело в том, что каждое значение координат несет некоторое количество ***информации***, необходимой для ***идентификации*** *i*-объекта, путем определения его положения в *i*-пространстве, причем *это количество информации тем больше, чем выше размерность i-пространства*.

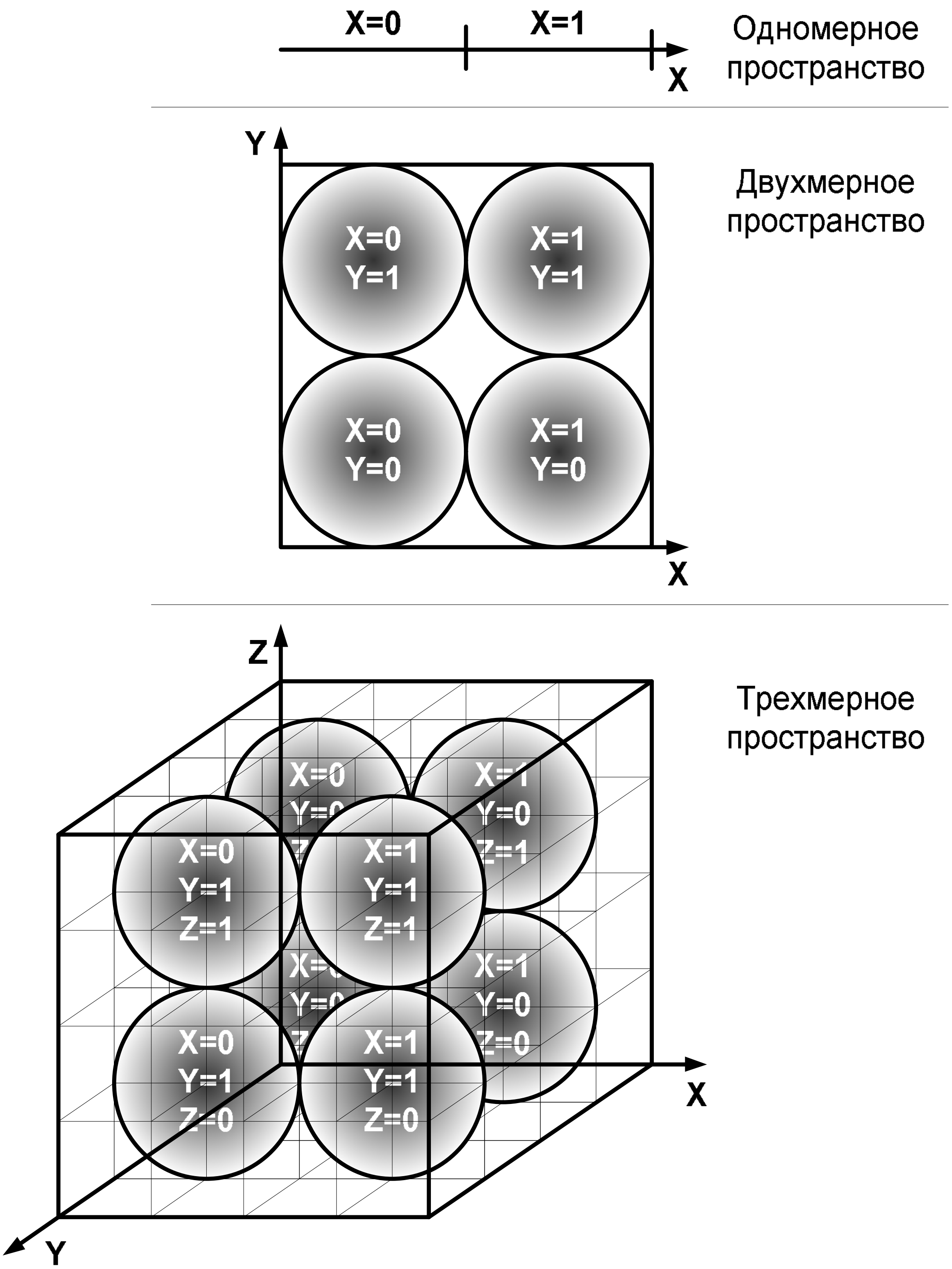


Рисунок 1 – Примеры плотной упаковки шаров в кубе, сторона которого в два раза превышает диаметр шара, при различных размерностях пространства и шаров (размерности: 1, 2 и 3)

Таким образом, координаты *i*-объекта в *i*-пространстве вполне обоснованно можно рассматривать как ***признаки*** этого объекта, с помощью которых он идентифицируется, т.е. отличается от остальных объектов. Причем эти признаки можно рассматривать как *градации* описательных шкал, в качестве которых выступают оси координат, а сами шкалы могут быть номинальные, порядковые (интервальные) или числовые (шкалы отношений). По эти признакам необходимо идентифицировать объект. Это уже формулировка задачи идентификации или распознавания, которую можно решать, в том числе с применением теории информации. Таким образом, ***появляется возможность исследования информационных свойств не только геометрического, но и физического пространства*** (*если учесть, что общая теория относительности ОТО, т.е. теория гравитации Альберта Эйнштейна описывает гравитацию как искривление пространства).*

Таким образом, мы видим важную аналогию между понятиями геометрии и теории информации, представленную в таблице.

Аналогия между геометрией и теорией информации

№	Геометрия		Теория информации	
	S^i – i-гиперобъем	i – размерность пространства	N – количество элементов в множестве	i – количество информации (по Хартли)
1	2	1	2	1
2	4	2	4	2
3	8	3	8	3
4	16	4	16	4
5	32	5	32	5
6	64	6	64	6
7	128	7	128	7
8	256	8	256	8
…	…	…	…	…
i	$S^i = 2^i$	$i = Log_2 S^i$	$N = 2^i$	$i = Log_2 N$

Отметим также, что известна [21, 22] так называемая "фрактальная размерность" d_1 (4), которую часто называют ***<u>информационной размерностью</u>,*** *т.к. она показывает,* ***какое количество информации необходимо для определения местоположения точки в многомерном пространстве.***

$$d_1 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) \ln p_i(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}. \tag{4}$$

В выражении (4) обозначено:

$\varepsilon \ll 1$ – сторона гиперкубической ячейки *i*-пространства объемом: ε^{d_1};

$N(\varepsilon)$ – количество занятых ячеек, в которых содержится хотя бы одна точка;

$p_i(\varepsilon) = \lim\limits_{N(\varepsilon)\to\infty} \dfrac{n_i(\varepsilon)}{N(\varepsilon)}$ – вероятность того, что некоторая точка содержится в *i*-й ячейке, при этом: $\sum\limits_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) = 1$;

$n_i(\varepsilon)$ – количество точек в *i*-й ячейке.

Из данных таблицы, выражения (4) видно, что *Хаусдорфа* размерность пространства и информационная размерность соотносятся как комбинаторная мера Хартли для количества информации и статистическая мера информации Шеннона для неравновероятных событий.

Основываясь на этой существенной аналогии, можно сделать некоторые **выводы и предположения, в том числе об информационных свойствах пространства и перемещающихся в них объектах**:

1. ***Размерность пространства можно определить как его информационную емкость***.

2. Поскольку *информация связана с энтропией*: численно равна ей, но имеет противоположный знак, то можно предположить, что ***чем выше размерность пространства, тем выше его антиэнтропийные свойства***.

3. *Энтропия связана с энергией*:

– при сообщении энергии системе ее энтропия повышается, и уровень системности (организованности) уменьшается (вплоть до распада структуры системы), а при передаче энергии от системы (охлаждение) ее энтропия уменьшается, и уровень системности (организованности) возрастает;

– в замкнутых системах вектор потока энергии всегда направлен в сторону уменьшения ее плотности (закон возрастания энтропии);

– физические объекты представляют собой сложные *системы*, различные структурные уровни организации которых локализуются в пространствах различных размерностей: более глубокие (высокие) и фундаментальные (сущностные) структурные уровни локализуются в пространствах больших размерностей, а менее фундаментальные, внешние уровни (форма) – в пространствах меньших размерностей;

– объекты представляют собой каналы информационного и энергетического взаимодействия тех структурных уровней организации материи, на которых они локализованы (отличаются от окружающей среды), при этом при передаче информации осуществляется преобразование языковой формы ее представления;

– поток информации в объектах направлен из пространств высшей размерности в пространства низшей размерности, от сущности к форме, что придает антиэнтропийные свойства форме и позволяет ей сохранять устойчивость во внешней среде;

– одни объекты взаимодействуют с помощью других объектов (подобъектов), при этом подобъекты являются квантами поля, с помощью которого осуществляется взаимодействие объектов, а объекты – источниками этого поля (зарядами); заряды всегда локализуются в пространстве с меньшей размерностью, чем порождаемое ими поле, с помощью которого они взаимодействуют.

Любой объект, в т.ч. человек, является системой, которую можно представить себе в качестве *i*-точки некоторого *i*-пространства, причем не только абстрактного (фазового, семантического или иного), но и вполне "физического", в смысле реально "объективно" существующего.

Развитие любого объекта, в т. ч. человека, можно представить себе как движение в некотором пространстве, которое осуществляется путем чередования состояний двух типов: локализованного в пространстве, но с неопределенным направлением перемещения (бифуркационное состояние), и с определенным направлением перемещения, но с неопределенной локализацией (детерминистское состояние).

Для особого класса геометрических фигур-фракталов получаются не только целые, но и *дробные* значения размерности, причем обычно *превосходящие* размерность элементов, из которых строится фрактал. Это означает, что *фрактал обладает качественно новыми эмерджентными, системными свойствами по сравнению со своими элементами, т.е. свойствами, которыми эти элементы не обладали, и, таким образом, является* ***системой*** *составляющих его элементов.*

На этом даже может быть основано одно из определений фракталов: ***фракталом называется геометрическая фигура, размерность которой превосходит размерность геометрических объектов, из которых он состоит.*** На основании этого определения и вышесказанного мы можем высказать ***гипотезу*** о том, что *все геометрические фигуры являются фракталами*, а классические фигуры, для которых ранее считалось, что они не фракталы, также являются особым видом и *частным случаем* фракталов.

По аналогии с введенным автором понятием "антисистемы" [166], можно предложить и определение "антифрактала": ***это геометрическая фигура, размерность которой меньше размерности геометрических объектов, из которых он состоит.***

Остается лишь добавить, что, по-видимому, классическая геометрия от Евклида до Римана изучает геометрические фигуры, размерность которых *строго равна* размерности геометрических объектов, из которых они состоят, т.е. фигуры, являющиеся не системами, а множествами. Однако ***множество является частным случаем системы*** [166]. Это означает, что в рамках классической геометрии все виды i-мерных точек "по умолчанию" *ошибочно* считались 0-точками, т.е. точками нулевой размерности, но обнаружить это возможно только в рамках более общей *системной геометрии*, являющейся системным обобщением классической геометрии. Это наводит на мысль о том, что, по-видимому, ***фрактальная геометрия является одним из первых разработанных разделов системной геометрии***. В этой связи можно высказать геометрическую гипотезу о том, что ***геометрические фигуры классической геометрии являются фракталами с одним уровнем самоподобия, состоящими из системных точек, подобных фигуре в целом и той же размерности: "точка" – "фигура-в-целом" (по Дж. Хатчинсону)***. Это определение по смыслу совпадает с определением так называемой "истинной бесконечности" Г.В.Ф. Гегеля, согласно которому ***истинно бесконечной является система, подобная каждой своей части***. Подобные системы, по Шеннону, обладают максимальной взаимной информацией и минимальной энтропией, к подобным системам относятся и фракталы (Дж. Хатчинсон), и живые организмы, состоящие из клеток, в каждой из которых находится полный геном, содержащий информацию о всем организме. Возможно, даже во Вселенной нет ни одного объекта, не являющегося истинно-бесконечным и не содержащего в своей сущности полной информации о всей Вселенной. Поэтому древние утверждали равенство или даже тождество "микро- и макрокосма".

Бенуа Мандельброт в своей основополагающей работе[13] пишет, что "***размерность есть локальное свойство пространства***", т.е. иначе говоря, она может изменяться от точки к точке, как квривзна. В связи с этим возникает ***<u>физическая гипотеза</u>*** о том, что, возможно, наше физическое пространство имеет размерность, *не точно* равную 3, а просто очень близкую к 3, причем эта размерность (и *статистическое распределение i-мерных точек – систем разного типа*) в принципе может изменяться с течением времени в разных областях пространства в зависимости от тех или иных физических условий, и совершенно не обязательно связанных только с гравитацией и гравитационной массой (вдруг, например, окажется, что размерность пространства изменяется во время ударов молний, землетрясений, ядерных взрывов, вблизи торнадо, а также в аномальных зонах). В этой связи возникает ***<u>идея</u>*** о *разработке метода и прецизионной* ***мобильной*** *технологии измерения* ***текущей*** *фактической размерности пространства в различных его точках, и, если такая технология будет создана, то, возможно, также и о создании <u>службы мониторинга и прогнозирования динамики размерности пространства</u>*. Соответсвенно можно ввести понятие «*Поле размерности*» и попытаться понять от чего зависит локальная размерность реального физического пространства. Мы уже не говорим о том, какие возможные перспективы открываются, если удастся теоретически найти и практически реализовать способы управления размерностью пространства.

Выше уже отмечалось, что смысл размерности пространства состоит в том, что она количественно показывает на сколько быстро возрастает "содержимое" тела при увеличении его линейных размеров или при уменьшении линейных размеров объектов, "за-

---

[13] Мандельброт Бенуа. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002, – 656 с.

полняющих" тело. В рамках системной теории информации автором получены выражения для коэффициентов эмерджентности Хартли и Харкевича [1, 1–20], *названные так автором в честь этих выдающихся ученых*:

$$\boxed{\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}}, \qquad (5)$$

где

W – количество чистых (классических) состояний системы, т.е. количество базисных элементов;

φ – коэффициент эмерджентности Хартли (уровень системной организации объекта, имеющего W чистых состояний).

Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (5) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации в системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности, ***т.е. этот коэффициент отражает уровень системности объекта***.

Таким образом, ***коэффициент эмерджентности Хартли отражает уровень системности объекта и изменяется от 1 (системность минимальна, т.е. отсутствует) до W/Log₂W (системность максимальна).*** Очевидно, ***для каждого количества базисных элементов системы существует свой максимальный уровень системности***, который никогда реально не достигается из-за действия ***правил запрета*** на реализацию в системе ряда подсистем различных уровней иерархии. Таким образом, коэффициент эмерджентности Хартли дает верхнюю оценку уровня системности i-точки из W базисных элементов.

Из сравнения ***коэффициент эмерджентности Хартли (5)*** с мерой Хаусдорфа (1) и *кубической размерностью* (3) видно, что ***коэффициент эмерджентности Хартли, отражающий "уровень системности", можно интерпретировать как своего рода размерность системы, т.е. скорость возрастания ее сис-***

<u>темных (эмерджентных) свойств при количественном увеличении мощности базисного множества системы</u>.

Упрощенно можно считать, что:

– пространство 0-й размерности есть одна точка 0-й размерности, т.е. классическая точка, известная в математике (в частности в геометрии, дифференциальном и интегральном исчислении), а также в основанной на них физике;

– пространство 1-й размерности – это прямая линия, состоит из точек 1-й размерности, представляющих собой системы из 2-х точек 0-й размерности, т.е. ***отрезков***, ***имеющих*** бесконечно малую длину (не нулевую);

– пространство 2-й размерности – это плоскость, состоит из точек 2-й размерности, представляющих собой системы из 3-х точек 0-й размерности, или точки 1-й размерности и точки 0-й размерности, т.е. ***треугольников, имеющих*** бесконечно малую площадь (не нулевую);

– пространство 3-й размерности – это пространство, состоит из точек 3-й размерности, представляющих собой системы из 4-х точек 0-й размерности, или точки 3-й размерности и точки 0-й размерности т.е. ***тетраэдров, имеющих*** бесконечно малый объем (не нулевой);

.....

– пространство i-й размерности состоит из точек i-й размерности, представляющих собой системы из (i+1)-х точек 0-й размерности, или точки i-й размерности и точки 0-й размерности, т.е. i-мерных ***симплексов***, ***имеющих*** бесконечно малый i-гиперобъем (i-мера: S^{i}) (не нулевую).

В заключение хотелось бы подчеркнуть, что все предложенные в данной работе мысли и положения высказываются *исключительно* в порядке обсуждения и ни в коей мере не претендуют на какую-либо полноту и завершенность.

Дальнейшее изложение основано на рабате [191], нумерация формул, рисунков и таблиц сохранены.

<u>Задача 4:</u> предложить способы аналитического описания (задания) подсистем, как элементов системы.

Для решения данной задачи необходимо найти способ представления в виде аналитической функции системы из (i+1) 0-мерных точек, *произвольным* образом расположенных в i-мерном пространстве. Предлагается представить эту систему точек в виде пространственных аппроксимирующих функций, *вейвлетов* и/или *сплайнов* в ***многомерном*** пространстве.

В геометрии существует один принципиальный вопрос, который, насколько известно, в явной форме не задавался: *"**Каким образом получается так, что из точек нулевой размерности, не обладающих никакими свойствами, образуются геометрические объекты, обладающие целым набором геометрических (и даже физических, как в теории гравитации А. Эйнштейна) свойств, таких как размерность, длина, площадь, объем, кривизна, кручение и т.д.?**"*

Предлагается следующий ответ на этот вопрос, основанный на программной идее системного обобщения математики: ***необходимо ввести понятие геометрической системы и признать, что новые свойства геометрических систем, отсутствующие у элементов, из которых они состоят, являются системными или эмерджентными свойствами, которые образуются за счет взаимосвязей между элементами этих систем. Фактически все исследуемые в геометрии объекты, называемые по-разному: "геометрическим местом точек", "многообразием" и т.д., в действительности являются геометрическими системами.***

*По мере усложнения кривых у них, соответственно, повышается **уровень системности** и появляются все новые и новые системные (**эмерджентные)** свойства: если прямая линия обладает только одним новым свойством: **размерностью**, которого не было у составляющих ее точек 0-вой размерности, то **плоская кривая**, т.е. кривая, полностью лежащая в плоскости, кроме того, обладает и **кривизной**, а **пространственные кривые** обладают еще и **кручением**.*

Аналитически подобные кривые описываются и исследуются в дифференциальной геометрии и топологии с помощью векторного и тензорного анализа. Это описание может быть довольно сложным, поэтому в данной работе *предлагается использовать* *параметрическое* *задание пространственных кривых через их* ***проекции*** *на координатные плоскости многомерного пространства*. При обсуждении данной задачи для простоты будем предполагать, что это *ортонормированное* пространство с *евклидовой метрикой*. В общем случае если кривая однозначно задается системой из (i+1) 0-мерных точек, *произвольным* образом расположенных в i-мерном пространстве, для ее однозначного представления требуется i взаимно-ортогональных (координатных) плоскостей, на которые она проектируется. Сами же эти плоские проекции пространственной кривой можно аппроксимировать различными функциями, но мы предлагаем использовать для этого ***степенные полиномы различных степеней***.

Для нас именно этот вариант аппроксимирующих функций наиболее удобен и интересен, т.к. известно, что *полином i-й степени однозначно определяется (i+1) точками на плоскости и* *гарантировано* *проходит через них, т.е. не только однозначно определяется ими, но и сам однозначно определяет их.*

В частности:

– полином 1-й степени однозначно определяется 2-мя точками 0-й размерности, *гарантировано проходит через них* и однозначно определяет аналитически точку пространства 1-й размерности, т.е. прямой линии;

– полином 2-й степени однозначно определяется 3-мя точками 0-й размерности, *гарантировано проходит через них* и однозначно определяет аналитически точку пространства 2-й размерности, т.е. плоскости;

– полином 3-й степени однозначно определяется 4-мя точками 0-й размерности, *гарантировано проходит через них* и однозначно определяет аналитически точку пространства 3-й размерности, т.е. трехмерного пространства;

....

– полином i-й степени однозначно определяется (i+1)-мя точками 0-й размерности, *гарантировано проходит через них* и однозначно определяет аналитически точку пространства i-й размерности.

Это и означает, что *аппроксимация* ***проекций*** *пространственных кривых, задаваемых системой точек в многомерном пространстве степенными полиномами, является* ***взаимно-однозначным*** *(т.е. полностью адекватным) способом аналитического представления этой системы точек.* Таким образом, ***системе из (i+1) 0-мерных точек в i-мерном пространстве аналитически соответствует система из i степенных полиномов i-й степени.*** Это утверждение и предлагается считать одним из вариантов решения задачи 4.

Приведем простой и наглядный **пример**, иллюстрирующий сформулированные выше положения. *В качестве систем 0-мерных точек рассмотрим обобщенные образы классов, полученные путем обобщения конкретных образов железнодорожных составов, идущих на запад и на восток (рисунок 1).* Этот пример приведен в учебном пособии [98, 101] в качестве лабораторной работы №1, описание этой работы находится в свободном общем доступе (http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos06_lab/lab_01.htm), поэтому здесь подробно на нем останавливаться не будем.

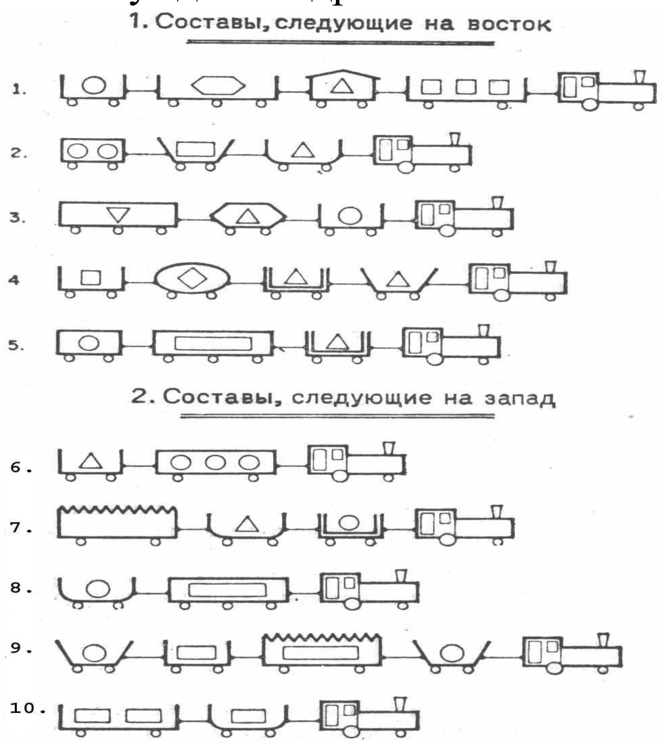


Рисунок 1 – Примеры поездов, идущих на запад и на восток

Используя технологию и методику применения автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ) [97], построим семантическую информационную модель (СИМ), позволяющую определить направление движения состава по его признакам. Формализация предметной области включает разработку классификационных и описательных шкал и градаций (таблица 1) и обучающей выборки (таблица 2).

Классификационные шкалы и градации:

1. Состав следует на восток.
2. Состав следует на запад.

Таблица 1 – ОПИСАТЕЛЬНЫЕ ШКАЛЫ И ГРАДАЦИИ

Наименование описательной шкалы	Градация описательной шкалы		Кол-во
	Наименование	Код	
Количество вагонов в составе:	2	1	3
	3	2	4
	4	3	3
Форма вагона:	V-образная.	4	3
	Прямоугольная	5	10
	Ромбовидная	6	1
	U-образная.	7	4
	Эллипсоидная.	8	1
Длина вагона:	Короткий.	9	10
	Длинный	10	8
Количество осей вагона:	2	11	9
	3	12	4
Вид стенок вагона:	Одинарные	13	10
	Двойные	14	3
Вид крыши вагона:	Отсутствует	15	10
	Гофрированная	16	2
	Двухскатная	17	1
	Прямая (эллипсоидная)	18	6
Груз (количество и вид):	1 большой круг.	19	7
	2 маленьких круга	20	1
	3 маленьких круга	21	1
	1 квадрат	22	1
	3 квадрата.	23	1
	1 короткий прямоугольник.	24	3
	2 коротких прямоугольника	25	1
	1 длинный прямоугольник	26	3
	1 треугольник	27	7
	1 перевернутый треугольник.	28	1
	1 ромб.	29	2
	1 шестиугольник	30	
	Груза нет	31	1

Таблица 2 – ОБУЧАЮЩАЯ ВЫБОРКА

№	Наименование состава	Коды класса	Коды признаков										
1	**Состав-1**	1	3	5	5	5	5	9	9	10	10	11	11
			11	12	13	13	13	13	15	15	15	17	19
			29	27	23								
2	**Состав-2**	1	2	5	4	7	9	9	9	2	2	2	13
			13	13	15	15	18	20	24	27			
3	**Состав-3**	1	2	5	6	5	10	9	9	12	11	11	13
			13	13	18	18	15	28	27	19			
4	**Состав-4**	1	3	5	8	5	4	9	9	9	9	13	13
			13	14	15	15	15	18	22	29	27	27	11
			11	11	11								
5	**Состав-5**	1	2	5	5	5	9	9	10	11	11	12	13
			13	14	18	18	15	19	26	27			
6	**Состав-6**	2	1	5	5	9	10	11	11	13	13	15	18
			27	21									
7	**Состав-7**	2	2	5	5	7	10	9	9	11	11	11	13
			13	14	16	15	15	31	27	19			
8	**Состав-8**	2	1	7	5	9	10	11	12	19	26	15	18
			13	13									
9	**Состав-9**	2	3	4	4	5	5	9	9	9	10	11	11
			11	11	13	13	13	13	15	15	15	16	19
			24	26	19								
10	**Состав-10**	2	1	5	7	9	10	11	11	13	13	15	15
			25	24									

После ввода классификационных и описательных шкал и градаций, а также обучающей выборки в универсальную когнитивную аналитическую систему "Эйдос" (являющуюся программным инструментарием АСК-анализа), в результате синтеза СИМ была получена следующая матрица абсолютных частот (таблица 3).

Таблица 3 – МАТРИЦА АБСОЛЮТНЫХ ЧАСТОТ

Наименование описательной шкалы	Градация описательной шкалы		Наименования и коды классов (градаций классификационных шкал)		Кол-во
	Наименование	Код	Состав следует на восток	Состав следует на запад	
Количество вагонов в составе:	2	1	0	3	3
	3	2	3	1	4
	4	3	2	1	3
Форма вагона:	V-образная.	4	2	1	3
	Прямоугольная	5	5	5	10
	Ромбовидная	6	1	0	1
	U-образная.	7	1	3	4
	Эллипсоидная.	8	1	0	1
Длина вагона:	Короткий.	9	5	5	10
	Длинный	10	3	5	8
Количество осей вагона:	2	11	4	5	9
	3	12	3	1	4
Вид стенок вагона:	Одинарные	13	5	5	10
	Двойные	14	2	1	3
Вид крыши вагона:	Отсутствует	15	5	5	10
	Гофрированная	16	0	2	2
	Двухскатная	17	1	0	1
	Прямая (эллипсоидная)	18	4	2	6
Груз (количество и вид):	1 большой круг.	19	3	4	7
	2 маленьких круга	20	1	0	1
	3 маленьких круга	21	0	1	1
	1 квадрат	22	1	0	1
	3 квадрата.	23	1	0	1
	1 короткий прямоугольник.	24	1	2	3
	2 коротких прямоугольника	25	0	1	1
	1 длинный прямоугольник	26	1	2	3
	1 треугольник	27	5	2	7
	1 перевернутый треугольник.	28	1	0	1
	1 ромб.	29	2	0	2
	1 шестиугольник	30	0	0	0
	Груза нет	31	0	1	1

Напомним, что *мы предлагаем рассматривать описательные шкалы как оси координат в многомерном неортонормированном пространстве, а градации описательных шкал – как интервальные значения, т.е. координаты на этих осях (признаки).* Для того чтобы построить в многомерном пространстве кривую, соответствующую некоторому заданному классу, *в качестве значений по каждой координате будем рассматривать суммарное количество встреч данного признака у объектов этого класса.*

Используя графическую систему SigmaPlot for Windows Version 10.0 фирмы Systat Software Inc., построим трехмерные образы исследуемых нами классов, выбрав три описательные шкалы, отмеченные светло-зеленым цветом, и предполагая, что пространство является ортонормированным. Последнее предположение в общем случае не выполняется (как и нашем примере), но этим обстоятельством на данном этапе мы вынуждены пренебречь, т.к. нам неизвестны системы, позволяющие строить по координатам точек в криволинейных или косоугольных координатах многомерные объекты и проектировать их в евклидово трехмерное или двумерное пространство.

Для построения графиков в системе SigmaPlot выполним подготовку исходных данных, выполнив следующие операции:

1. Выберем 3 описательные шкалы: форма вагона; вид крыши вагона и груз (количество и вид), в каждой из которых не менее 4-х градаций, что достаточно для получения наглядной кривой.

2. Система SigmaPlot предъявляет требование, чтобы по всем осям было ***равное*** количество координат, т.к. точка в многомерном пространстве задается координатами по ***всем*** осям. Однако в наших данных это требование не выполняется. Всего существует два варианта решить эту проблему: дополнить нулями недостающие координаты, ограничиться по всем осям тем количеством координат, которое в оси с минимальным их количеством. Мы выбираем второй вариант и оставляем по каждой из осей по 4 координаты, как в оси "Вид крыши вагона", в которой их минимальное количество.

3. Для большей наглядности перед построением графиков градации по каждой шкале *рассортируем* в порядке возрастания их значений для одного из классов (по каждой оси координат они могут быть оставлены в исходном порядке либо рассортированы в порядке возрастания или убывания).

В результате получим исходную таблицу данных для построения графиков в системе SigmaPlot (таблица 4) и сами графики (рисунок 2).

Таблица 4 – ДАННЫЕ ИЗ МАТРИЦЫ АБСОЛЮТНЫХ ЧАСТОТ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ В СИСТЕМЕ SIGMAPLOT

Ось	Наименование описательной шкалы	Градация описательной шкалы		Наименования и коды классов (градаций классифика-ционных шкал)		Кол-во
		Наименование	Код	Состав следует на восток	Состав следует на запад	
X	Форма вагона	U-образная.	7	1	3	4
		Эллипсоидная.	8	1	0	1
		V-образная.	4	2	1	3
		Прямоугольная	5	5	5	10
Y	Вид крыши вагона	Гофрированная	16	0	2	2
		Двухскатная	17	1	0	1
		Прямая (эллипсоидная)	18	4	2	6
		Отсутствует	15	5	5	10
Z	Груз (количество и вид)	1 перевернутый треугольник.	28	1	0	1
		1 ромб.	29	2	0	2
		1 большой круг.	19	3	4	7
		1 треугольник	27	5	2	7

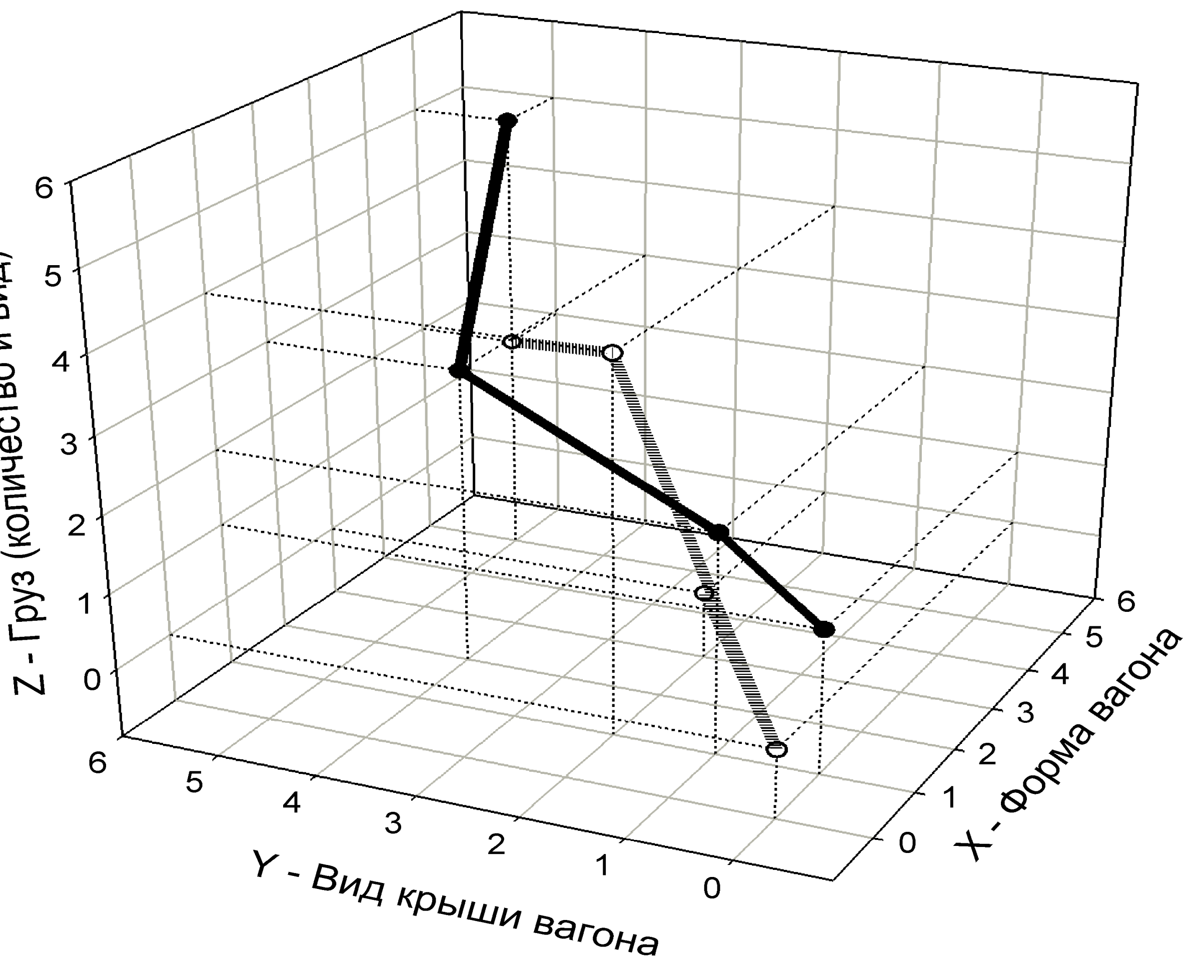


Рисунок 2 – Отображение фрагмента семантического пространства с образами составов, следующих на восток (сплошная линия) и на запад (пунктир). Единица измерения по шкалам – количество встреч признака

Рассмотрим проекции этих пространственных кривых на координатные плоскости и аппроксимации этих проекций степенными полиномами. На основе данных таблицы 4 получим сочетания координат для точек проекций кривых, соответствующих поездам, следующим на восток и на запад, на координатные плоскости XY, XZ и YZ (таблица 5), а затем построим график проекции YZ и его аппроксимацию полиномом 3-й степени (рисунок 3).

Для примера выбрана именно данная *проекция* пространственной кривой класса **"Поезда, следующие на восток"**, т.к. при выбранном способе сортировки координат по возрастанию значений она оказалась *монотонно-возрастающей по обеим координатам*, что является необходимым и достаточным условием для возможности аппроксимации кривой именно степенным полиномом.

Таблица 5 – СОЧЕТАНИЯ КООРДИНАТ ДЛЯ ТОЧЕК ПРОЕКЦИЙ КРИВЫХ НА КООРДИНАТНЫЕ ПЛОСКОСТИ XY, XZ И YZ

		Восток	Запад	Восток		Запад	
X				**XY**		**XY**	
Форма вагона	U-образная.	1	3	1	0	3	2
	Эллипсоидная.	1	0	1	1	0	0
	V-образная.	2	1	2	4	1	2
	Прямоугольная	5	5	5	5	5	5
Y				**XZ**		**XZ**	
Вид крыши вагона	Гофрированная	0	2	1	1	3	0
	Двухскатная	1	0	1	2	0	0
	Прямая (эллипсоидная)	4	2	2	3	1	4
	Отсутствует	5	5	5	5	5	2
Z				**YZ**		**YZ**	
Груз (количество и вид)	1 перевернутый треугольник.	1	0	0	1	2	0
	1 ромб.	2	0	1	2	0	0
	1 большой круг.	3	4	4	3	2	4
	1 треугольник	5	2	5	5	5	2

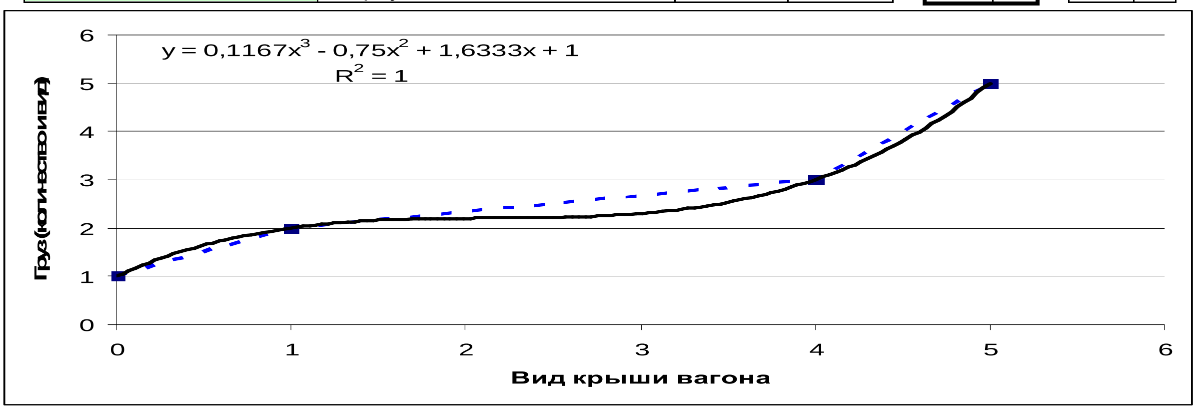


Рисунок 3 – Проекция пространственной кривой класса: "Поезда, следующие на восток" на координатную плоскость "YZ" (синий пунктир) и аппроксимация этой проекции полиномом 3-й степени (черная сплошная линия)

<u>Задача 5:</u> описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство).

Прежде всего, отметим, что нас <u>не устраивает</u> в *классическом семантическом пространстве,* рассмотренном при обсуждении возможных подходов к решению предыдущей задачи.

Напомним, что *в этом пространстве в качестве осей координат рассматривались описательные шкалы, в качестве координат на этих осях – градации описательных шкал (интервальные значения, признаки), а в качестве значений по каждой координате – суммарное количество встреч данного признака у объектов этого класса.* При этом классическое семантическое пространство, вообще говоря (т.е. в общем случае), является многомерным неортонормированным пространством, т.к. углы между осями координат не являются прямыми, а ***единицы измерения по различным осям <u>различны</u>***. Более того, это пространство может быть искривлено, скручено и т.п., не говоря уже о том, что его локальная фрактальная размерность может изменяться от точки к точке.

В качестве меры расстояния в этом пространстве обычно используют евклидову метрику (многомерный аналог теоремы Пифагора), как правило ***совершенно забывая*** при этом, что для корректного применения этой метрики необходимо, чтобы пространство было ***ортонормированным***, и по всем осям использовалась бы одна и та же ***единица измерения***, либо они все были безразмерными. Эти условия являются совершенно необходимыми и обязательными. Если для неортонормированного пространства существует обобщение теоремы Пифагора, и оно просто по неизвестным причинам не используется (правда более-менее простой аналитический вид это выражение имеет только для плоскости и трехмерного пространства), то *вопрос о единицах измерения по осям* ***просто*** *игнорируется*, т.е. не ставится и не обсуждается. Мы же напротив, обращаем на это внимание, как принципиальный вопрос [277], т.к. получается, что выбор единиц измерения сильно сказывается на результатах исследования, что некорректно.

Об этом вопросе упоминается в работе отечественных классиков системного анализа Ф.И. Перегудова и Ф.П. Тарасенко[14] (при рассмотрении многокритериального метода приятия решений и формировании интегрального критерия из частных критериев). Между тем, широко известно, что *с размерностями в математических выражениях, в которые входят различные по смыслу величины, измеряемые в различных единицах измерения, нужно обращаться очень* ***аккуратно***. Даже на уроке физики в средней школе обязательно проверяют размерности получаемых в результате решения задач величин, и если они не соответствуют смыслу этих величин и принятым для них размерностям, то *это является явным признаком* ***ошибки*** *в решении*. Однако в статистических системах, системах анализа данных и системах искусственного интеллекта (кроме системы "Эйдос"), почему-то совершенно не задумываясь, спокойно совершают операции сложения, вычитания и другие более сложные математические операции с величинами, имеющими *качественно различающийся* смысл и, соответственно, измеряемыми в совершенно различных единицах измерения.

Удивительно, но такой подход на практике традиционен и в нем нет ничего необычного. Например, в известной статистической системе SPSS в разделе по изучению кластерного анализа приведены обучающие примеры, в которых между собой сравниваются различные модели автомобилей. При этом признаками для сравнения этих моделей являются: количество ведущих мостов, количество цилиндров, мощность двигателя, расход топлива и т.п. параметры, измеряемые *количественно*, естественно, в *различных* единицах измерения. Затем с использованием *евклидовой меры сходства* (корректность использования которой также еще нужно обосновать) *вычисляется параметр сходства между этими моделями, строится матрица сходства*, на основе которой и проводится кластерный анализ. Ясно, что это некорректно, т.к., например, 4 ведущих колеса или 4 цилиндра будут иметь одинаковый ***вес*** при определении сходства моделей, а мощность

---

[14] Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ: Учебное пособие / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М.: Высшая школа, 1997. – 389 с.

80 л.с. будет иметь значение в 10 раз больше, чем расход топлива 8 литров на 100 километров. В исходной матрице данных в системе SPSS просто используются *безразмерные* количественные величины, т.е. числа, и даже не предусмотрено места для ввода единиц измерения. *Но эти же величины* ***в действительности*** *не являются безразмерными, а лишь* ***используются*** *как безразмерные!* Это примерно, как сложить 4 крокодила с 8 бегемотами и разделить затем на 6 секунд, за которые какой-то автомобиль разгоняется до 100 км/час, и получить в результате 2. Конечно, числа 4 и 5 формально сложатся и разделятся на 6, в результате получится 2, но ***чего именно*** 2, и какой ***смысл*** в выполнении подобных математических операций? Даже если величины измеряются в сходных по смыслу единицах измерения, то все равно перед выполнением с ними арифметических операций нужно привести их к одной общей единице измерения, например, если сложить 5 метров и 5 сантиметров, то будет не 10, а 5,05 метра или 505 сантиметров. Ясно, что и результаты измерения расстояний между объектами будет самым непосредственным образом зависеть от единиц измерения, с помощью которых, фактически, можно как угодно произвольно манипулировать этими расстояниями, чем многие с энтузиазмом и пользуются, что по сути превращает программу из инструмента исследования в программу для подбора нужных результатов.

Конечно, это совершенно не означает, что режим кластерного анализа системы SPSS невозможно использовать корректно. Для этого достаточно в матрицу исходных данных кластерного анализа ввести либо безразмерные (например, *стандартизированные*) величины, либо величины, приведенные к одной размерности, например, можно вычислить, как влияет тот или иной размерный параметр модели автомобиля на его цену, и *вводить не сам этот параметр, а его влияние на цену автомобиля* (например, в какой-либо валюте в индексированных ценах). Аналогично можно изучать влияние различных факторов на продолжительность жизни, *вводя для исследования* ***не сами значения*** *этих факторов****, а их влияние*** *на эту продолжительность (например, в годах).* При этом сами параметры или факторы могут измеряться в самых различных единицах измерения, например, количество сигарет, выкуренных за день, количество метров, пройденных пешком, количество минут, потраченных на утреннюю зарядку и т.п., но все это, в каких бы единицах измерения оно не измерялось, прибавляет или отнимает какие-то *минуты* нашей жизни. Проблема только в том, что это нужно понимать и делать самому, а система своими странными примерами правоцирует пользователей на некорректное применение.

Таким образом, мы считаем необходимым использовать для моделирования реальности не классическое семантическое пространство, а другое пространство (назовем его ***системным семантическим пространством*** или кратко ***эйдос-пространством***), которое характеризуется следующими свойствами:

1. В качестве осей координат используются конструкты, т.е. понятия, имеющие смысловые полюса и спектр промежуточных смысловых значений с количественной или порядковой шкалой смыслового сходства и различия между ними. *По всем осям координат используется* ***одна и та же*** *единица измерения.*

2. Величины или значения координат выражаются количественными величинами, имеющими один и тот же смысл не только для одной оси, но и для всех осей координат, т.е. *всего эйдос-пространства*.

3. ***Значения*** координат несут информацию не только о положении точки в этом пространстве, но и о ***степени принадлежности*** этой точки к многомерному объекту, соответствующему обобщенному образу класса (будем называть этот образ "эйдос" (от греч. εἶδος – вид, образ) – идея, понятие, образ). Координаты образов классов в эйдос-пространстве – информативности, рассчитываемые согласно системной теории информации [97, 93-280]. Более того, эти значения координат являются величинами, учитывающими *системный эффект* взаимодействия *всех классов* в эйдос-пространстве *со всеми* градациями описательных шкал (поэтому для математической модели системы "Эйдос" и был предложен термин "нелокальная нейронная сеть" [138]), в отличие от классических нейронных сетей с обратным распростране-

нием ошибки. Предлагается считать координаты точек в эйдос-пространстве ***компонентами*** i-мерных ***когнитивных чисел*** [166], по аналогии с действительными числами (1-мерными), комплексными числами (2-мерными), кватернионами (3-мерными).

4. Интегральный критерий сходства образа конкретного объекта с классом, классов друг с другом, значений факторов друг с другом, т.е. метрика или "информационное расстояние" – свертка или скалярное произведение векторов классов или объекта и класса [1–20, 9, 10], величина, которую ***корректно*** использовать в случае ***неортонормированного*** пространства (в общем случае эйдос-пространство неортонормированно), так как: а) сами *величины* информативностей (см. п. 3) учитывают *углы* между описательными шкалами (если угол между двумя описательными шкалами равен 0, то информативности градаций этих шкал уменьшаются в два раза), б) свертка в координатной форме, по сути, является просто *суммой* информативностей тех признаков, которые есть у конкретного объекта, и математически *никак не связана* с предположением об ортонормированности или неортономированности эйдос-пространства.

5. Это эйдос-пространство является, вообще говоря, многомерным неортонормированным пространством с неевклидовой метрикой.

Мы осознаем мир, используя эйдос-пространство, а детально исследуем модели объектов внутреннего и внешнего мира, сформированные в этом пространстве, изучая их ***проекции*** на координатные плоскости, а чаще на оси координат, т.е. конструкты. Так, что мы действительно осознаем не сам мир, а лишь проекции его объектов, подобные теням на стенах ***пещеры Платона***, причем в действительности эти тени даже не от самих объектов, а лишь от их ***моделей*** в нашем сознании (т.к. мы осознаем не непосредственно сами объекты "какие они есть на самом деле, т.е. сами по себе" (еще вопрос, возможно ли это хотя бы в принципе), а лишь отражения этих объектов в нашем сознании).

Продолжим изучение примера, который мы рассматривали при обсуждении предыдущей задачи. В таблице 6 приведено количество информации, рассчитанное согласно системной теории информации [97], которое содержится в градациях описательных шкал (признаках) о принадлежности конкретных объектов, обладающих этими признаками, к обобщенным классам: "Состав, следующий на восток", "Состав, следующий на запад".

Таблица 6 – МАТРИЦА ИНФОРМАТИВНОСТЕЙ (БИТ)

Наименование описательной шкалы	Градация описательной шкалы		Наименования и коды классов (градаций классификационных шкал)	
	Наименование	Код	Состав следует на восток	Состав следует на запад
Количество вагонов в составе:	2	1	0,00000000	0,15333187
	3	2	0,07610294	-0,13573296
	4	3	0,05154327	-0,07574658
Форма вагона:	V-образная.	4	0,05154327	-0,07574658
	Прямоугольная	5	-0,00844310	0,00879946
	Ромбовидная	6	0,13608931	0,00000000
	U-образная.	7	-0,15297552	0,09334550
	Эллипсоидная.	8	0,13608931	0,00000000
Длина вагона:	Короткий.	9	-0,00844310	0,00879946
	Длинный	10	-0,06842948	0,05532850
Количество осей вагона:	2	11	-0,03300278	0,03076883
	3	12	0,07610294	-0,13573296
Вид стенок вагона:	Одинарные	13	-0,00844310	0,00879946
	Двойные	14	0,05154327	-0,07574658
Вид крыши вагона:	Отсутствует	15	-0,00844310	0,00879946
	Гофрированная	16	0,00000000	0,15333187
	Двухскатная	17	0,13608931	0,00000000
	Прямая (эллипсоидная)	18	0,05154327	-0,07574658
Груз (количество и вид):	1 большой круг.	19	-0,04058602	0,03664292
	2 маленьких круга	20	0,13608931	0,00000000
	3 маленьких круга	21	0,00000000	0,15333187
	1 квадрат	22	0,13608931	0,00000000
	3 квадрата.	23	0,13608931	0,00000000
	1 короткий прямоугольник.	24	-0,09298915	0,06878583
	2 коротких прямоугольника	25	0,00000000	0,15333187
	1 длинный прямоугольник	26	-0,09298915	0,06878583
	1 треугольник	27	0,06592940	-0,10788950
	1 перевернутый треугольник.	28	0,13608931	0,00000000
	1 ромб.	29	0,13608931	0,00000000
	1 шестиугольник	30	0,00000000	0,00000000
	Груза нет	31	0,00000000	0,15333187

Далее выберем из таблицы 6 только те информативности, которые соответствуют градациям описательных шкал, рассмотренных в предыдущей задаче (для обеспечения сопоставимости), и в результате получим таблицу 7 и ее графическое отображение на рисунке 4.

Таблица 7 – ДАННЫЕ ИЗ МАТРИЦЫ ИНФОРМАТИВНОСТЕЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ В СИСТЕМЕ SIGMAPLOT

Ось	Наименование описательной шкалы	Градация описательной шкалы		Наименования и коды классов (градаций классификационных шкал)	
		Наименование	Код	Состав следует на восток	Состав следует на запад
X	Форма вагона	U-образная.	7	-0,15297552	0,09334550
		Прямоугольная	5	-0,00844310	0,00879946
		V-образная.	4	0,05154327	-0,07574658
		Эллипсоидная.	8	0,13608931	0,00000000
Y	Вид крыши вагона	Отсутствует	15	-0,00844310	0,00879946
		Гофрированная	16	0,00000000	0,15333187
		Прямая (эллипсоидная)	18	0,05154327	-0,07574658
		Двухскатная	17	0,13608931	0,00000000
Z	Груз (количество и вид)	1 большой круг.	19	-0,04058602	0,03664292
		1 треугольник	27	0,06592940	-0,10788950
		1 перевернутый треугольник.	28	0,13608931	0,00000000
		1 ромб.	29	0,13608931	0,00000000

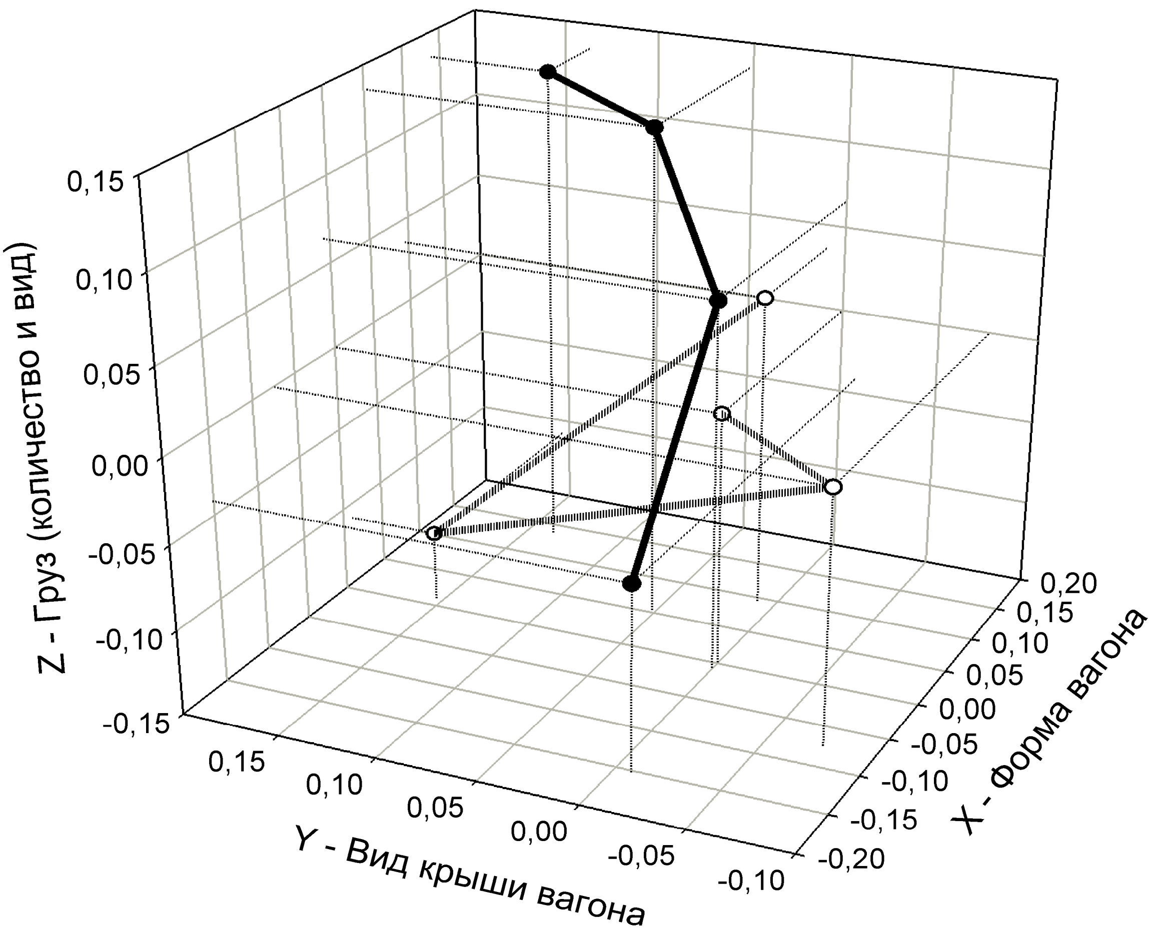


Рисунок 4 – Отображение фрагмента системного семантического пространства (эйдос-пространства) с образами составов, следующих на восток (сплошная линия) и на запад (пунктир). Единица измерения по шкалам – биты

Рассмотрим *проекции* этих пространственных кривых на координатные плоскости и аппроксимации этих проекций степенными полиномами. На основе таблицы 7 получим сочетания координат для точек проекций кривых, соответствующих поездам, следующим на восток и на запад, на координатные плоскости XY, XZ и YZ (таблица 8), а затем построим график проекции XY и его аппроксимацию полиномом 3-й степени (рисунки 5 и 6). В таблице 8 области данных, отображенные на рисунках 5 и 6, обведены жирной рамкой.

Таблица 8 – СОЧЕТАНИЯ КООРДИНАТ ДЛЯ ПРОЕКЦИЙ КРИВЫХ ИЗ ЭЙДОС-ПРОСТРАНСТВА НА КООРДИНАТНЫЕ ПЛОСКОСТИ XY, XZ И YZ

		Восток	Запад	Восток		Запад	
X				XY		XY	
Форма вагона	U-образная.	-0,153	0,093	-0,153	-0,008	0,093	0,009
	Прямоугольная	-0,008	0,009	-0,008	0,000	0,009	0,153
	V-образная.	0,052	-0,076	0,052	0,052	-0,076	-0,076
	Эллипсоидная.	0,136	0,000	0,136	0,136	0,000	0,000
Y				XZ		XZ	
Вид крыши вагона	Отсутствует	-0,008	0,009	-0,153	-0,041	0,093	0,037
	Гофрированная	0,000	0,153	-0,008	0,066	0,009	-0,108
	Прямая (эллипсоидная)	0,052	-0,076	0,052	0,136	-0,076	0,000
	Двухскатная	0,136	0,000	0,136	0,136	0,000	0,000
Z				YZ		YZ	
Груз (количество и вид)	1 большой круг.	-0,041	0,037	-0,008	-0,041	0,009	0,037
	1 треугольник	0,066	-0,108	0,000	0,066	0,153	-0,108
	1 перевернутый треугольник.	0,136	0,000	0,052	0,136	-0,076	0,000
	1 ромб.	0,136	0,000	0,136	0,136	0,000	0,000

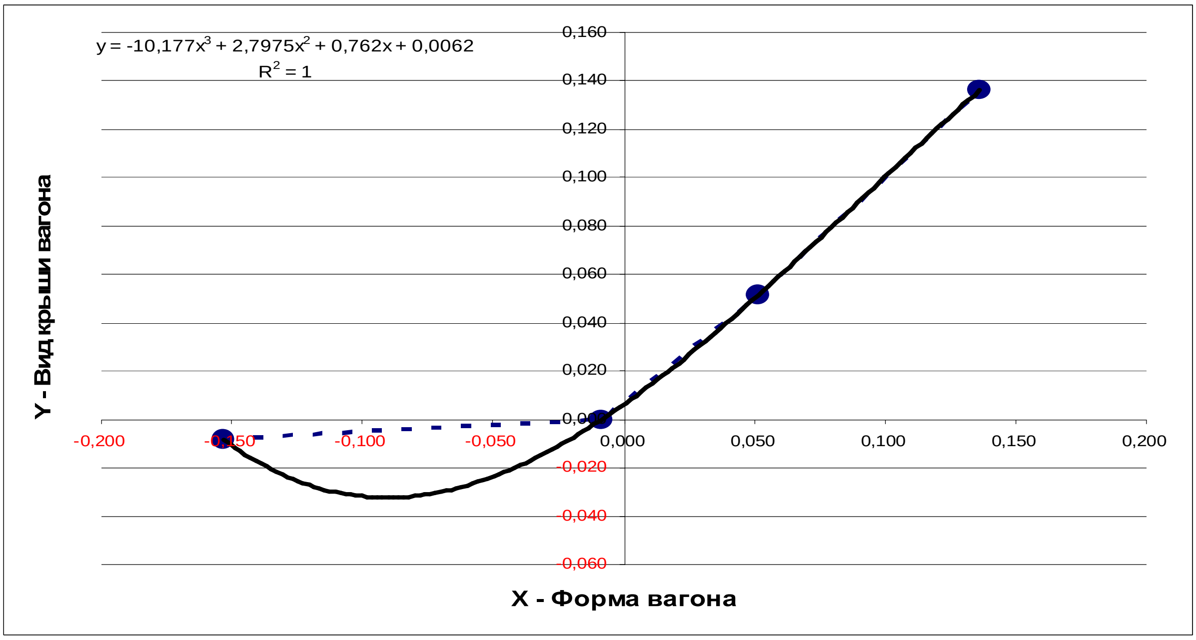


Рисунок 5 – Проекция эйдоса (класса): "Поезда, следующие на восток" на координатную плоскость "XY" (синий пунктир) и аппроксимация этой проекции полиномом 3-й степени (черная сплошная линия)

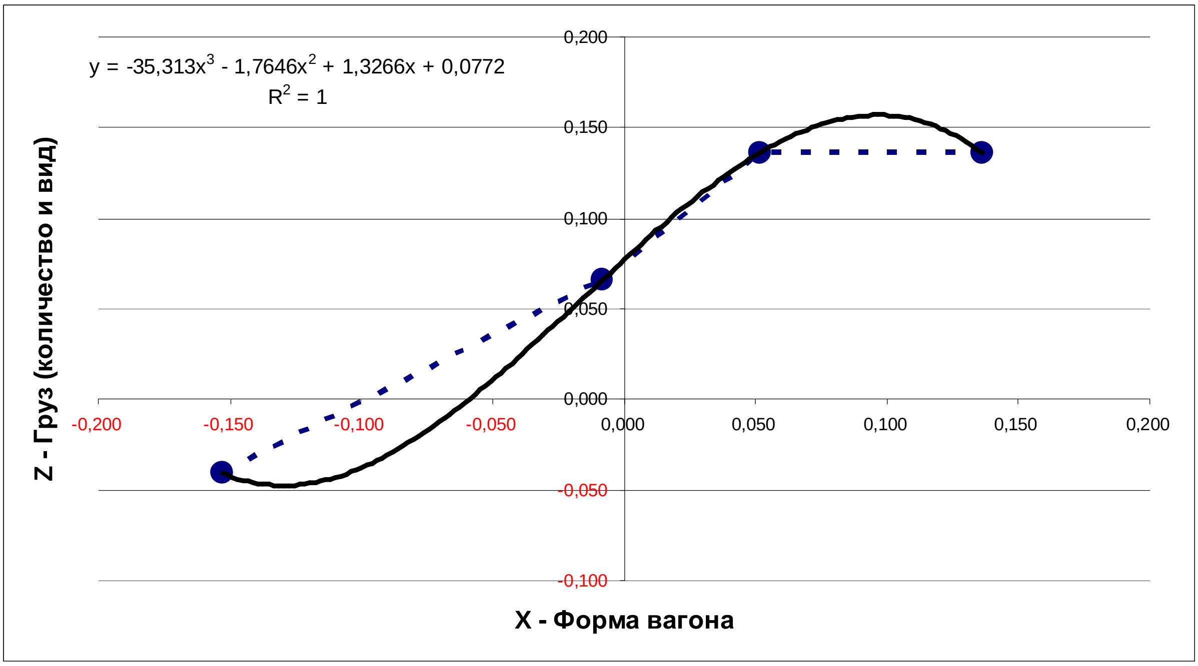


Рисунок 6 – Проекция эйдоса (класса): "Поезда, следующие на восток" на координатную плоскость "XZ" (синий пунктир) и аппроксимация этой проекции полиномом 3-й степени (черная сплошная линия)

Для примера выбраны именно проекции пространственной кривой (эйдоса) класса **"Поезда, следующие на восток"**, т.к. при выбранном способе сортировки координат по возрастанию значений они оказались *монотонно-возрастающими по обеим координатам*, что является необходимым и достаточным условием для возможности аппроксимации кривой степенным полином. Отметим, что для аппроксимации *всех* проекций эйдосов на координатные плоскости с коэффциентом детерминации $R^2=1$ (т.е. с нулевой погрешностью) оказалось достточно полиномов 3-й степени.

<u>Задача 6:</u> описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Автоматизированный системно-когнитивный анализ (АСК-анализ) [97] представляет собой метод, технологию и методику формирования эйдосов и включает следующие этапы:

1. Когнитивная структуризация, а затем и формализация предметной области.

2. Ввод данных мониторинга в базу прецедентов (обучающую выборку) за период, в течение которого имеется необходимая информация в электронной форме.

3. Синтез семантической информационной модели (СИМ).

4. Оптимизация СИМ.

5. Проверка адекватности СИМ (измерение внутренней и внешней, дифференциальной и интегральной валидности).

6. Анализ СИМ.

7. Решение задач идентификации состояний объекта управления, прогнозирования и поддержки принятия управленческих решений по управлению с применением СИМ.

На первых двух этапах АСК-анализа, детально рассмотренных в работах [9, 10], числовые величины сводятся к интервальным оценкам, как и информация об объектах нечисловой природы (фактах, событиях). Этот этап реализуется и в методах интервальной статистики.

На третьем этапе СК-анализа всем этим величинам (по единой методике, основанной на системном обобщении семантической теории информации А. Харкевича) сопоставляются количественные величины, с которыми в дальнейшем и производятся все операции моделирования.

Обобщенный образ класса (эйдос) представляет собой элемент определенного уровня иерархии системы, т.е. множество, в котором в качестве элементов-признаков выступают элементы предыдущего уровня иерархии системы.

Информационный портрет класса представляет собой список признаков этого класса, ранжированный в порядке убывания количества информации, содержащейся в этих признаках о принадлежности к данному классу. Этот информационный портрет может быть разделен на две части: позитивную: с положительными информативностями (эйдос), и негативную: с отрицательными информативностями (антиэйдос). Эйдос и антиэйдос представляют собой как бы *зеркальные* части информационного портрета.

Значения координат точки, входящей в эйдос, равны количеству информации в соответствующем признаке (градации описательной шкалы) о принадлежности конкретного обладающего этим признаком объекта к обобщенному образу класса (градации классификационной шкалы).

Если классические координаты точки в семантическом пространстве несут информацию только о положении точки в пространстве и все, то системные координаты точки в эйдос-пространстве, кроме этого, несут также и информацию о принадлежности объекта, в который входит данная точка, к эйдосу (обобщенному образу класса), т.е. к системе точек.

Подробнее задачу № 6 рассматривать в данной работе нецелесообразно, т.к. она неоднократно реализовалась в ряде приложений и исследований, проведенных по технологии АСК-анализа, о которых имеются многочисленные общедоступные публикации, в частности, размещенные по Internet-адресам:

– http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=11;
– http://lc.kubagro.ru/aidos/Eidos.htm.

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция [97] формализуется многослойной системой эйдос-пространств.

Из базовой когнитивной концепции, предложенной в работе [97], следует иерархическая структура процесса познания (таблица 9).

Таблица 9 – ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПРОЦЕССА ПОЗНАНИЯ

Уровень иерархии процесса познания	Элемент	Действие с элементами	Система
1	признаки	синтез	образы конкретных объектов
2	признаки, образы конкретных объектов	обобщение, многопараметрическая типизация	обобщенные образы классов
3	классы	нахождение наиболее сходных, обобщение	кластеры
4	кластеры	нахождение наиболее отличающихся	конструкты
5	конструкты	синтез	действующая парадигма предметной области

При этом на разных уровнях иерархии системы познания элементами являются: признаки, а системами – образы конкретных объектов, описанные системами признаков по 2, 3 и т.д., а на других элементами выступают уже конкретные образы, а системами – обобщенные образы классов, которые, в свою очередь, являются элементами систем-кластеров, а они – элементами систем-конструктов, система конструктов образует парадигму. В 1996 году в работе [94], а затем в работе [138] автором была предложена идея создания подобных многоуровневых моделей в АСК-анализе. В последующем в ряде работ автора с соавторами [102, 154, 99] и других были созданы и исследованы подобные многоуровневые модели, каждый из уровней которых формализуется эйдос-пространством определенной размерности.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что базовая когнитивная концепция и реализующий ее АСК-анализ формализуются многослойной системой *взаимосвязанных* эйдос-пространств. Если на 2-м уровне иерархии оси координат представляют собой описательные шкалы, градациями которых являются признаки, а обобщенные образы классов (градации классификационных шкал) представляются пространственными кривыми в эйдос-пространстве, то на 3-м уровне иерархии градациями описательных шкал являются классы, а пространственные кривые – эйдосы отображают уже кластеры.

<u>Задача 8:</u> показать, что системная теория информации позволяет *непосредственно* на основе эмпирических данных определять вид *функций принадлежности*, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

В теории нечетких множеств, предложенной в 1965 году Лотфи А. Заде, *понятие множества было обобщено*, путем задания *функции принадлежности* элемента множеству, количественно задающей *степень принадлежности* элемента множеству (в классическом множестве элемент мог либо принадлежать, либо не принадлежать множеству). Было *предложено* несколько различных аналитических видов функций принадлежности и разработаны операции с нечеткими множествами, зависящие от вида этих априорно заданных функций.

Таким образом, в теории нечетких множеств *математическое понятие множества было* ***обогащено свойствами,*** *и это несколько приблизило его к понятию "система" и позволило получить более общую теорию, чем классическая теория множеств.*

Однако мы считаем, что теория нечетких множеств является лишь первым шагом и в этом направлении еще много работы. Например, ясно, что для реальных объектов, моделируемых множествами, фактический вид функции принадлежности может отличаться от ранее априорно определенных и затем аксиоматически постулированных и аналитически исследованных. Между тем именно фактический вид функции принадлежности характеризует специфику конкретного объекта исследования, и поэтому ее знание обуславливает адекватность моделирования этого объекта с помощью аппарата нечетких множеств. Поэтому возникает **проблема** ***определения вида функции принадлежности непосредственно на основе эмпирических данных*** и все значения и актуальность решения этой проблемы *общим универсальным методом* трудно переоценить. В настоящее время имеется ряд попыток найти подобный *универсальный метод и разработать технологию и методику его применения на практике*. В разделе 4.8 данной монографии приведен пример подхода, позволяющего решить эту проблему. Одной из таких попыток является интеграция теории нечетких множеств и нейронных сетей: так называемые нечеткие нейронные сети[15].

С применением системной теории информации (СТИ) также *непосредственно на основе эмпирических данных* определяется функция принадлежности элемента множеству, в частности:

– в информационном портрете определяется степень принадлежности признака классу;

– при идентификации объекта определяется степень его сходства с классами;

---

[15] Николаев А.Б., Фоминых И.Б. Нейросетевые методы анализа и обработки данных: Учебное пособие. – М.: МАДИ (ГТУ), 2003. – 95 с. – Режим доступа: http://www.madi.ru/study/kafedra/asu/metod/neiroseti3.rar.

– при проведении кластерного анализа определяется степень сходства классов с кластерами.

На рисунке 7 в качестве примера приведена экранная форма системы "Эйдос", в которой показана *степень принадлежности* конкретных образов составов, описанных в обучающей выборке, к обобщенному образу класса: "Состав, следующий на запад". Таким образом, можно считать, что данный класс представляет собой нечеткое множество, включающее все составы, следующие на запад, но в разной степени. Состав-10 наиболее похож на обобщенный образ данного класса, т.е. является наиболее типичным для него, а состав-3 наименее типичным. Для составов 1, 2, 3, 4 и 5 степень принадлежности к классу "Состав, следующий на запад" отрицательна, т.е. они не относятся к этому классу в соответствии с созданной моделью.

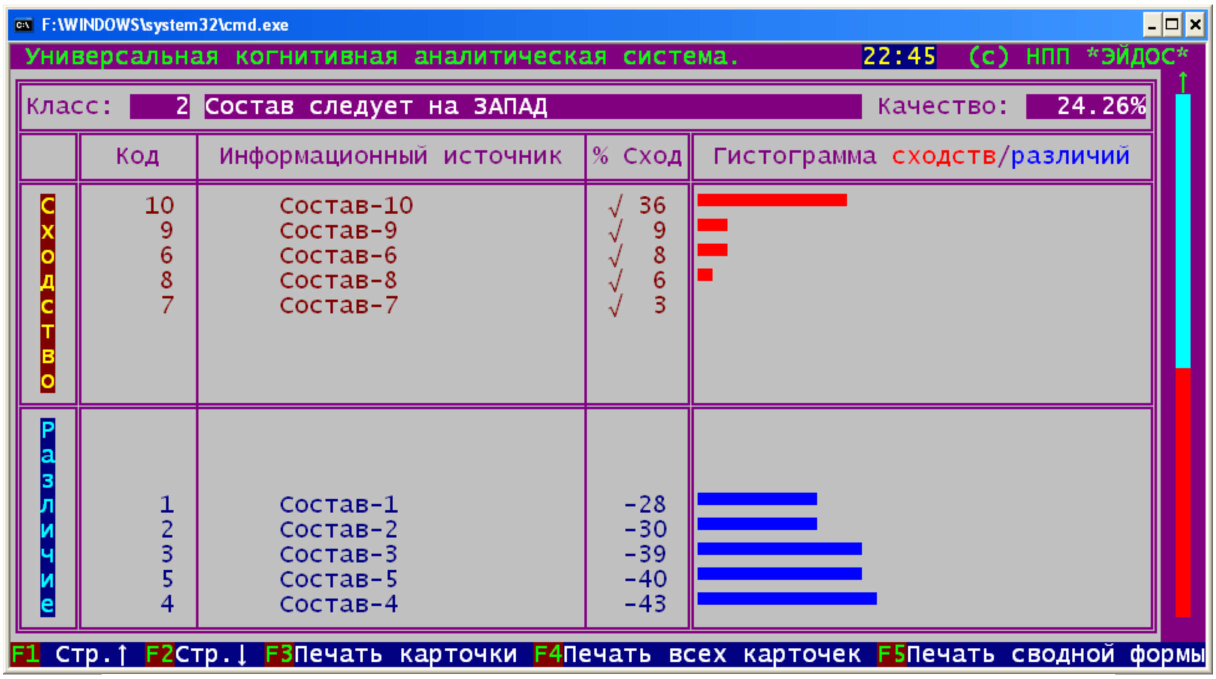


Рисунок 7 – Функция принадлежности конкретных образов составов обучающей выборки к обобщенному образу класса: "Состав, следующий на запад"

В таблице 10 приведен информационный портрет обобщенного образа класса: "Состав, следующий на запад", включая позитивную и негативную части, т.е. эйдос и антиэйдос.

Таблица 10 – ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОРТРЕТ КЛАССА РАСПОЗНАВАНИЯ:

Код: 2 Наименование: Состав следует на ЗАПАД

Позитивный и негативный портрет (эйдос и антиэйдос).
Фильтрации по кодам признаков нет.
Фильтрации по модулю информативности нет.

Код признака	Наименования описательных шкал и градаций	Информативность		
		Бит	% от теоретически максимально возможной информативности	Сумма нарастающим итогом, %
1	КОЛИЧЕСТВО ВАГОНОВ В СОСТАВЕ:			
1	2	0.153	15.33	15.3
6	ВИД КРЫШИ ВАГОНА:			
16	Гофрированная	0.153	15.33	30.7
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
21	3 маленьких круга	0.153	15.33	46.0
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
25	2 коротких прямоугольника	0.153	15.33	61.3
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
31	Груза нет	0.153	15.33	76.7
2	ФОРМА ВАГОНА:			
7	U-образная.	0.093	9.33	86.0
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
24	1 короткий прямоугольник.	0.069	6.88	92.9
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
26	1 длинный прямоугольник	0.069	6.88	99.7
3	ДЛИНА ВАГОНА:			
10	Длинный	0.055	5.53	105.3
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
19	1 большой круг.	0.037	3.66	108.9
4	КОЛИЧЕСТВО ОСЕЙ ВАГОНА:			
11	2	0.031	3.08	112.0
2	ФОРМА ВАГОНА:			
5	Прямоугольная	0.009	0.88	112.9
3	ДЛИНА ВАГОНА:			
9	Короткий.	0.009	0.88	113.8
5	ВИД СТЕНОК ВАГОНА:			
13	Одинарные	0.009	0.88	114.7
6	ВИД КРЫШИ ВАГОНА:			
15	Отсутствует	0.009	0.88	115.5
1	КОЛИЧЕСТВО ВАГОНОВ В СОСТАВЕ:			
3	4	-0.076	-7.57	123.1
2	ФОРМА ВАГОНА:			
4	V-образная.	-0.076	-7.57	130.7
5	ВИД СТЕНОК ВАГОНА:			
14	Двойные	-0.076	-7.57	138.2
6	ВИД КРЫШИ ВАГОНА:			
18	Прямая (эллипсоидная)	-0.076	-7.57	145.8
7	ГРУЗ (КОЛИЧЕСТВО И ВИД):			
27	1 треугольник	-0.108	-10.79	156.6
1	КОЛИЧЕСТВО ВАГОНОВ В СОСТАВЕ:			
2	3	-0.136	-13.57	170.2
4	КОЛИЧЕСТВО ОСЕЙ ВАГОНА:			
12	3	-0.136	-13.57	183.7

Фоном светло-желтого цвета в информационном портрете выделены положительные информативности, а светло-зеленого – отрицательные, соответствующие эйдосу и антиэйдосу или эйдосу и его зеркальной части.

Информативность в битах – это количество информации, которое мы получаем о ***принадлежности*** *некоторого объекта к данному классу, если узнаем, что он обладает этим признаком.* Как показано в базовой когнитивной концепции [97], если мы анализируем только образы конкретных объектов и никак не обобщаем их, относя к каким-то классам и называя их обобщенными именами, то не можем определить, какие признаки этих объектов являются характерными для них, а какие случайными. Например, если маленький ребенок видит различные мячи впервые и не знает, что это все мячи, то такие признаки мячей, как круглый и пустой будут для него столь же важны, как цвет и рисунок на мяче. Однако при обобщении появляется возможность определить, какие признаки являются более характерными для того или иного обобщенного класса, какие менее, а какие – вообще случайными. *Это и делается в АСК-анализе на основе системной теории информации:* ***степень характерности*** *признака для класса измеряется* ***количеством информации****, которое мы получаем из* ***факта*** *наблюдения этого признака о* ***принадлежности*** *к классу. Таким образом,* ***характерные признаки в большей степени принадлежат классу, нехарактерные – менее, а случайные и принадлежащие другим классам, несходным с данным, вообще не принадлежат.*** Это и означает, что *системная теория информации и АСК-анализ тесно связаны с теорией нечетких множеств и даже позволяют решать некоторые важные для этой теории задачи, такие, например, как определение вида функции принадлежности непосредственно на основе эмпирических данных и использование знания вида этой функции для решения задач идентификации, прогнозирования и поддержки принятия решений.*

Процент от теоретически максимально возможной информативности – это процент, который составляет информативность в битах от теоретически максимально возможной информативности.

Теоретически-максимальная возможная информативность полностью определяется суммарным количеством градаций классификационных шкал, т.е. классов и равна количеству информации, которое мы получаем, когда достоверно узнаем, что некоторый объект принадлежит к определенному классу: это количество информации в битах равно двоичному логарифму от количества классов в семантической информационной модели (мера Хартли).

Суммарная информативность нарастающим итогом в процентах – это накопительная сумма от столбца: "Процент от теоретически максимально возможной информативности". Она показывает, насколько полно описан информационный потрет класса и есть ли в нем какая-либо избыточность описания. Если избыточность есть, т.е. суммарное количество информации в признаках, описывающих потрет, больше 100 %, то это означает, что существуют корреляции между признаками, т.е. пространство неортонормированное, если же описание неполное, то это означает, что для обеспечения полноты описания данного класса в модели необходимо увеличить размерность эйдос-пространства путем добавления в него новых, желательно, максимально независимых от уже имеющихся описательных шкал и градаций.

Во всех этих случаях определена, т.е. имеет смысл, не только положительная принадлежность, но и отрицательная. Например, отрицательная информативность признака несет информацию о *непринадлежности* конкретного объекта, обладающего этим признаком, к данному классу. Примеры определения конкретного вида функций принадлежности непосредственно на основе эмпирических данных и применения этих функций для идентификации и прогнозирования объектов в различных предметных областях можно обнаружить в работах автора по применению АСК-анализа: http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=11.

Правда, во всех этих случаях функция принадлежности в системе "Эйдос" (являющейся инструментарием АСК-анализа) задана таблично, но это не является особым ограничением, т.к.

таблично-заданные функции всегда можно аппроксимировать наиболее подходящей в каком-то смысле аналитической зависимостью, например, степенными полиномами, полиномами Чебышева или Лагранжа, рядами функций различного вида, Фурье, степенными, показательными, рядами спецфункций или функций общего вида, как это принято в АСК-анализе.

Задача 9: сформулировать перспективы: разработка операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

В качестве перспективы мы рассматриваем разработку математического формализма, обеспечивающего ***операции с системами***: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание.

В предварительном плане мы приведем здесь некоторые соображения по операции ***сложения систем***. В отличие от сложения множеств, при сложении систем у системы-суммы появляются новые эмерджентные свойства, которых не было у систем-слагаемых. Именно эту особенность сложения систем отражает системная теория информации [97].

Элементы-подмножества системы отличаются не только количеством базисных элементов, но и тем, какие именно конкретно это базисные элементы, т.е. элементы, состоящие из *одинакового* количества базисных элементов, различаются, если различается, по крайней мере, один из этих базисных элементов.

Элементы-подсистемы, состоящие из одних и тех же базисных элементов (0-тождественные элементы), тождественны, если тождественна их *структура*, и отличаются друг от друга, если отличается их структура.

Приведем примеры.

Лингвистические системы, в том числе естественный язык (вербализация), являются одним из наиболее мощных, точных и удачных из всех выработанных человечеством средств моделирования реальности и отражения ее в сознании. Язык имеет *многие системные свойства реальности*, *благодаря чему он и является достаточно адекватным для физического сознания средством ее отражения.*

Поэтому в 1-м примере рассмотрим два *предложения*, естественно, состоящие из слов, написанных с помощью букв. *Каждое предложение будем рассматривать как систему, состоящую на базисном уровне из букв, а на 1-м уровне иерархии – из слов.* На 0-м уровне у них будет пересечение, состоящее из общих букв, а 1-м уровне – пересечение, состоящее из общих слов. Естественно, результаты пересечения систем на 1-м уровне будут различаться, если считать тождественными только те слова, которые полностью тождественны по всем буквам, или слова, являющиеся *словоформами* от одного слова. Рассмотрим два предложения (таблица 11).

Таблица 11 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 0-М И 1-М ИЕРАРХИЧЕСКИХ УРОВНЯХ ИХ СТРУКТУРЫ (ПРОЗА)

№	Система	0-й уровень иерархии (буквы)	1-й уровень иерархии (слова)
1	У лукоморья дуб зеленый	**бдезйклмно р уы**ья	зеленый
2	Под дубом рос зеленый лук	**бдезйклмнопрсуы**	зеленый

Жирным шрифтом выделены буквы, *общие* в обоих предложениях. Видно, что 13 букв из 17, которые используются в этих предложениях, общие для обоих предложений, тогда как из 9 слов общее (тождественно) только одно. Таким образом, пересечение этих предложений как систем на базисном уровне составляет: 13/17×100=76,47 %, а на 1-м иерархическом уровне – 1/9×100=11,11 %.

Рассмотрим более сложный 2-й пример со стихами и былинами. При этом, так же как и в 1-м примере, будем *считать каждое предложение системой, состоящей на базисном уровне из букв, а на 1-м уровне иерархии – из слов и рифм*. Однако в отличие от 1-го примера, будем считать тождественными *словоформы* одного слова, кроме того, будем учитывать *рифму*, которую также отнесем к 1-му уровню иерархии.

Выделим одинаковым цветом тождественные слова и рифмы:

У лукоморья дуб зеленый,
Златая цепь на дубе том:
И днем, и ночью кот ученый
Все ходит по цепи кругом

(А.С. Пушкин "Руслан и Людмила")

Представим результаты анализа пересечений предложений в виде таблиц 12–15.

Таблица 12 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 0-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В СИМВОЛАХ (СТИХИ)

KOD	PREDL	P01	P02	P03	P04
P01	У лукоморья дуб зелен-ый	-бдезйклмноруыь	-бдезлмноуья	-дейкмноуыь	-декмору
P02	Златая цепь на дубе т-ом	-бдезлмноуья	-абдезлмноптуць	-демнотуь	-демоптуц
P03	И днем, и ночью кот учен-ый	-дейкмноуыь	-демнотуь	,-дейикмнотучыь	-деикмоту
P04	Все ходит по цепи круг-ом	-декмору	-демоптуц	-деикмоту	-вгдеикмопрстух

Таблица 13 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 0-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В ПРОЦЕНТАХ (СТИХИ)

KOD	PREDL	P01	P02	P03	P04
P01	У лукоморья дуб зелен-ый	100,000	70,588	75,000	56,250
P02	Златая цепь на дубе т-ом	70,588	100,000	62,500	62,500
P03	И днем, и ночью кот учен-ый	75,000	62,500	100,000	62,500
P04	Все ходит по цепи круг-ом	56,250	62,500	62,500	100,000

Таблица 14 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 1-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В СЛОВОФОРМАХ (СТИХИ)

Код	PREDL	P01	P02	P03	P04
P01	У лукоморья дуб зелен-ый	дуб зелен лукоморья ый	дуб	ый	
P02	Златая цепь на дубе т-ом	дуб	дубе златая на ом цепь		ом цепи
P03	И днем, и ночью кот учен-ый	ый		днем кот ночью учен ый	
P04	Все ходит по цепи круг-ом		ом цепи		все круг ом по ходит цепи

<u>Примечание</u>: в таблицах 12–15 использован следующий *технический* прием: чтобы программа выделила *рифмы,* как

структурные элементы 1-го уровня иерархии, они отделены знаком тире, используемым в качестве *разделителя*.

Таблица 15 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 1-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В ПРОЦЕНТАХ (СТИХИ)

KOD	PREDL	P01	P02	P03	P04
P01	У лукоморья дуб зелен-ый	100,000	25,000	25,000	0,000
P02	Златая цепь на дубе т-ом	25,000	100,000	0,000	40,000
P03	И днем, и ночью кот учен-ый	25,000	0,000	100,000	0,000
P04	Все ходит по цепи круг-ом	0,000	40,000	0,000	100,000

Рассмотрим былинный текст:

У ласкова у князя у Владимира
Было пированице, почестен пир,
Для многих князей, для бояр,
Для русских могучих богатырей;
Красное солнышко к вечеру -
Почестный пир идет на веселие,
Все на пиру пьяны - веселы,
Все на пиру порасхвастались:
Богатый хвастает золотой казной,
Глупый хвастает молодой женой,
Умный хвастает старой матерью,
Сильный хвастает своей силою -
Силою, ухваткою богатырскою;
За тем за столом за дубовым
Сидит один богатырь -
Ничем-то он молодец не хвастает

(*Русская былина "Сухман".*
Владимиро-Суздальский период.
Сер. XII - конец XIII века)

Результаты анализа пересечений предложений из этого текста представлены в таблицах 16–19.

Таблица 16 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 0-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В СИМВОЛАХ (СТИХИ)

	PREDL	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08
01	У ласкова у князя у Владимира	авдзиклмнорсуя	авилнорс	дзиклмноря	адиклморсуя	авклнорсу	авдилнорс	авилнрсуя	авилнорсу
02	Было пированице почестен пир	авилнорс	абвеилнопрстцчы	беилнор	абеилорстчы	авелнорсчы	авеилнопрстчы	авеилнпрсы	авеилнопрст
03	Для многих князей для бояр	дзиклмноря	беилнор	бгдезийклмнорхя	бгдеийклморхя	еклнор	деийлнор	еилнря	еилнорх
04	Для русских могучих богатырей	адиклморсуя	абеилорстчы	бгдеийклморхя	абгдеийклморстухчы	аеклорсучы	адеийлорстчы	аеилрсуыя	аеилорстух
05	Красное солнышко к вечеру	авклнорсу	авелнорсчы	еклнор	аеклорсучы	авеклнорсучшы	авелнорсчы	авелнрсуы	авелнорсу
06	Почестный пир идет на веселие	авдилнорс	авеилнопрстчы	деийлнор	адеийлорстчы	авелнорсчы	авдеийлнопрстчы	авеилнпрсы	авеилнопрст
07	Все на пиру пьянывеселы	авилнрсуя	авеилнпрсы	еилнря	аеилрсуыя	авелнрсуы	авеилнпрсы	авеилнпрсуыья	авеилнпрсуь
08	Все на пиру порасхвастались	авилнорсу	авеилнопрст	еилнорх	аеилорстух	авелнорсу	авеилнопрст	авеилнпрсуь	авеилнопрстухь
09	Богатый хвастает золотой казной	авзклнос	абвелносты	бгезйклнох	абгейклостхы	авеклносы	авейлносты	авелнсы	авелностх
10	Глупый хвастает молодой женой	авдлмносу	авелнопсты	гдейлмнох	агдейлмостухы	авелносуы	авдейлнопсты	авелнпсуы	авелнопстух
11	Умный хвастает старой матерью	авмнорсу	авенорсты	еймнорх	аейморстухы	авенорсуы	авейнорсты	авенрсуыь	авенорстухь
12	Сильный хвастает своей силою	авилнос	авеилносты	еийлнох	аеийлостхы	авелносы	авеийлносты	авеилнсыь	авеилностхь
13	Силою ухваткою богатырскою	авиклорсу	абвилорсты	бгиклорх	абгиклорстухы	авклорсуы	авилорсты	авилрсуы	авилорстух
14	За тем за столом за дубовым	авдзлмосу	абвелосты	бдезлмо	абделмостуы	авелосуы	авделосты	авелсуы	авелосту
15	Сидит один богатырь	адинорс	абинорсты	бгдинор	абгдиорсты	анорсы	адинорсты	аинрсыь	аинорсть
16	Ничемто он молодец не хвастает	авдилмнос	авеилностцч	деилмнох	адеилмостхч	авелносч	авдеилностч	авеилнс	авеилностх

Продолжение таблицы 16

	PREDL	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
01	У ласкова у князя у Владимира	авилнорсу	авзклнос	авдлмносу	авмнорсу	авилнос	авиклорсу	авдзлмосу	адинорс	авдилмнос
02	Было пированице почестен пир	авеилнопрст	абвелносты	авелнопсты	авенорсты	авеилносты	абвилорсты	абвелосты	абинорсты	авеилностцч
03	Для многих князей для бояр	еилнорх	бгезйклнох	гдейлмнох	еймнорх	еийлнох	бгиклорх	бдезлмо	бгдинор	деилмнох
04	Для русских могучих богатырей	аеилорстух	абгейклостхы	агдейлмостухы	аейморстухы	аеийлостхы	абгиклорстухы	абделмостуы	абгдиорсты	адеилмостхч
05	Красное солнышко к вечеру	авелнорсу	авеклносы	авелносуы	авенорсуы	авелносы	авклорсуы	авелосуы	анорсы	авелносч
06	Почестный пир идет на веселие	авеилнопрст	авейлносты	авдейлнопсты	авейнорсты	авеийлносты	авилорсты	авделосты	адинорсты	авдеилностч
07	Все на пиру пьянывеселы	авеилнпрсуь	авелнсы	авелнпсуы	авенрсуыь	авеилнсыь	авилрсуы	авелсуы	аинрсыь	авеилнс
08	Все на пиру порасхвастались	авеилнопрстухь	авелностх	авелнопстух	авенорстухь	авеилностхь	авилорстух	авелосту	аинорсть	авеилностх
09	Богатый хвастает золотой казной	авелностх	абвгезйклностхы	авгейлностхы	авейностхы	авейлностхы	абвгклостхы	абвезлосты	абгносты	авелностх
10	Глупый хвастает молодой женой	авелнопстух	авгейлностхы	авгдежйлмнопстухы	авеймностухы	авейлностхы	авглостухы	авделмостуы	агдносты	авделмностх
11	Умный хвастает старой матерью	авенорстухь	авейностхы	авеймностухы	авеймнорстухыью	авейностхыью	аворстухыю	авемостуы	анорстыь	авемностх
12	Сильный хвастает своей силою	авеилностхь	авейлностхы	авейлностхы	авейностхыью	авеийлностхыью	авилостхыю	авелосты	аиностыь	авеилностх
13	Силою ухваткою богатырскою	авилорстух	абвгклостхы	авглостухы	аворстухыю	авилостхыю	абвгиклорстухыю	абвлостуы	абгиорсты	авилостх
14	За тем за столом за дубовым	авелосту	абвезлосты	авделмостуы	авемостуы	авелосты	абвлостуы	абвдезлмостуы	абдосты	авделмост
15	Сидит один богатырь	аинорсть	абгносты	агдносты	анорстыь	аиностыь	абгиорсты	абдосты	абгдинорстыь	адиност
16	Ничемто он молодец не хвастает	авеилностх	авелностх	авделмностх	авемностх	авеилностх	авилостх	авделмост	адиност	авдеилмностхцч

Таблица 17 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 0-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В ПРОЦЕНТАХ (СТИХИ)

KOD	PREDL	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
P01	У ласкова у князя у Владимира	100	60	73	80	67	67	67	67	60	67	60	53	67	67	53	67
P02	Было пированице почестен пир	60	100	50	75	69	88	69	75	69	69	63	69	69	63	63	75
P03	Для многих князей для бояр	73	50	100	88	44	56	44	50	69	63	50	50	56	50	50	56
P04	Для русских могучих богатырей	80	75	88	100	58	68	45	58	68	74	63	58	74	63	58	63
P05	Красное солнышко к вечеру	67	69	44	58	100	79	71	71	71	71	71	64	71	64	50	64
P06	Почестный пир идет на веселие	67	88	56	68	79	100	69	75	69	81	69	75	63	63	63	75
P07	Все на пиру пьянывеселы	67	69	44	45	71	69	100	86	57	71	71	71	64	57	57	57
P08	Все на пиру порасхвастались	67	75	50	58	71	75	86	100	67	80	80	80	73	60	60	73
P09	Богатый хвастает золотой казной	60	69	69	68	71	69	57	67	100	81	69	75	75	69	56	63
P10	Глупый хвастает молодой женой	67	69	63	74	71	81	71	80	81	100	72	67	61	67	50	67
P11	Умный хвастает старой матерью	60	63	50	63	71	69	71	80	69	72	100	81	69	63	56	63
P12	Сильный хвастает своей силою	53	69	50	58	64	75	71	80	75	67	81	100	73	60	60	73
P13	Силою ухваткою богатырскою	67	69	56	74	71	63	64	73	75	61	69	73	100	63	63	56
P14	За тем за столом за дубовым	67	63	50	63	64	63	57	60	69	67	63	60	63	100	57	71
P15	Сидит один богатырь	53	63	50	58	50	63	57	60	56	50	56	60	63	57	100	62
P16	Ничемто он молодец не хвастает	67	75	56	63	64	75	57	73	63	67	63	73	56	71	62	100

Таблица 18 – ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 1-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В ПРОЦЕНТАХ (БЫЛИНА)

KOD	PREDL	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
P01	У ласкова у князя у Владимира	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P02	Было пированице почестен пир	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P03	Для многих князей для бояр	0	0	100	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P04	Для русских могучих богатырей	0	0	25	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P05	Красное солнышко к вечеру	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P06	Почестный пир идет на веселие	0	0	0	0	0	100	20	20	0	0	0	0	0	20	0	20
P07	Все на пиру пьянывеселы	0	0	0	0	0	20	100	75	0	0	0	0	0	25	0	25
P08	Все на пиру порасхвастались	0	0	0	0	0	20	75	100	0	0	0	0	0	25	0	25
P09	Богатый хвастает золотой казной	0	0	0	0	0	0	0	0	100	25	25	25	0	0	0	25
P10	Глупый хвастает молодой женой	0	0	0	0	0	0	0	0	25	100	25	25	0	0	0	25
P11	Умный хвастает старой матерью	0	0	0	0	0	0	0	0	25	25	100	25	0	0	0	25
P12	Сильный хвастает своей силою	0	0	0	0	0	0	0	0	25	25	25	100	25	0	0	25
P13	Силою ухваткою богатырскою	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	100	0	0	0
P14	За тем за столом за дубовым	0	0	0	0	0	20	25	25	0	0	0	0	0	100	0	0
P15	Сидит один богатырь	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
P16	Ничемто он молодец не хвастает	0	0	0	0	0	20	25	25	25	25	25	25	0	0	0	100

Таблица 19– ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА 1-М УРОВНЕ ИЕРАРХИИ В СЛОВОФОРМАХ (БЫЛИНА)

	PREDL	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
P01	У ласкова у князя у Владимира	владими-ра князя ласкова															
P02	Было пиро-ванице почестен пир		было пировани-це почес-тен														
P03	Для многих князей для бояр			бояр для князей многих	для												
P04	Для русских могучих богатырей			для	богатырей для могучих русских					богатый							
P05	Красное солнышко к вечеру					вечеру расное солнышко											
P06	Почестный пир идет на веселие						веселие идет на пир почестный	на	на						за		не
P07	Все на пиру пьянывеселы						на	все на пиру пьяныве-селы	все на пиру						за		не
P08	Все на пиру порасхваста-лись						на	все на пиру	все на пиру порасхва-стались						за		не
P09	Богатый хвастает золотой казной				богатый					богатый золотой казной хвастает	хвастает	хвастает	хвастает				хвастает
P10	Глупый хвастает молодой женой									хвастает	глупый женой молодой хвастает	хвастает	хвастает				хвастает
P11	Умный хвастает старой матерью									хвастает	хвастает	матерью старой умный хвастает	хвастает				хвастает
P12	Сильный хвастает своей силою									хвастает	хвастает	хвастает	своей силою сильный хвастает	силою			хвастает
P13	Силою ухваткою богатырскою												силою	богатыр-скою силою ухваткою			
P14	За тем за столом за дубовым						за	за	за						дубовым за сто-лом тем		
P15	Сидит один богатырь															бога-тырь один сидит	он
P16	Ничемто он молодец не хвастает						не	не	не	хвастает	хвастает	хвастает	хвастает			он	ичемто молодец не он хвастает

Тождественные или сходные слова, производные от одного слова (словоформы), рифмы и повторы, особенно широко использовавшиеся в русских былинах, повышают степень пересечения предложений текста на различных иерархических уровнях его организации и, тем самым, помогают организовать между ними смысловую связь, служат смысловыми маркерами, повышают количество связей в лингвистической системе, а значит повыщают ее уровень системности и легкость восприятия смысла, а также заряд нетождественности в тексте, т.е. его невербальную смысловую нагрузку. Таким образом, можно сделать вывод о том, что ***рифмы и повторы словоформ повышают уровень системности теста, вследствие чего стихи и былины можно считать более высокоорганизованной формой текста, чем проза.***

Эти результаты получены с помощью программы, исходный текст которой приведен ниже, разработанной автором при подготовке данной работы специально с целью исследования пересечений лингвистических систем на 0-м и 1-м уровнях иерархии языка программирования (xBase++ или CLIPPER 5.01+TOOLS II):

```
*******************************************************
*** ЛУЦЕНКО Е.В. 04/13/08 10:11am                   ***
*** Исследование пересечений лингвистических систем ***
*** на 0-м и 1-м уровнях иерархии (буквы, слова)    ***
*******************************************************

G_buf=SAVESCREEN(0,0,24,79)

FOR j=0 TO 24
    @j,0 SAY REPLICATE("█",80) COLOR "n/n"
NEXT

***** Если БД исходных предложений нет, то создать ее и выйти
IF .NOT. FILE("LingvSys.dbf")
   CLOSE ALL
   CREATE Struc
   APPEND BLANK
   REPLACE Field_name WITH "Kod",;
           Field_type WITH "C",;
           Field_len  WITH  5,;
           Field_dec  WITH  0
   APPEND BLANK
   REPLACE Field_name WITH "Predl",;
           Field_type WITH "C",;
           Field_len  WITH  65,;
           Field_dec  WITH  0
   APPEND BLANK
   REPLACE Field_name WITH "ListChar",;
           Field_type WITH "C",;
           Field_len  WITH  65,;
           Field_dec  WITH  0
   APPEND BLANK
   REPLACE Field_name WITH "ListWord",;
           Field_type WITH "C",;
           Field_len  WITH  65,;
           Field_dec  WITH  0
   CREATE LingvSys FROM Struc

   Mess = "Необходимо ввести предложения в БД *LingvSys* и запустить программу !!!"
   @20, 40-LEN(Mess)/2 SAY Mess COLOR "w+/n"
   INKEY(0)
   INKEY(0)
   RESTSCREEN(0,0,24,79,G_buf)
   QUIT
ENDIF
```

```
*********************************************************************
***** 0-й УРОВЕНЬ ИЕРАРХИИ (БУКВЫ) **********************************
*********************************************************************

***** Составить отсортированный список уникальных символов, входящих в предложения
***** Определить максимальную длину предложения и листа уникальных символов
CLOSE ALL
USE LingvSys EXCLUSIVE NEW               // Открыть БД с предложениями
N_Predl = RECCOUNT()                     // Кол-во предложений в БД

Max_Pred = -999
Max_List = -999
DBGOTOP()
DO WHILE .NOT. EOF()
   REPLACE ListChar WITH CHARSORT(CHARLIST(LOWER(Predl)))  // Сформировать отсортированный список уникальных букв предложения
   Max_Pred = MAX(Max_Pred, LEN(ALLTRIM(Predl)))
   Max_List = MAX(Max_List, LEN(ALLTRIM(ListChar)))
   DBSKIP(1)
ENDDO


***** Создать БД совпадения символов в предложениях
CLOSE ALL
CREATE Struc
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Kod",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  5,;
        Field_dec  WITH  0
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Predl",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  Max_Pred,;
        Field_dec  WITH  0
FOR i = 1 TO N_Predl
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Field_name WITH  Fn,;
            Field_type WITH "C",;
            Field_len  WITH  Max_List,;
            Field_dec  WITH  0
NEXT
CREATE SovList0 FROM Struc

***** Создать БД % совпадения символов в предложениях
CLOSE ALL
CREATE Struc
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Kod",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  5,;
        Field_dec  WITH  0
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Predl",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  Max_Pred,;
        Field_dec  WITH  0
FOR i = 1 TO N_Predl
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Field_name WITH  Fn,;
            Field_type WITH "N",;
            Field_len  WITH  7,;
            Field_dec  WITH  3
NEXT
CREATE SovPerc0 FROM Struc


***** Заполнить БД совпадения символов в предложениях
***** и БД % совпадений пустыми записями
CLOSE ALL
USE SovPerc0 EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД совпадения предложений в %
USE SovList0 EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД совпадения символов в предложениях
USE LingvSys EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД с предложениями

FOR i = 1 TO N_Predl
    SELECT LingvSys
    DBGOTO(i)
    M_Predl = Predl
    SELECT SovList0
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Kod   WITH Fn
    REPLACE Predl WITH M_Predl
    SELECT SovPerc0
    APPEND BLANK
    REPLACE Kod   WITH Fn
    REPLACE Predl WITH M_Predl
NEXT

****** Построение БД пересечений предложений на уровне букв

SELECT LingvSys

FOR i=1 TO N_Predl                                          // Цикл по предложениям
    DBGOTO(i)                                               // Переход на запись с 1-м предложением
    Ar_List1 = ListChar                                     // Присвоить переменной значение 1-го предложения
    FOR j=1 TO N_Predl                                      // Цикл по предложениям
        DBGOTO(j)                                           // Переход на запись со 2-м предложением
        Ar_List2 = ListChar                                 // Присвоить переменной значение 2-го предложения
        M12 = CHARONE(CHARSORT(CHARONLY(Ar_List1,Ar_List2))) // Получить символы, общие для обоих предложений (убрав повторы)
и отсортировать их
```

```
        IF LEN(M12) > 0                                         // Если были общие символы
           SELECT SovList0
           DBGOTO(i);FIELDPUT(2+j, M12)                         // Записать пересечение
           DBGOTO(j);FIELDPUT(2+i, M12)
           SELECT Lingvsys                                      // Сделать текущей БД исходных предложений
        ENDIF
    NEXT
NEXT

****** Расчет % сходства предложений на уровне букв: (% совпадающих букв
****** от суммарного количества уникальных букв обоих предложений)

SELECT SovList0

FOR i=1 TO N_Predl                // Цикл по строкам  предложениям

    DBGOTO(i)
    Ar_List1 = FIELDGET(2+i)      // Присвоить переменной значение листа символов 1-го предложения

    FOR j=i TO N_Predl            // Цикл по столбцам предложениям

        Ar_List2 = FIELDGET(2+j)  // Присвоить переменной значение листа символов 2-го предложения

        Ar_m12 := {}    // Массив совпадающих символов обоих предложений
        Ar_sum := {}    // Массив всех уникальных символов обоих предложений

        FOR k=1 TO LEN(Ar_List1)
            L = SUBSTR(Ar_List1, k, 1)   // k-й символ 1-го предложения
            IF AT(L, Ar_List2) > 0
               IF ASCAN(Ar_m12, L) = 0
                  AADD(Ar_m12, L)
               ENDIF
            ENDIF
            IF ASCAN(Ar_sum, L) = 0
               AADD(Ar_sum, L)
            ENDIF
        NEXT
        FOR k=1 TO LEN(Ar_List2)
            L = SUBSTR(Ar_List2, k, 1)   // k-й символ 2-го предложения
            IF ASCAN(Ar_sum, L) = 0
               AADD(Ar_sum, L)
            ENDIF
        NEXT
        IF LEN(Ar_sum) > 0
           SELECT SovPerc0
           DBGOTO(i);FIELDPUT(2+j, LEN(Ar_m12)/LEN(Ar_sum)*100)
           DBGOTO(j);FIELDPUT(2+i, LEN(Ar_m12)/LEN(Ar_sum)*100)
           SELECT SovList0
        ENDIF
    NEXT
NEXT


*********************************************************************
***** 1-й УРОВЕНЬ ИЕРАРХИИ (СЛОВА) **********************************
*********************************************************************

***** Составить отсортированный список уникальных слов, входящих в предложения
***** Определить максимальную длину предложения и листа уникальных слов
CLOSE ALL
USE LingvSys EXCLUSIVE NEW              // Открыть БД с предложениями
N_Predl = RECCOUNT()                    // Кол-во предложений в БД

Max_Pred = -999
Max_List = -999
DBGOTOP()
DO WHILE .NOT. EOF()

   *** Сформировать отсортированный список уникальных слов предложения
   Ar_word := {}
   M_Predl = Predl
   FOR w=1 TO NUMTOKEN(M_Predl)
       M_Word = ALLTRIM(LOWER(TOKEN(M_Predl, w)))
       IF LEN(M_Word) > 1                    // Исключение предлогов
          IF ASCAN(Ar_word, M_Word) = 0      // Исключение повторов слов
             AADD(Ar_word, M_Word)           // Добавление слова в массив
          ENDIF
       ENDIF
   NEXT
   ASORT(Ar_word)
   M_ListWord = ""
   FOR w=1 TO LEN(Ar_word)
       M_ListWord = M_ListWord + Ar_word[w] + " "
   NEXT
   REPLACE ListWord WITH ALLTRIM(M_ListWord)
   Max_Pred = MAX(Max_Pred, LEN(ALLTRIM(M_Predl)))
   Max_List = MAX(Max_List, LEN(ALLTRIM(M_ListWord)))
   DBSKIP(1)
ENDDO


***** Создать БД совпадения слов в предложениях
CLOSE ALL
CREATE Struc
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Kod",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  5,;
        Field_dec  WITH  0
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Predl",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  Max_Pred,;
```

```
        Field_dec  WITH  0
FOR i = 1 TO N_Predl
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Field_name WITH  Fn,;
            Field_type WITH "C",;
            Field_len  WITH  Max_List,;
            Field_dec  WITH  0
NEXT
CREATE SovList1 FROM Struc

***** Создать БД % совпадения слов в предложениях
CLOSE ALL
CREATE Struc
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Kod",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  5,;
        Field_dec  WITH  0
APPEND BLANK
REPLACE Field_name WITH "Predl",;
        Field_type WITH "C",;
        Field_len  WITH  Max_Pred,;
        Field_dec  WITH  0
FOR i = 1 TO N_Predl
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Field_name WITH  Fn,;
            Field_type WITH "N",;
            Field_len  WITH  7,;
            Field_dec  WITH  3
NEXT
CREATE SovPerc1 FROM Struc
ERASE("Struc.dbf")


***** Заполнить БД совпадения слов в предложениях
***** и БД % совпадений пустыми записями
CLOSE ALL
USE SovPerc1 EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД совпадения предложений в %
USE SovList1 EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД совпадения сслов в предложениях
USE LingvSys EXCLUSIVE NEW           // Открыть БД с предложениями

FOR i = 1 TO N_Predl
    SELECT LingvSys
    DBGOTO(i)
    M_Predl = Predl
    SELECT SovList1
    APPEND BLANK
    Fn = "P"+STRTRAN(STR(i,2)," ","0")
    REPLACE Kod   WITH Fn
    REPLACE Predl WITH M_Predl
    SELECT SovPerc1
    APPEND BLANK
    REPLACE Kod   WITH Fn
    REPLACE Predl WITH M_Predl
NEXT

*** Построение БД пересечений предложений на уровне слов

FOR i=1 TO N_Predl                              // Цикл по предложениям

    SELECT LingvSys
    DBGOTO(i)                                   // Переход на запись с 1-м предложением

    ******* Занести в массив значения слов 1-го предложения
    Ar_List1 := {}
    M_ListWord = LOWER(ListWord)
    FOR w=1 TO NUMTOKEN(M_ListWord)
        M_Word = ALLTRIM(TOKEN(M_ListWord, w))
        IF ASCAN(Ar_List1, M_Word) = 0          // Исключение повторов слов
           AADD(Ar_List1, M_Word)               // Добваление слова в массив
        ENDIF
    NEXT

    FOR j=1 TO N_Predl                          // Цикл по предложениям

        DBGOTO(j)                               // Переход на запись со 2-м предложением

        ******* Занести в массив значения слов 2-го предложения
        Ar_List2 := {}
        M_ListWord = LOWER(ListWord)
        FOR w=1 TO NUMTOKEN(M_ListWord)
            M_Word = TOKEN(M_ListWord, w)
            IF ASCAN(Ar_List2, M_Word) = 0      // Исключение повторов слов
               AADD(Ar_List2, M_Word)           // Добваление слова в массив
            ENDIF
        NEXT

        *** Получить слова и словоформы, ОБЩИЕ для обоих предложений
        *** (убрав повторы) и отсортировать их
        *** Определить словоформы с использованием расстояния Левенштейна
        Krs     = 3                             // Критерий сходства словоформ
        Ar_m12 := {}                            // Массив общих словоформ
        FOR w1=1 TO LEN(Ar_List1)
            FOR w2=1 TO LEN(Ar_List2)
                *** Сравнение сходства двух слов или словоформ
                *** с использованием расстояния Левенштейна
                IF STRDIFF(Ar_List1[w1], Ar_List2[w2]) <= Krs

                   Flag_ins = .F.
                   ** Исключение тождественных повторов
                   IF ASCAN(Ar_m12, Ar_List1[w1]) = 0
```

```
                  Flag_ins = .T.
               ENDIF
               IF Flag_ins = .F.
                  *** Исключение повторов словоформ
                  *** т.е. сходных слов в массиве еще нет
                  LEN_Ar_m12  = LEN(Ar_m12)
                  n = 0
                  FOR k=1 TO LEN_Ar_m12
                      IF STRDIFF(Ar_m12[k], Ar_List1[w1]) > Krs
                         ++n
                      ENDIF
                  NEXT
                  IF n = LEN_Ar_m12  // Все имеющиеся в массиве слова не похожи
                     Flag_ins = .T.
                  ENDIF
               ENDIF
               IF Flag_ins
                  AADD(Ar_m12, Ar_List1[w1])        // Добавление слова в массив
               ENDIF
            ENDIF
        NEXT
    NEXT

    ***** Сформировать переменную для записи в БД сходства слов
    M_m12 = ""
    FOR w=1 TO LEN(Ar_m12)
        M_m12 = M_m12 + Ar_m12[w] + " "
    NEXT

    IF LEN(Ar_m12) > 0                                 // Если были общие слова
       SELECT SovList1
       DBGOTO(i);FIELDPUT(2+j, ALLTRIM(M_m12))          // Записать общие слова в БД совпадений
       DBGOTO(j);FIELDPUT(2+i, ALLTRIM(M_m12))          // Записать общие слова в БД совпадений
       SELECT Lingvsys                                 // Сделать текущей БД исходных предложений
    ENDIF
  NEXT
NEXT

****** Расчет % сходства предложений на уровне слов: (% совпадающих слов
****** от суммарного количества уникальных слов обоих предложений)

SELECT SovList1

FOR i=1 TO N_Predl                           // Цикл по строкам  предложениям

    DBGOTO(i)
    ******** Занести в массив значения слов 1-го предложения
    Ar_List1 := {}
    M_ListWord = FIELDGET(2+i)
    FOR w=1 TO NUMTOKEN(M_ListWord)
        M_Word = TOKEN(M_ListWord, w)
        AADD(Ar_List1, M_Word)               // Добавление слова в массив
    NEXT

    FOR j=i TO N_Predl                       // Цикл по столбцам предложениям

        ******** Занести в массив значения слов 2-го предложения
        Ar_List2 := {}
        M_ListWord = FIELDGET(2+j)
        FOR w=1 TO NUMTOKEN(M_ListWord)
            M_Word = TOKEN(M_ListWord, w)
            AADD(Ar_List2, M_Word)            // Добавление слова в массив
        NEXT

        *** Получить слова, ОБЩИЕ для обоих предложений
        *** (убрав повторы) и отсортировать их
        *** Определить словоформы с использованием расстояния Левенштейна

        Krs    = 3     // Критерий сходства словоформ
        Ar_m12 := {}    // Массив совпадающих словоформ обоих предложений

        FOR w1=1 TO LEN(Ar_List1)
            FOR w2=1 TO LEN(Ar_List2)

                *** Сравнение сходства двух слов или словоформ
                *** с использованием расстояния Левенштейна

                IF STRDIFF(Ar_List1[w1], Ar_List2[w2]) <= Krs

                   *** Исключение повторов словоформ, т.е. добавлять
                   *** только если сходных слов в массиве еще нет
                   LEN_Ar_m12  = LEN(Ar_m12)
                   n = 0
                   IF LEN_Ar_m12 > 0
                      FOR k=1 TO LEN_Ar_m12
                          IF STRDIFF(Ar_m12[k], Ar_List1[w1]) > Krs
                             ++n
                          ENDIF
                      NEXT
                   ENDIF
                   IF n = LEN_Ar_m12  // Все имеющиеся в массиве слова не похожи
                      AADD(Ar_m12, Ar_List1[w1])    // Добавление слова в массив
                   ENDIF
                ENDIF
            NEXT
        NEXT

        ****** Формирование массива уникальных слов
        ****** и словоформ, входящих в 1-е, 2-е или в оба предложения

        Ar_sum := {}       // Массив всех уникальных словоформ обоих предложений
        FOR i1=1 TO LEN(Ar_List1)
            AADD(Ar_sum, Ar_List1[i1])              // Добавление слова в массив
```

```
        NEXT
        FOR i1=1 TO LEN(Ar_sum)
           FOR j1=1 TO LEN(Ar_List2)
               *** Сравнение сходства двух слов или словоформ
               *** с использованием расстояния Левенштейна
               IF STRDIFF(Ar_sum[i1], Ar_List2[j1]) <= Krs
                  *** Исключение повторов словоформ, т.е. добавлять слово
                  *** только если сходных слов в массиве еще нет
                  LEN_Ar_sum  = LEN(Ar_sum)
                  n = 0
                  IF LEN_Ar_sum > 0
                     FOR k=1 TO LEN_Ar_sum
                         IF STRDIFF(Ar_sum[k], Ar_List2[j1]) > Krs
                            ++n
                         ENDIF
                     NEXT
                  ENDIF
                  IF n = LEN_Ar_sum  // Все имеющиеся в массиве слова не похожи
                     AADD(Ar_sum, Ar_List2[j1])    // Добавление слова в массив
                  ENDIF
               ENDIF
           NEXT
        NEXT

        ** Занесение информации в БД % сходства предложений на уровне слов
        IF LEN(Ar_sum) > 0
           SELECT SovPerc1
           DBGOTO(i);FIELDPUT(2+j, LEN(Ar_m12)/LEN(Ar_sum)*100)
           DBGOTO(j);FIELDPUT(2+i, LEN(Ar_m12)/LEN(Ar_sum)*100)
           SELECT SovList1
        ENDIF
    NEXT
NEXT

Mess = "Исследование пересечений лингвистических систем успешно завершено !!!"
@20, 40-LEN(Mess)/2 SAY Mess COLOR "w+/n"
INKEY(0)
INKEY(0)

RESTSCREEN(0,0,24,79,G_buf)
QUIT
```

Более развитие подходы, основанные на АСК-анализе, в которых символы имеют *различный* вес для идентификации слов (в различной степени характерны для слов или ***принадлежат*** словам), а слова – различный вес для идентификации текстов (в различной степени характерны для текстов или ***принадлежат*** текстам), и *эти веса вычисляются на основе примеров (и эти функции принадлежности вычисляются непосредственно на основе эмпирических данных)*, были апробированы автором при решении задач идентификации слов по входящим в них буквам [147] и атрибуции анонимных и псевдонимных текстов [150].

Итак, сделаем некоторые обобщения.

Две системы тождественны, если тождественны все их элементы на всех уровнях иерархии, а также тождества их структура, т.е. взмиосвязи между элементами. В теории множеств о структуре речи не было.

Если есть две системы, то в них могут входить различные 0-тождественные элементы-подсистемы. Это означает, что на 0-м уровне иерархии эти системы могут иметь *пересечение в смысле теории множеств*, а на последующих уровнях иерархии его может и не быть.

<u>Определение 10:</u> *<u>пересечением</u> двух систем является система, состоящая из элементов, являющихся пересечением на каждом из имеющихся иерархических уровней этих систем.*

Выводы

Ранее автором была обоснована программная идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант *системной теории информации* (СТИ). В данной работе осуществлена попытка – сделать второй шаг в том же направлении: рассматривается один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия *множества*, а именно – подход, основанный на системной теории информации. Предполагается, что этот подход может стать основой для системного обобщения теории множеств и создания математической теории систем.

По ходу обсуждения сформулированных задач и подходов к их решению было выяснено, что в современной науке ***уже созданы*** **научные теории** (более того, они общепризнанны), которые хорошо вписываются в предложенную программную идею системного обобщения математики как ***элементы мозаики в общую картину***, контуры которой мы и пытались нащупать. В дальнейшем при реализации предложенной программной идеи системного обобщения математики эта мозаика будет дополняться новыми элементами и, в конце концов, мы увидим всю картину в целом.

<u>Так что же это за теории?</u>

<u>Прежде всего, это общая теория относительности (ОТО) Альберта Эйнштейна,</u> основанная на общей идее о том, что ***физические явления можно описывать свойствами пространства – времени***, например, *гравитацию можно рассматривать как искривление пространства*. В последующем эта идея получила развитие в работах по геометродинамике Дж. Уиллера, однако, описать другие физические явления с помощью геометрии оказалось на данном этапе затруднительным, что, по мнению автора, обусловлено, в том числе, недостаточной развитостью самой геометрии, в частности ***бедностью*** *набора свойств геометрических объектов*. Будем надеяться, что разработка *системного обобщения геометрии* позволит кардинально преодолеть эту проблему и ***описать свойства <u>физических</u> (да и других) объектов и явлений как эмерджентные свойства <u>геометрических</u>***

систем, лежащих в их основе и этими свойствами не обладающих. Если эту идею довести до логического конца, то будет стерта непреодолимая граница между математикой и физикой, математикой и другими науками. С учетом того, что системная геометрия и системная теория информации оказываются тесно взаимосвязанными, можно высказать следующую гипотезу, которая кажется вполне обоснованной: ***любые процессы и явления внутреннего и внешнего мира независимо от их природы можно рассматривать как информационные процессы, в которых объекты информационно взаимодействуют друг с другом с помощью каналов связи с определенными характеристиками, и при этом, соответственно, выделяется или поглощается энергия, изменяется уровень организации, уровень системности взаимодействующих объектов, изменяется их структура и функции (свойства). Для целенаправленного изменения структуры и функций объектов и явлений любой природы, в т.ч. квантовых, можно использовать методы и средства теории автоматизированного управления, применяя при этом для воздействия на объекты с целью управления ими информационные, по своей природе, управляющие факторы (отметим, что эта идея в развитой форме была высказана и реализована еще в 1984 году[16]). Таким образом, теория информации, ее идеи и методы могут проникнуть во все области науки и практики, т.к. информация – это предельно общая категория, даже более общая, чем категории "бытие и небытие", "материя и сознание", так как что бы мы не говорили об этих или других категориях, мы, прежде всего, обмениваемся информацией об их содержании и строим их информационные модели.***

Это и фрактальная геометрия Бенуа Мандельброта, в которой, пожалуй, впервые в геометрии со времен Евклида коренным образом изменено представление о геометрических объектах в бесконечно-малом, обобщено представление о размерности пространства, стали систематически рассматриваться эмерджентные свойства геометрических систем.

---

[16] Бутковский А.Г., Самойленко Ю.И. Управление квантово-механическими процессами. – М.: Наука, 1984. – 250 с.

Это и теория нечетких множеств Лотфи Заде, в которой может быть еще не вполне осознанно и целенаправленно, но были *обогащены* свойства математических множеств, в результате чего, по сути, нечетким множествам были приписаны отдельные свойства систем.

Все это вселяет надежду, что программная идея системного обобщения математики является вполне оправданной и обоснованной, и у нее есть перспективы применения и развития, т.е. ***действительно может быть получено системное обобщение любого математического понятия, основанного на понятии множества, любой области математики, основанной на теории множеств, путем тотальной замены понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживания всех последствий этого.*** То, что эта надежда не беспочвенна, подтверждается не только существованием уже перечисленных выше общепринятых теорий, но и появлением целого ряда новаторских работ, подобных работам [30, 31, 32], демонстрирующим качественно новый уровень понимания проблем, связанных с системами и информацией.

Замечание по вопросу о названии "Системного обобщения теории множеств", возможность которого мы обсуждали в данном разделе. Для этого обобщения были бы очень удачны термины: "Математическая теория систем" или "Информационная теория систем", однако эти термины уже есть в арсенале науки [24, 25], *и при этом в них вкладывается* ***иное*** *смысловое содержание*. Поэтому, видимо, придется либо несколько *переосмыслить* это содержание (что кажется более рациональным, т.к. в науке постоянно происходит процесс переосмысления ее содержания), либо научное направление, к которому относится данная работа, так и называть: "***Системное обобщение теории множеств***".

В **заключение** хотелось бы отметить, что авторы полностью осознают весьма *спорный характер* высказанных в данной работе мыслей и положений, но все же изложили их потому, что считают их *интересными*, поэтому все эти мысли и положения высказываются здесь *исключительно* в порядке научного обсуждения и ни в коей мере не претендуют на какую-либо полноту и завершенность.

ГЛАВА 9. РАЗВИТИЕ ИДЕИ СИСТЕМНОГО ОБОБЩЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ: СИСТЕМНАЯ (ЭМЕРДЖЕНТНАЯ) ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ (СТИ)

Дальнейшее изложение основано на рабатах [97] и [280], нумерация формул, рисунков и таблиц сохранены теми же, что в работе [280].

Итак, классическая формула Хартли имеет вид:

$$I = Log_2 W \qquad (1)$$

Будем искать ее системное обобщение в виде:

$$I = Log_2 W^{\varphi} \qquad (2)$$

где:

W – количество элементов в множестве.

φ – коэффициент эмерджентности, названный автором в честь Хартли коэффициентом эмерджентности Хартли.

Примем, что системное обобщение формулы Хартли имеет вид:

$$\boxed{I = Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m} \qquad (3)$$

где:

C_W^m – количество подсистем из m элементов;

m – сложность подсистем;

M – ***максимальная*** сложность подсистем (максимальное число элементов подсистемы).

Так как $C_W^1 = W$, то при M=1 система переходит в множество и выражение (3) приобретает вид (1), т.е. для него выполняется *принцип соответствия*, являющийся обязательным для более общей теории.

Учитывая, что при M=W:

$$\sum_{m=1}^{M} C_W^m = 2^W - 1 \qquad (4)$$

в этом случае получаем:

$$I = Log_2(2^W - 1) \qquad (5)$$

Выражение (5) дает *оценку максимального количества информации* в элементе системы. Из выражения (5) видно, что при увеличении числа элементов W количество информации I быстро стремится к W (6) и уже при $W>4$ погрешность выражения (5) не превышает 1%:

$$\begin{gathered} \textit{при} \;\; W \to \infty \\ I \to W \end{gathered} \qquad (6)$$

Приравняв правые части выражений (2) и (3):

$$I = Log_2 W^{\varphi} = Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m \qquad (7)$$

получим выражение для коэффициента эмерджентности Хартли:

$$\boxed{\varphi = \frac{Log_2 \sum\limits_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}} \qquad (8)$$

Смысл этого коэффициента раскрыт в работе [97] и ряде других. Здесь отметим лишь, что при $M \to 1$, когда система асимптотически переходит в множество, имеем $\varphi \to 1$ и (2) $\to$ (1), как и должно быть согласно принципу соответствия.

С учетом (8) выражение (2) примет вид:

$$I(W, M) = Log_2 W^{\frac{Log_2 \sum\limits_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}} \qquad (9)$$

или при $M=W$ и больших W, учитывая (4) и (5):

$$I(W, M) = Log_2 W^{\frac{W}{Log_2 W}} = W \qquad (10)$$

Выражение (9) и представляет собой искомое системное обобщение классической формулы Хартли, а выражение (10) – его достаточно хорошее приближение при большом количестве элементов в системе W.

Классическая формула А. Харкевича имеет вид:

$$I_{ij}(W,M)=Log_2\frac{P_{ij}}{P_{\Sigma j}} \qquad (11)$$

где: – P_{ij} – условная вероятность перехода объекта в *j-е* состояние *при условии* действия на него *i-го* значения фактора;

– $P_{\Sigma j}$ – безусловная вероятность перехода объекта в *j-е* состояние (вероятность самопроизвольного перехода или вероятность перехода, посчитанная по всей выборке, т.е. при действии *любого* значения фактора).

Придадим выражению (11) следующий ***эквивалентный*** вид (12), который и будем использовать ниже. Вопрос об эквивалентности выражений (11) и (12) рассмотрим позднее.

$$I_{ij}(W,M)=Log_2\frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}} \qquad (12)$$

где: – индекс *i* обозначает признак (значение фактора): $1\leq i \leq M$;

– индекс *j* обозначает состояние объекта или класс: $1\leq j \leq W$;

– P_{ij} – условная вероятность наблюдения *i-го* значения фактора у объектов в *j-го* класса;

– $P_{i\Sigma}$ – безусловная вероятность наблюдения *i-го* значения фактора по всей выборке.

Из (12) видно, что *формула Харкевича для семантической меры информации по сути является логарифмом от формулы Байеса для апостериорной вероятности (отношение условной вероятности к безусловной).*

Известно, что классическая формула Шеннона для количества информации для неравновероятных событий преобразуется в формулу Хартли при условии, что события равновероятны, т.е. удовлетворяет фундаментальному *принципу соответствия*. Поэтому теория информации Шеннона справедливо считается обобщением теории Хартли для неравновероятных событий. Однако, выражения (11) и (12) при подстановке в них реальных численных значений вероятностей P_{ij}, $P_{i\Sigma}$ и $P_{\Sigma j}$ не дает количества информации в ***битах***, т.е. для этого выражения не выполняется *принцип соответствия*, обязательный для более общих теорий. Возможно, в этом состоит причина довольно сдержанного, а иногда и скептического отношения специалистов по теории информации Шеннона к семантической теории информации Харкевича.

Причину этого мы видим в том, что в выражениях (11) и (12) отсутствуют глобальные параметры ***конкретной*** модели *W* и *M, т.е. в том, что* А. Харкевич в своем выражении для количества информации не ввел зависимости *от мощности пространства будущих состояний объекта W и количества значений факторов M*, обуславливающих переход объекта в эти состояния.

Поставим задачу получить такое обобщение формулы Харкевича, которое бы удовлетворяло ***тому же самому*** *принципу соответствия, что и формула Шеннона, т.е. преобразовывалось в формулу Хартли в предельном детерминистском равновероятном случае, когда каждому классу (состоянию объекта) соответствует один признак (значение фактора), и каждому признаку – один класс, и эти классы (а, значит и признаки),* ***равновероятны,*** *и при этом каждый фактор однозначно, т.е.* ***детерминистским*** *образом определяет переход объекта в определенное состояние, соответствующее классу.*

В детерминском случае вероятность[17] P_{ij} наблюдения объекта *j-го* класса при обнаружении у него *i-го* признака:

$$P_{ij} = \begin{cases} 1, \text{при } i = j \\ 0, \text{при } i \neq j \end{cases}.$$

Будем искать это обобщение (12) в виде:

$$I_{ij}(W, M) = Log_2 \left(\frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}} \right)^{\Psi} \qquad (13)$$

Найдем такое выражение для коэффициента Ψ, названного нами в честь А. Харкевича "коэффициентом эмерджентности Харкевича", которое обеспечивает выполнение для выражения (13) принципа соответствия с классической формулой Хартли (1) и ее системным обобщением (2) и (3) в *равновероятном детерминистском* случае.

Для этого нам потребуется выразить вероятности P_{ij}, P_j и P_i через частоты наблюдения признаков по классам (см. табл. 1). В

---

[17] предел, к которому стремится частость при неограниченном увеличении числа наблюдений

табл. 1 рамкой обведена область значений, переменные определены ранее.

Таблица 1 – МАТРИЦА АБСОЛЮТНЫХ ЧАСТОТ

		Классы					Сумма
		1	**...**	***j***	**...**	***W***	
Значения факторов	**1**	N_{11}		N_{1j}		N_{1W}	
	...						
	i	N_{i1}		N_{ij}		N_{iW}	$N_{i\Sigma}=\sum_{j=1}^{W} N_{ij}$
	...						
	M	N_{M1}		N_{Mj}		N_{MW}	
Суммарное количество признаков				$N_{\Sigma j}=\sum_{i=1}^{M} N_{ij}$			$N_{\Sigma\Sigma}=\sum_{i=1}^{W}\sum_{j=1}^{M} N_{ij}$

Алгоритм формирования матрицы абсолютных частот. Объекты обучающей выборки описываются векторами (массивами) $\vec{L}\ =\{L_i\}$ имеющихся у них признаков:

$\vec{L}=\{L_i\}=n$, *если у объекта i-й признак встречается n раз.*

Первоначально в матрице абсолютных частот все значения равны нулю. Затем организуется цикл по объектам обучающей выборки. Если предъявленного объекта, относящегося к *j-му* классу, есть *i-й* признак, то:

$$N_{ij}=N_{ij}+1;\ N_{i\Sigma}=N_{i\Sigma}+1;\ N_{\Sigma j}=N_{\Sigma j}+1;\ N_{\Sigma\Sigma}=N_{\Sigma\Sigma}+1$$

Здесь можно провести очень интересную и важную аналогию между способом формирования матрицы абсолютных частот и работой ***многоканальной*** *системы выделения полезного сигнала из шума*. Представим себе, что все объекты, предъявляемые для формирования обобщенного образа некоторого класса, в действительности являются различными реализациями одного объекта – "Эйдоса" (в смысле Платона), по-разному зашумленного различными случайными обстоятельствами. И наша задача состоит в том, чтобы подавить этот шум и выделить из него то общее и существенное, что отличает объекты данного класса от объектов других классов. Учитывая, что шум чаще всего является "белым" и имеет свойство при суммировании с самим собой стремиться к нулю, а сигнал при этом, наоборот, возрастает пропорционально количеству слагаемых, то увеличение объема обучающей выборки приводит ко все лучшему отношению сигнал/шум в матрице абсолютных частот, т.е. к выделению полезной информации из шума. Примерно так мы начинаем постепенно понимать смысл фразы, которую мы сразу не расслышали по телефону и несколько раз переспрашивали. При этом в повторах шум не позволяет понять то одну, то другую часть фразы, но в конце концов за счет использования памяти и интеллектуальной обработки информации мы понимаем ее всю. Так и *объекты, описанные признаками, можно рассматривать как зашумленные фразы, несущие нам информацию об обобщенных образах классов - "Эйдосах" [97, 206], к которым они относятся. И эту информацию мы выделяем из шума при синтезе модели.*

Для выражения (11):

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{i\Sigma}} \qquad (14)$$

Для выражений (12) и (13):

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{\Sigma j}} \qquad (15)$$

Для выражений (11), (12) и (13):

$$P_i = \frac{N_{i\Sigma}}{N_{\Sigma\Sigma}}; \; P_j = \frac{N_{\Sigma j}}{N_{\Sigma\Sigma}};$$

$$N_{i\Sigma} = \sum_{j=1}^{W} N_{ij}; \; N_{\Sigma j} = \sum_{i=1}^{M} N_{ij}; \qquad (16)$$

$$N_{\Sigma\Sigma} = \sum_{i=1}^{M} N_{i\Sigma} = \sum_{j=1}^{W} N_{\Sigma j} = \sum_{i=1}^{W} \sum_{j=1}^{M} N_{ij}$$

В (16) использованы обозначения:

N_{ij} – суммарное количество наблюдений в исследуемой выборке *факта*: "действовало *i-е* значение фактора и объект перешел в *j-е* состояние";

$N_{\Sigma j}$ – суммарное по всей выборке количество встреч различных факторов у объектов, перешедших в *j-е* состояние;

$N_{i\Sigma}$ – суммарное количество встреч *i-го* фактора у всех объектов исследуемой выборки;

$N_{\Sigma\Sigma}$ – суммарное количество встреч различных значений факторов у всех объектов исследуемой выборки.

Формирование матрицы условных и безусловных процентных распределений.

На основе анализа матрицы частот (табл. 1) классы можно сравнивать по наблюдаемым частотам признаков только в том случае, если количество объектов по всем классам ***одинаково***, как и ***суммарное количество признаков по классам***. Если же они отличаются, то корректно сравнивать классы можно только по условным и безусловным относительным частотам (оценкам вероятностей) наблюдений признаков, посчитанных на основе матрицы частот (табл. 1) в соответствии с выражениями (14) и (15), в результате чего получается матрица условных и безусловных процентных распределений (табл. 2).

При расчете матрицы оценок условных и безусловных вероятностей N_j из табл. 1 могут браться либо из предпоследней, либо из последней строки. В 1-м случае N_j представляет собой "Суммарное количество признаков у всех объектов, использованных для формирования обобщенного образа *j-го* класса", а во 2-м случае - это "Суммарное количество объектов обучающей выборки, использованных для формирования обобщенного образа *j-го* класса", соответственно получаем различные, хотя и очень сходные семантические информационные модели, которые мы называем СИМ-1 и СИМ-2. Оба этих вида моделей поддерживаются системой "Эйдос".

Таблица 2 – МАТРИЦА УСЛОВНЫХ И БЕЗУСЛОВНЫХ ПРОЦЕНТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

		Классы					**Безусловная вероятность признака**
		1	**...**	***j***	**...**	***W***	
Значения факторов	***1***	P_{11}		P_{1j}		P_{1W}	
	...						
	i	P_{i1}		P_{ij}		P_{iW}	$P_{i\Sigma}$
	...						
	M	P_{M1}		P_{Mj}		P_{MW}	
Безусловная вероятность класса				$P_{\Sigma j}$			

Эквивалентность **выражений (11) и (12) устанавливается**, если подставить в них выражения относительных частот как оценок вероятностей P_{ij}, $P_{\Sigma j}$ и $P_{i\Sigma}$ через абсолютные частоты наблюдения признаков по классам из (14), (15) и (16). **В обоих случаях из выражений (11) и (12) получается *одно и то же* выражение (17):**

$$I_{ij} = Log_2 \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}} \qquad (17)$$

А из (13) - выражение (18), с которым мы и будем далее работать.

$$I_{ij} = Log_2 \left(\frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}} \right)^{\Psi} \qquad (18)$$

При взаимно-однозначном соответствии классов и признаков в *равновероятном детерминистском* случае имеем (таблица 3):

Таблица 3 – МАТРИЦА ЧАСТОТ В РАВНОВЕРОЯТНОМ ДЕТЕРМИНИСТСКОМ СЛУЧАЕ

		Классы					Сумма
		1	**...**	***j***	**...**	***W***	
Значения факторов	***1***	1					1
	...		1				1
	i			1			1
	...				1		1
	M					1	1
Сумма		1	1	1	1	1	$N_{\Sigma\Sigma}$

В этом случае к каждому классу относится один объект, имеющий единственный признак. Откуда получаем для всех *i* и *j* равенства (19):

$$\forall ij: \ N_{ij} = N_{i\Sigma} = N_{\Sigma j} = 1 \tag{19}$$

Таким образом, обобщенная формула А. Харкевича (18) с учетом (19) в этом случае приобретает вид:

$$I_{ij} = Log_2 N_{\Sigma\Sigma}^{\Psi} = Log_2 W^{\varphi} \tag{20}$$

откуда:

$$\boxed{\Psi = \frac{Log_2 W^{\varphi}}{Log_2 N_{\Sigma\Sigma}}} \tag{21}$$

или, учитывая выражение для коэффициента эмерджентности Хартли (8):

$$\Psi = \frac{Log_2 W^{\frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}}}{Log_2 N_{\Sigma\Sigma}} \tag{22}$$

Подставив коэффициент эмерджентности А.Харкевича (21) в выражение (18), получим:

$$I_{ij} = Log_2\left(\frac{N_{ij}N_{\Sigma}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right)^{\Psi} = Log_2\left(\frac{N_{ij}N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right)^{\frac{Log_2W^{\varphi}}{Log_2N}} =$$

$$= \frac{Log_2W^{\varphi}}{Log_2N_{\Sigma\Sigma}}\left(Log_2\left(\frac{N_{ij}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right) + Log_2N_{\Sigma\Sigma}\right) =$$

$$= Log_2\left(\frac{N_{ij}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right)^{\frac{Log_2W^{\varphi}}{Log_2N_{\Sigma\Sigma}}} + Log_2W^{\varphi}$$

или окончательно:

$$\boxed{I_{ij} = Log_2\left(\frac{N_{ij}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right)^{\frac{Log_2W^{\varphi}}{Log_2N_{\Sigma\Sigma}}} + Log_2W^{\varphi}} \qquad (23)$$

Отметим, что 1-я задача получения системного обобщения формул Хартли и Харкевича и 2-я задача получения такого обобщения формулы Харкевича, которая удовлетворяет принципу соответствия с формулой Хартли – это две разные задачи. 1-я задача является более общей и при ее решении, которое приведено выше, *автоматически* решается и 2-я задача, которая является, таким образом, частным случаем 1-й.

Однако, представляет самостоятельный интерес и частный случай, в результате которого получается формула Харкевича, удовлетворяющая в *равновероятном детерминистском* случае принципу соответствия с классической формулой Хартли (1), а не с ее системным обобщением (2) и (3). Ясно, что эта формула получается из (23) при $\varphi=1$.

$$I_{ij} = Log_2\left(\frac{N_{ij}}{N_{i\Sigma}N_{\Sigma j}}\right)^{\frac{Log_2W}{Log_2N_{\Sigma\Sigma}}} + Log_2W \qquad (24)$$

Из выражений (21) и (22) видно, что в этом частном случае, т.е. когда система эквивалентна множеству (M=1), коэффициент эмерджентности А.Харкевича приобретает вид:

$$\Psi = \frac{Log_2 W}{Log_2 N_{\Sigma\Sigma}} \qquad (25)$$

На практике для численных расчетов удобнее пользоваться не выражениями (23) или (24), а ***формулой (26)***, которая получается непосредственно из (18) после подстановки в него выражения (25):

$$\boxed{I_{ij} = \frac{Log_2 W}{Log_2 N_{\Sigma\Sigma}} \times Log_2 \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}}} \qquad (26)$$

Используя выражение (26) и данные таблицы 1 непосредственно прямым счетом получаем *матрицу знаний* (таблица 4):

Таблица 4 – МАТРИЦА ЗНАНИЙ (ИНФОРМАТИВНОСТЕЙ)

		Классы					**Значимость фактора**
		1	**...**	***j***	**...**	***W***	
Значения факторов	***1***	I_{11}		I_{1j}		I_{1W}	$\sigma_{1\Sigma} = \sqrt[2]{\frac{1}{W-1}\sum_{j=1}^{W}\left(I_{1j} - \bar{I}_1\right)^2}$
	...						
	i	I_{i1}		I_{ij}		I_{iW}	$\sigma_{i\Sigma} = \sqrt[2]{\frac{1}{W-1}\sum_{j=1}^{W}\left(I_{ij} - \bar{I}_i\right)^2}$
	...						
	M	I_{M1}		I_{Mj}		I_{MW}	$\sigma_{M\Sigma} = \sqrt[2]{\frac{1}{W-1}\sum_{j=1}^{W}\left(I_{Mj} - \bar{I}_M\right)^2}$
Степень редукции класса		$\sigma_{\Sigma 1}$		$\sigma_{\Sigma j}$		$\sigma_{\Sigma W}$	$H = \sqrt[2]{\frac{1}{(W \cdot M - 1)}\sum_{j=1}^{W}\sum_{i=1}^{M}\left(I_{ij} - \bar{I}\right)^2}$

Здесь – $\bar{I}_i$ это *среднее* количество знаний в *i-м* значении фактора: $\bar{I}_i = \frac{1}{W}\sum_{j=1}^{W} I_{ij}$

Когда количество информации Iij > 0 – i-й фактор способствует переходу объекта управления в j-е состояние, когда Iij < 0 – препятствует этому переходу, когда же Iij = 0 – никак не влияет на это. В векторе i-го фактора (строка матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в каждое из будущих состояний содержится в том факте, что данный фактор действует. В векторе j-го состояния класса (столбец матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в соответствующее состояние содержится в каждом из факторов.

Таким образом, матрица знаний (информативностей), приведенная в таблице 6, является обобщенной таблицей решений, в которой входы (факторы) и выходы (будущие состояния объекта управления) связаны друг с другом не с помощью классических (Аристотелевых) импликаций, принимающих только значения: "истина" и "ложь", а различными значениями истинности, выраженными в битах, и принимающими значения от положительного теоретически-максимально-возможного ("максимальная степень истинности"), до теоретически неограниченного отрицательного ("степень ложности"). Это позволяет автоматически формулировать прямые и опосредованные правдоподобные высказывания с расчетной степенью истинности.

Фактически предложенная модель позволяет осуществить синтез обобщенных таблиц решений для различных предметных областей непосредственно на основе эмпирических исходных данных и продуцировать прямые и обратные правдоподобные (нечеткие) логические рассуждения по неклассическим схемам с различными расчетными значениями истинности, являющимися обобщением классических импликаций.

Таким образом, данная модель позволяет рассчитать, какое количество информации содержится в любом факте о наступлении любого события в любой предметной области, причем для этого не требуется повторности этих фактов и событий. Если данные повторности осуществляются и при этом наблюдается некоторая вариабельность значений факторов, обуславливающих наступление тех или иных событий, то модель обеспечивает многопараметрическую типизацию, т.е. синтез обобщенных образов классов или категорий наступающих событий с количественной оценкой степени и знака влияния на их наступление различных значений факторов. Причем эти значения факторов могут быть как количественными, так и качественными и измеряться в любых единицах измерения, в любом случае в модели оценивается количество информации, которое в них содержится о наступлении событий, переходе объекта управления в определенные состояния или, просто, о его принадлежности к тем или иным классам. Другие способы метризации приведены в работе [277] (таблица 5):

Таблица 5 – ЧАСТНЫЕ КРИТЕРИИ ЗНАНИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В НАСТОЯЩЕЕ ВРЕМЯ В СК-АНАЛИЗЕ И СИСТЕМЕ «ЭЙДОС-Х++»

Наименование модели знаний и частный критерий	Выражение для частного критерия	
	через относительные частоты	через абсолютные частоты
INF1, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 1-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество признаков по j-му классу. Относительная частота того, что если у объекта j-го класса обнаружен признак, то это i-й признак	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}}$
INF2, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 2-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество объектов по j-му классу. Относительная частота того, что если предъявлен объект j-го класса, то у него будет обнаружен i-й признак.	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}}$
INF3, частный критерий: Хи-квадрат: разности между фактическими и теоретически ожидаемыми абсолютными частотами	---	$I_{ij} = N_{ij} - \frac{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}}{N_{\Sigma\Sigma}}$
INF4, частный критерий: ROI - Return On Investment, 1-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество признаков по j-му классу[18]	$I_{ij} = \frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}} - 1 = \frac{P_{ij} - P_{i\Sigma}}{P_{i\Sigma}}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}} - 1$
INF5, частный критерий: ROI - Return On Investment, 2-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество объектов по j-му классу	$I_{ij} = \frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}} - 1 = \frac{P_{ij} - P_{i\Sigma}}{P_{i\Sigma}}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij} N_{\Sigma\Sigma}}{N_{i\Sigma} N_{\Sigma j}} - 1$
INF6, частный критерий: разность условной и безусловной относительных частот, 1-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество признаков по j-му классу	$I_{ij} = P_{ij} - P_{i\Sigma}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{\Sigma j}} - \frac{N_{i\Sigma}}{N_{\Sigma\Sigma}}$
INF7, частный критерий: разность условной и безусловной относительных частот, 2-й вариант расчета относительных частот: $N_{\Sigma j}$ – суммарное количество объектов по j-му классу	$I_{ij} = P_{ij} - P_{i\Sigma}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_{\Sigma j}} - \frac{N_{i\Sigma}}{N_{\Sigma\Sigma}}$

[18] Применение предложено Л.О. Макаревич

<u>Обозначения:</u>

i – значение прошлого параметра;

j - значение будущего параметра;

N_{ij} – количество встреч j-го значения будущего параметра при i-м значении прошлого параметра;

M – суммарное число значений всех прошлых параметров;

W - суммарное число значений всех будущих параметров.

$N_{i\Sigma}$ – количество встреч i-м значения прошлого параметра по всей выборке;

$N_{\Sigma j}$ – количество встреч j-го значения будущего параметра по всей выборке;

$N_{\Sigma\Sigma}$ – количество встреч j-го значения будущего параметра при i-м значении прошлого параметра по всей выборке.

I_{ij} – частный критерий знаний: количество знаний в факте наблюдения i-го значения прошлого параметра о том, что объект перейдет в состояние, соответствующее j-му значению будущего параметра;

Ψ – нормировочный коэффициент (Е.В.Луценко, 2002), преобразующий количество информации в формуле А.Харкевича в биты и обеспечивающий для нее соблюдение принципа соответствия с формулой Р.Хартли;

$P_{i\Sigma}$ – безусловная относительная частота встречи i-го значения прошлого параметра в обучающей выборке;

P_{ij} – условная относительная частота встречи i-го значения прошлого параметра при j-м значении будущего параметра.

Все эти способы метризации с применением 7 частных критериев знаний (таблица 10) реализованы в системно-когнитивном анализе и интеллектуальной системе «Эйдос» и обеспечивают сопоставление градациям всех видов шкал числовых значений, имеющих смысл количества информации в градации о принадлежности объекта к классу. Поэтому является корректным применение интегральных критериев, включающих операции умножения и суммирования, для обработки числовых значений, соответствующих градациям шкал. Это позволяет единообразно и сопоставимо обрабатывать эмпирические данные, полученные с помощью любых типов шкал, применяя при этом все математические операции [277].

Частные критерии знаний, представленные в таблице 5, по сути, «являются формулами для преобразования абсолютных частот в количество информации и знания» (проф.В.И.Лойко, 2013). В будущем их предлагается дополнить критерием Г.Раша. Модель Г.Раша математически тесно связана с моделью логитов, предложенной в 1944 году Джозефом Берксоном (*Joseph Berkson*) и здесь мы ее не приводим, т.к. она подробно описана в литературе. Модель Г.Раша (с учетом ее модификаций) является чуть ли не единственной широко известной в настоящее время моделью метризации измерительных шкал.

Информационный портрет класса – это список значений факторов, ранжированных в порядке убывания силы их влияния на переход объекта управления в состояние, соответствующее данному классу. Информационный портрет класса отражает систему его детерминации. Генерация информационного портрета класса представляет собой решение обратной задачи прогнозирования, т.к. при прогнозировании по системе факторов определяется спектр наиболее вероятных будущих состояний объекта управления, в которые он может перейти под влиянием данной системы факторов, а в информационном портрете мы, наоборот, по заданному будущему состоянию объекта управления определяем систему факторов, детерминирующих это состояние, т.е. вызывающих переход объекта управления в это состояние. В начале информационного портрета класса идут факторы, оказывающие положительное влияние на переход объекта управления в заданное состояние, затем факторы, не оказывающие на это существенного влияния, и далее – факторы, препятствующие переходу объекта управления в это состояние (в порядке возрастания силы препятствования). Информационные портреты классов могут быть от *отфильтрованы* по диапазону факторов, т.е. мы можем отобразить влияние на переход объекта управления в данное состояние не всех отраженных в модели факторов, а только тех, коды которых попадают в определенный диапазон, например, относящиеся к определенным описательным шкалам.

Информационный (семантический) портрет фактора – это список классов, ранжированный в порядке убывания силы влияния данного фактора на переход объекта управления в состояния, соответствующие данным классам. Информационный портрет фактора называется также его *семантическим портретом,* т.к. в соответствии с концепцией смысла системно-когнитивного анализа, являющейся обобщением концепции смысла Шенка-Абельсона [149], *смысл фактора состоит в том, какие будущие состояния объекта управления он детерминирует или обуславливает*. Сначала в этом списке идут состояния объекта управления, на переход в которые данный фактор оказывает наибольшее влияние, затем состояния, на которые данный фактор не оказывает существенного влияния, и далее состояния – переходу в которые данный фактор препятствует. Информационные портреты факторов могут быть от *отфильтрованы* по диапазону классов, т.е. мы можем отобразить влияние данного фактора на переход объекта управления не во все возможные будущие состояния, а только в состояния, коды которых попадают в определенный диапазон, например, относящиеся к определенным классификационным шкалам.

Прямые и обратные, непосредственные и опосредованные правдоподобные логические рассуждения с расчетной степенью истинности в системной теории информации. Одним из первых ученых, поднявших и широко обсуждавшим в своих работах проблематику правдоподобных рассуждений, был известный венгерский, швейцарский и американский математик Дьердь Пойа[19], книги которого одному из авторов (тому, который потом стал профессором Е.В.Луценко) подарил еще в школе его учитель математики Михаил Ильич Перевалов (см. также раздел «Формализация логики правдоподобных рассуждений Д. Пойа», глава третья, параграф 7, с.158-163, исходящий из (репрезентативной) теории измерений).

В работе [97] предложена логическая форма представления правдоподобных логических рассуждений с расчетной степенью истинности, которая определяется в соответствии с системной теорией информацией непосредственно на основе эмпирических данных.

[19] См., например: http://ru.wikipedia.org/wiki/Пойа,%20Дьёрдь

В качестве количественной меры влияния факторов, предложено использовать обобщенную формулу А.Харкевича, полученную на основе предложенной эмерджентной теории информации. При этом непосредственно из матрицы абсолютных частот рассчитывается база знаний (табл.1), которая и представляет собой основу содержательной информационной модели предметной области.

Весовые коэффициенты табл.1 непосредственно определяют, какое количество информации *Iij* система управления получает о наступлении события: "активный объект управления перейдет в *j*–е состояние", из сообщения: "на активный объект управления действует *i*–й фактор".

Принципиально важно, что эти весовые коэффициенты не определяются экспертами неформализуемым способом на основе интуиции и профессиональной компетенции (т.е., мягко говоря, «на глазок»), а рассчитываются непосредственно на основе эмпирических данных и удовлетворяют всем ранее обоснованным в работе [97] требованиям, т.е. являются сопоставимыми, содержательно интерпретируемыми, отражают понятия "достижение цели управления" и "мощность множества будущих состояний объекта управления" и т.д.

В [97] обосновано, что предложенная информационная мера обеспечивает сопоставимость индивидуальных количеств информации, содержащейся в факторах о классах, а также сопоставимость интегральных критериев, рассчитанных для одного объекта и разных классов, для разных объектов и разных классов.

Когда количество информации *Iij*>0 – *i*–й фактор способствует переходу объекта управления в *j*–е состояние, когда *Iij*<0 – препятствует этому переходу, когда же *Iij*=0 – никак не влияет на это. В векторе *i*–го фактора (строка матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в каждое из будущих состояний содержится в том факте, что данный фактор действует. В векторе *j*–го состояния класса (столбец матрицы информативностей) отображается, какое количество информации о переходе объекта управления в соответствующее состояние содержится в каждом из факторов.

Таким образом, матрица информативностей (табл.1) является обобщенной таблицей решений, в которой входы (факторы) и выходы (будущие состояния активного объекта управления (АОУ) связаны друг с другом не с помощью классических (Аристотелевских) импликаций, принимающих только значения: "Итина" и "Ложь", а ***различными значениями истинности, выраженными в битах*** и принимающими значения от положительного теоретически-максимально-возможного ("Максимальная степень истинности"), до теоретически неограниченного отрицательного ("Степень ложности").

Фактически предложенная модель позволяет осуществить синтез обобщенных таблиц решений для различных предметных областей непосредственно на основе эмпирических исходных данных и продуцировать на их основе прямые и обратные правдоподобные (нечеткие) логические рассуждения по неклассическим схемам с различными расчетными значениями истинности, являющимся обобщением классических импликаций (табл.5):

Таблица 5 – Прямые и обратные правдоподобные логические высказывания с расчетной в соответствии с системной теорией информации (СТИ) степенью истинности импликаций

	Прямые высказывания:	Обратные высказывания
1	***если А, то В*** (если действует фактор А, то мы предполагаем с степенью истинности I_{AB}, что АОУ перейдет в состояние В)	***если В, то А*** (если АОУ перешел в состояние В, то мы предполагаем с степенью истинности I_{AB}, что действовал фактор А)
2	***если*** A_1 ***и*** A_2 ***… и*** A_M***, то В*** (прогноз влияния системы факторов на поведение АОУ. Степень истинности обобщающей (итоговой) импликации равна алгебраической сумме истинностей составляющих ее элементарных импликаций вида: "если А то В")	***если В, то*** A_1 ***и*** A_2 ***… и*** A_M (информационный портрет класса В, т.е. влияние различных факторов A_i на переход АОУ в будущее состояние В, решение обратной задачи прогнозирования, т.е. выработка управления)
3	***если А, то*** B_1 ***или*** B_2 ***… или*** B_W (семантический портрет фактора А, т.е. его влияние на переход АОУ в различные состояния)	
4	***если*** A_1 ***и*** A_2 ***… и*** A_M***, то*** B_1 ***или*** B_2 ***… или*** B_W (прогноз влияния системы факторов на переход АОУ в различные состояния)	

Приведем пример более сложного высказывания, которое может быть рассчитано непосредственно на основе матрицы информативностей – обобщенной таблицы решений (таблица 2):

Если А, со степенью истинности α(A,B), детерминирует В, и если С, со степенью истинности α(C,D), детерминирует D, и А совпадает по смыслу с С со степенью истинности α(A,C), то это вносит вклад в совпадение В с D, равный степени истинности α(B,D).

При этом в прямых рассуждениях как предпосылки рассматриваются факторы, а как заключение – будущие состояния АОУ, а в обратных – наоборот: как предпосылки – будущие состояния АОУ, а как заключение – факторы. Степень истинности *i*-й предпосылки – это просто количество информации *Iij*, содержащейся в ней о наступлении *j*-го будущего состояния АОУ. Если предпосылок несколько, то степень истинности наступления *j*-го состояния АОУ равна суммарному количеству информации, содержащемуся в них об этом. Количество информации в *i*-м факторе о наступлении *j*-го состояния АОУ, рассчитывается в соответствии с выражениями системной теории информации (СТИ).

Прямые правдоподобные логические рассуждения позволяют прогнозировать степень достоверности наступления события по действующим факторам, а обратные – по заданному состоянию восстановить степень необходимости и степень нежелательности каждого фактора для наступления этого состояния, т.е. принимать решение по выбору управляющих воздействий на АОУ, оптимальных для перевода его в заданное целевое состояние.

Приведем простой пример, когда безупречная классическая бинарная логика Аристотеля дает сбой. Рассмотрим высказывания:

А) если студент хорошо сдал экзамен по информационным системам, значит, он умеет хорошо программировать;

Б) если студент умеет хорошо программировать, то он может стать специалистом в области прикладной информатики.

Откуда средами логики предикатов получаем вывод:

В) если студент хорошо сдал экзамен по информационным системам, то он может стать специалистом в области прикладной информатики.

Если при рассмотрении каждого высказывания «А» и «Б» по отдельности у нас не возникает особых возражений, хотя мы сразу чувствуем здесь какой-то подвох, что это не совсем так или не всегда так и легко можем привести вполне реальные примеры, когда эти высказывания могут быть и ложными. то высказывание «В» уже само по себе выглядит очень сомнительным, т.е. проще говоря ложным, тогда как в логике предикатов оно является истинным. Интуитивно мы хорошо понимаем, почему так получается. Дело в том, что в этих высказываниях не отражен ***контент***, т.е. та огромная слабо формализованная и вообще неформализованная информация об объекте моделирования, которой располагает человек, но не располагает логическая система. Например, в этих двух логических высказываниях не отражена информация, которой располагает каждый преподаватель и студент, о том, каким образом иногда сдаются экзамены, когда оценка вообще никак не зависит от знаний. Иначе говоря, чтобы эти высказывания были истинны необходимо, чтобы оценка определялась только знаниями. Но и этого мало. Предполагается, что факт получения хорошей оценки по дисциплине означает *полное* ее освоение, хотя все понимают, что для этого достаточно освоения только тех вопросов, которые были в билете и были заданы преподавателем.

При решении этой же задачи средами АСК-анализа мы формулируем эти высказывания ***в форме правдоподобных рассуждений***:

А) если студент хорошо сдал экзамен по информационным системам, то в этом факте содержится I(А) информации о том, что он умеет хорошо программировать;

Б) если студент умеет хорошо программировать, то в этом факте содержится I(Б) информации о том он может стать специалистом в области прикладной информатики.

Откуда средами АСК-анализа получаем результирующее высказывание:

В) если студент хорошо сдал экзамен по информационным системам, то в этом факте содержится I(B) информации о том он может стать специалистом в области прикладной информатики.

Это высказывание не выглядит как истинное или ложное и может быть и истинным, и ложным, причем в различной степени, в зависимости от знака и модуля расчетной его степени истинности I(B). *Для расчета этой величины нужны конкретные эмпирические данные*, являющиеся репрезентативными для отражения определенной предметной области (генеральной совокупности), в которой этот вывод и будет иметь эти значения знака и величины степени истинности.

Необходимо отметить, что предложенная модель, основывающаяся на теории информации, обеспечивает автоматизированное формирования системы нечетких правил по содержимому входных данных, как и комбинация нечеткой логики Заде-Коско с нейронными сетями Кохонена. Принципиально важно, что качественное изменение модели путем добавления в нее новых классов не уменьшает достоверности распознавания уже сформированных классов. Кроме того, при сравнении распознаваемого объекта с каждым классом учитываются не только признаки, имеющиеся у объекта, но и отсутствующие у него, поэтому предложенной моделью правильно идентифицируются объекты, признаки которых образуют множества, одно из которых является подмножеством другого (как и в Неокогнитроне К.Фукушимы).

ГЛАВА 10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ МЕРЫ УРОВНЯ СИСТЕМНОСТИ – КОЭФФИЦИЕНТЫ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ, ВЫТЕКАЮЩИЕ ИЗ СИСТЕМНОЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Дальнейшее изложение основано на рабатах [98, 170, 270, 240, 241]. В работе [97] и работе [170] предлагаются теоретически обоснованные количественные меры, следующие из системной теории информации (СТИ), которые позволяют количественно оценивать влияние факторов на системы различной природы не по силе и направлению изменения состояния системы, а по степени возрастания или уменьшения ее эмерджентности (уровня системности) и степени детерминированности.

В работе [253] на простом численном примере рассматривается применение автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ) и его программного инструментария – интеллектуальной системы «Эйдос» для выявления и исследования детерминации эмерджентных макросвойств систем их составом и иерархической структурой, т.е. подсистемами различной сложности (уровней иерархии). Кратко обсуждаются некоторые методологические вопросы создания и применения формальных моделей в научном познании. Предложены системное обобщение принципа Уильяма Росса Эшби о необходимом разнообразии на основе системного обобщения теории множеств и системной теории информации, обобщенная формулировка принципа относительности Галилея-Эйнштейна, высказана гипотеза о его взаимосвязи с теоремой Эмми Нётер, а также предложена гипотеза «О зависимости силы и направления связей между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом от уровня иерархии в системе»

В [270] предложены коэффициенты эмерджентности, применимые для систем, подчиняющихся классической или квантовой статистике. Дан алгоритм оценки уровня системности квантовых объектов. Рассмотрены квантовые системы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна, а также классические системы, подчиняющиеся статистике Максвелла-Больцмана. Установлено, что коэффициенты эмерджентности квантовых и классических систем отличаются между собой, как и коэффициенты квантовых систем ферми-частиц и бозе-частиц. Следовательно, коэффициент эмерджентности позволяет отличить классическую систему от квантовой системы, а квантовую систему ферми-частиц от квантовой системы бозе-частиц. Установлено также, что предложенные ранее в ряде работ, начиная с [97], различные варианты коэффициентов эмерджентности Хартли распространяются только на системы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака.

Рассмотрим результаты этих работ подробнее.

10.1. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации)

Дальнейшее изложение основано на рабате [170], нумерация формул, рисунков и таблиц сохранены.

Одного взгляда на Вселенную на всех ее структурных уровнях организации, начиная с микромира с его квантами, элементарными частицами и атомами и до макро- и мега масштабов, достаточно, чтобы убедиться, что Вселенная глубоко структурирована и состоит из глобально и нелокально взаимосвязанных систем различного масштаба, все свойства которых имеют эмерджентную природу, и во Вселенной ни на одном из уровней ее организации не наблюдается ничего похожего на унылую картину "Тепловой смерти". Сегодня уже совершенно очевидно, что закон возрастания энтропии (2-е начало термодинамики) является сильнейшей абстракцией и по сути во всей Вселенной нет ни одной системы, которая ему бы абсолютно точно и в полной мере соответствовала, т.к. не существует полностью изолированных от окружающей среды систем (адиабатически замкнутых систем, т.е. систем, энергетически не взаимодействующих со средой). Более того, если бы такие системы и существовали, то мы бы об этом никогда в принципе не узнали бы, т.к. не получили бы о них никакой информации, поэтому можно сказать еще и иначе: такие системы скорее относятся не к области бытия, а к области небытия.

Но для существования любой системы или подсистемы необходим системобразующий фактор и, естественно, возникает вопрос о том, что же является глобальным и нелокальным системообразующим фактором, общим для всех систем.

Это вопрос необычайной важности, так как именно этот фактор противодействует возрастанию энтропии на всех уровнях организации систем во Вселенной. Без действия этого фактора, т.е. если бы закон возрастания энтропии действительно был всеобщим законом природы, каковым его хотели некогда представить те самые французские академики, которые заодно запретили и существование метеоритов, то Вселенная была бы совершенно однородна (хаос или небытие, "Тепловая смерть") и об этом бы вообще некому и негде было бы рассуждать.

Из термодинамических представлений ясно, что этот глобальный нелокальный антиэнтропийный системообразующий фактор может быть отожествлен с некоторым источником энергии или информации, которые как известно взаимосвязаны в любой конкретной системе через ее энтропию. Каждая система во Вселенной (пока она существует) должна иметь прямой и непосредственный контакт с этим фактором и как только этот контакт прекращается – система распадается на подсистемы или элементы. Поэтому этот фактор должен быть не внешним, а *внутренним* по отношению к системам, а также обладать *глобальностью* и *нелокальностью*, возможно даже не только в пространстве, но и во времени (на эти мысли наталкивает анализ возможных механизмов принципа наименьшего действия, траекторной формулировки и опережающих потенциалов в КТП). Физической основой этого фактора может быть квантовое единство, которое существует с момента возникновения самого метрического пространства-времени еще с единого квантового состояния Вселенной-в-Целом до Большого Взрыва, с которого и начался процесс последовательной иерархической дифференциации. Сам физический механизм нелокального взаимодействия дифференцированной структуры системы с ее единой сущностью может быть аналогичным тому, который был предвосхищен А.Эйнштейном в известном парадоксе ЭПР.

Если этот фактор научиться сознательно использовать, то возможно будут решены энергетические и другие связанные с ними проблемы.

Таким образом на наш взгляд этот глобальный и нелокальный системообразующий фактор – это энергия и информация идущие к каждой системе из неизменной нелокальной сущности Вселенной, из того его состояния, которое оставаясь неизменным породило всю эту дифференцированную Вселенную, это состояние, которое есть лишенное частей единство в сущности каждой системы. Это не какое-либо место или время – это наиболее фундаментальный структурный уровень организации Вселенной – лишенная всех качеств основа всех качеств (предполагается, что все качества эмерджентны по своей природе). Возможно после Большого Взрыва Вселенная стала дифференцированной лишь по своей форме не изменяясь в своей единой и неделимой сущности, т.е. не переставая быть единой без частей ... и это непроявленное состояние есть ни что иное как неделимая сущность каждой системы и подсистемы во Вселенной ... причем она одна и та же у всех систем и внутри осознается как Сущность субъективности, а во вне – как сущность материи...

Похоже Никола Тесла был не просто гениальным ученым, инженером и изобретателем, а скорее Пророком технической эры, который понял с точки зрения физики что такое этот глобальный нелокальный системообразующий фактор и научился осознанно включать в его состав своих технических систем. До этого нечто подобное удавалось только музыкантам, художникам, скульпторам и архитекторам, а теперь похоже приближается время и программистов, прежде всего специалистов по системам искусственного интеллекта, виртуальной реальности и моделированию эволюции.

Итак, в самом общем виде существование систем во Вселенной можно объяснить тем, что существует некий гипотетический фактор, успешно противодействующий возрастанию энтропии на всех уровнях организации систем во Вселенной. Но что это за фактор и как влияют его свойства на характеристики систем? Попробуем конкретизировать ответы на эти вопросы.

Из общепринятого представления о том, что количество информации может быть измерено величиной уменьшения энтропии следует гипотеза о том, что *этот антиэнтропийный системообразующий фактор представляет собой некий источник информации*. Этот источник информации, обеспечивающий возникновение и существование системы, может локализоваться как внутри, так и вне ее, но реально осуществляется смешанный вариант.

В этом процессе формирования и развития системы под влиянием как внутренних, так и внешних информационных по своему существу факторов она претерпевает количественные и качественные изменения, т.е. проходит точки бифуркации и детерминистские участки траектории [97], в частности изменяются такие фундаментальные характеристики системы, как ее уровень системности и степень детерминированности.

Учитывая информационный характер антиэнтропийного системообразующего фактора предлагается применить теорию информации для количественной оценки этих фундаментальных характеристик систем.

Однако классическая теория информации не совсем подходит для этой цели, т.к. она основана на теории множеств, а не на теории систем. В работе [186] предлагается ***программная идея*** системного обобщения понятий математики, в частности понятий теории информации, основанных на теории множеств, путем замены понятия множества на более содержательное понятие системы. Частично эта идея была реализована в работе [97] при разработке автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализа), математическая модель которого основана на системном обобщении формул для количества информации Хартли и Харкевича в рамках предложенной системной теории информации (СТИ).

Система представляет собой *множество элементов*, объединенных в целое за счет *взаимодействия* элементов друг с другом, т.е. за счет *отношений* между ними, и обеспечивает преимущества в достижении *целей*. Преимущества в достижении целей обеспечиваются за счет *системного эффекта*. Системный эффект состоит в том, что свойства системы *не сводятся* к сумме свойств ее элементов, т.е. система как целое обладает рядом *новых, т.е. эмерджентных* свойств, которых не было у ее элементов. Предполагается, что во Вселенной не существует элементов не являющихся системами. Таким образом все свойства любых систем в конечном счете являются эмерджентными. Уровень системности тем выше, чем выше *интенсивность взаимодействия* элементов системы друг с другом, чем сильнее отличаются свойства системы от свойств входящих в нее элементов, т.е. **чем выше системный эффект, *чем значительнее отличается система от множества.***

Таким образом, *система обеспечивает тем большие преимущества в достижении целей, чем выше ее уровень системности*. В частности, *система с нулевым уровнем системности вообще ничем не отличается от множества образующих ее элементов, т.е. тождественна этому множеству и никаких преимуществ в достижении целей не обеспечивает.* **Этим самым достигается выполнение *принципа соответствия* между понятиями системы и множества.** Из соблюдения этого принципа для понятий множества и системы следует и его соблюдение для понятий системной теории информации, основанных на теории множеств и их системных обобщений.

На этой основе можно ввести и новое научное понятие: понятие "антисистемы", применение которого оправдано в случаях, когда централизация (монополизация, интеграция) не только не дает положительного эффекта, но даже сказывается отрицательно.

Антиподсистемой будем называть подсистему, включение которой в некоторую систему уменьшает ее уровень системности, т.е. это такое объедение некоторого множества элементов за счет их взаимодействия в целое, которое *препятствует* достижению целей системы в целом.

Фундаментом современной математики является теория множеств. Эта теория лежит и в основе самого глубокого на сегодняшний день обоснования таких базовых математических понятий, как "число" и "функция". Определенный период этот фундамент казался незыблемым. Однако вскоре работы целой плеяды выдающихся ученых XX века, прежде всего Давида Гильберта, Бертрана Рассела и Курта Гёделя, со всей очевидностью обнажили фундаментальные логические и лингвистические проблемы, в частности проявляющиеся в форме парадоксов теории множеств, что, в свою очередь, привело к появлению ряда развернутых предложений по пересмотру самых глубоких оснований математики.

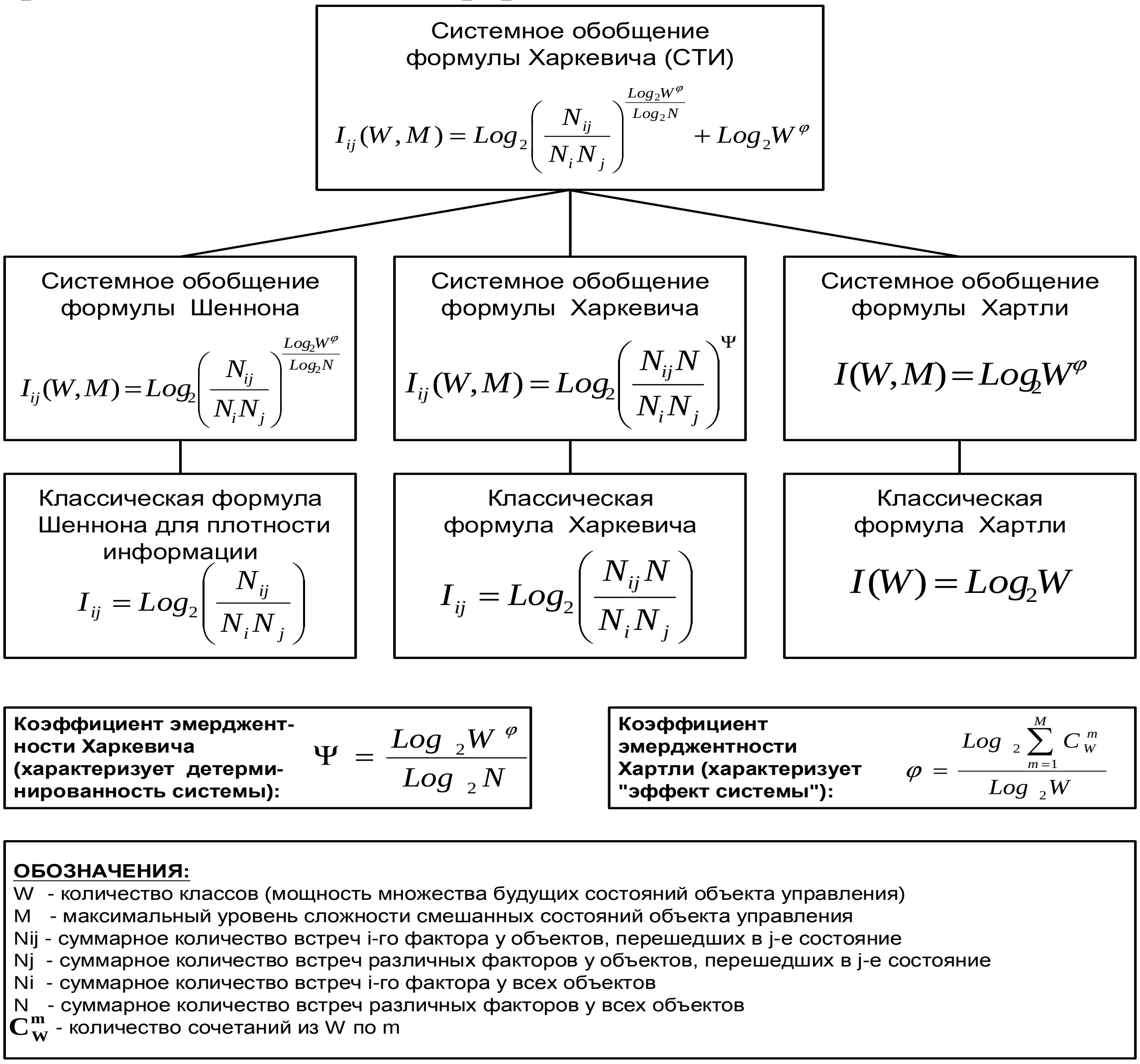
В задачи данной работы не входит рассмотрение этой интереснейшей проблематики, а также истории возникновения и развития понятий числа и функции. Отметим лишь, что кроме рассмотренных в литературе вариантов ***существует возможность обобщения всех понятий математики, базирующихся на теории множеств, в частности теории информации, путем тотальной замены понятия множества на более общее понятие системы и тщательного отслеживания всех последствий этой замены***. Это утверждение будем называть "программной идеей системного обобщения понятий математики".

Строго говоря, реализация данной программной идеи потребует прежде всего системного обобщения самой теории множеств и преобразования ее в ***математическую теорию систем,*** *которая будет плавно переходить в современную теорию множеств при уровне системности, стремящемся к нулю*. При этом необходимо заметить, что существующая в настоящее время наука под названием "Теория систем" ни в коей мере не является обобщением математической теории множеств, и ее не следует путать с математической теорией систем. Вместе с тем, на наш взгляд, существуют некоторые возможности обобщения ряда понятий математики и без разработки математической теории систем. К таким понятиям относятся прежде всего понятия "информация" и "функция".

Системному обобщению понятия информации посвящены работы автора [97] и др., поэтому здесь на этом вопросе мы останавливаться не будем. Отметим лишь, что на основе предложенной системной теории информации (СТИ) были разработаны математическая модель и методика численных расчетов (структуры данных и алгоритмы), а также специальный программный инструментарий (система "Эйдос") системно-когнитивного анализа (СК-анализ), который представляет собой системный анализ, автоматизированный путем его рассмотрения как метода познания и структурирования по базовым когнитивным операциям.

В СК-анализе теоретически обоснована и реализована на практике в форме конкретной информационной технологии процедура установления новой универсальной, сопоставимой в пространстве и времени, ранее не используемой *количественной*, т.е. выражаемой числами, меры *соответствия* между событиями или явлениями любого рода, получившей название "системная мера целесообразности информации", которая по существу является ***количественной мерой знаний*** [245]. Это является достаточным основанием для того, чтобы называть эту форму системного анализа системно-когнитивным анализом, от английского слова "***cognition***" – "познание".

В результате получены следующие выражения для системных обобщений формул для количества информации Хартли и Харкевича и плотности информации Шеннона,



а также гипотезы о законе возрастания эмерджентности и аналитические выражения для коэффициентов Хартли и Харкевича, которые являются научно обоснованными в рамках системной теории информации (СТИ) количественными мерами уровня системности и степени детерминированности систем (рис. 1-2).

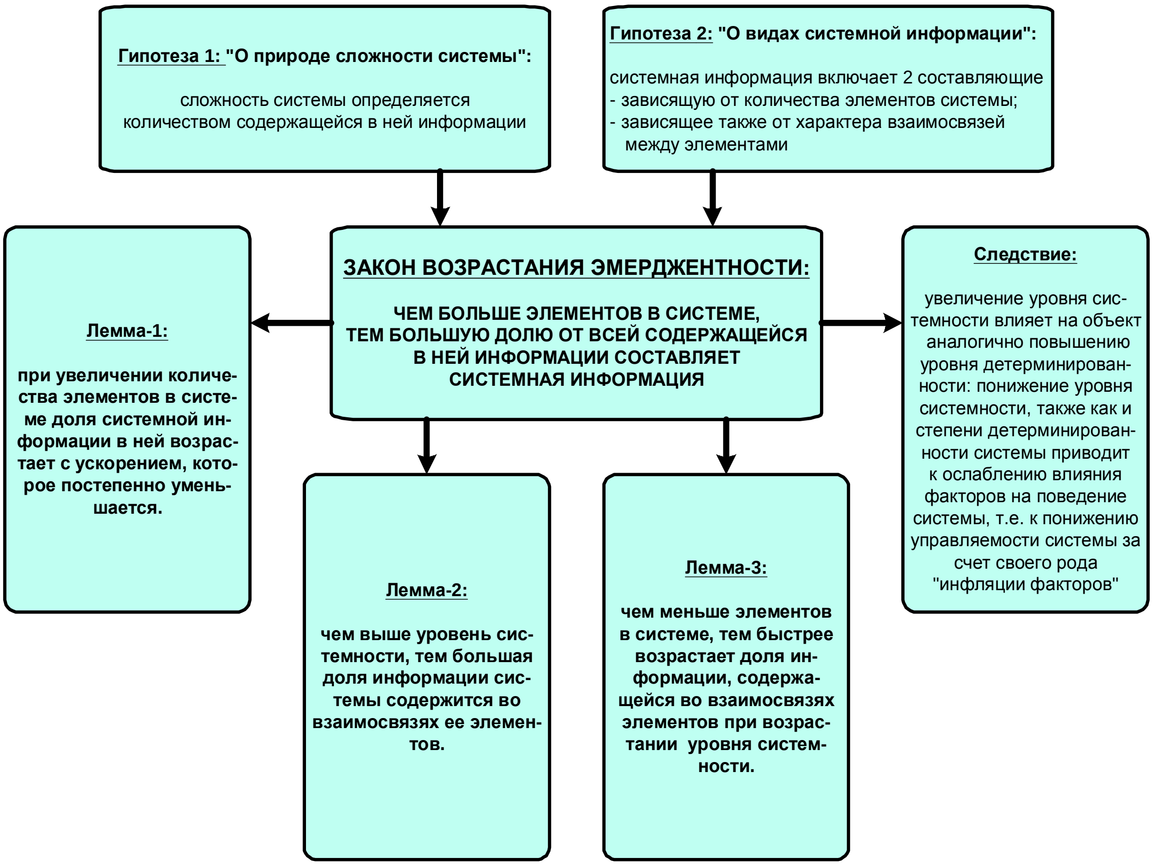


Рисунок 1. Гипотеза о законе возрастания эмерджентности

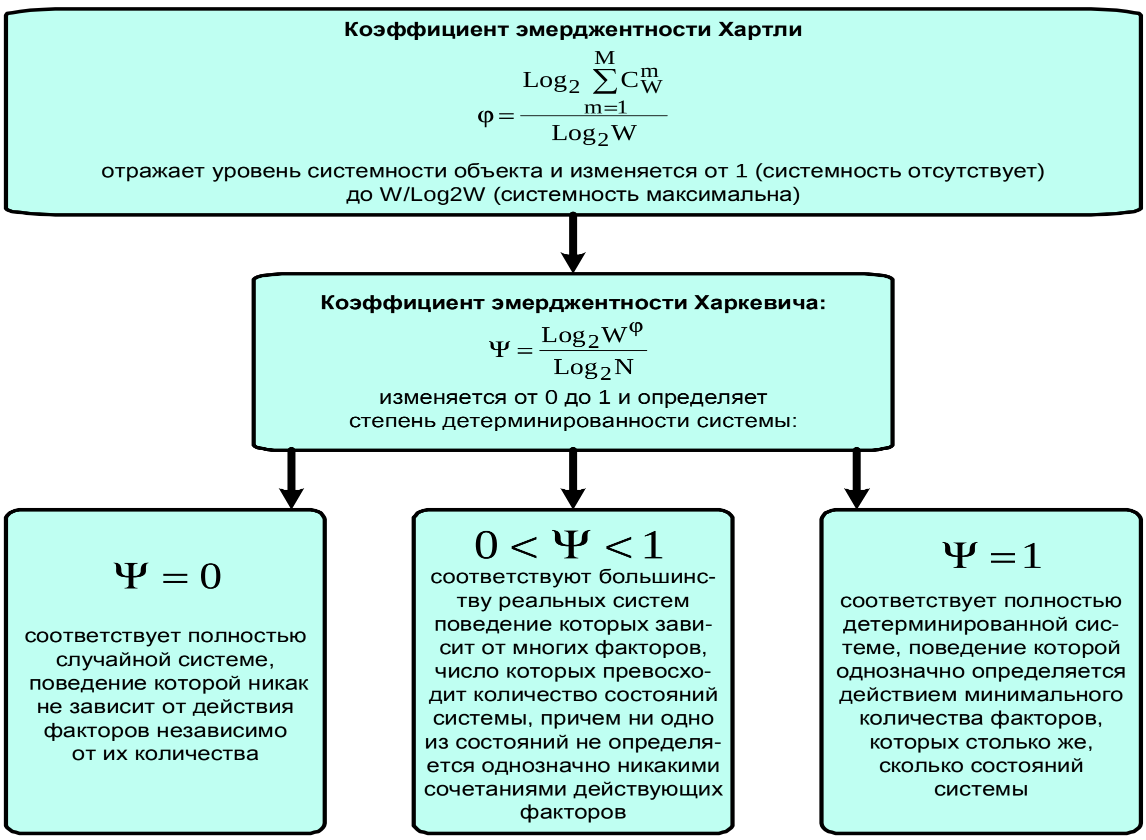


Рисунок 2. Интерпретация коэффициентов эмерджентности СТИ

Резюмируя рисунки 1 и 2, можно сказать, что в процессе эволюции систем есть по крайней мере два этапа:

– на 1-м этапе идет *экстенсивный* рост системы путем увеличения количества ее элементов; при этом объем информации в системе возрастает в основном за счет увеличения размера системы и количества элементов в ней;

– на 2-м этапе идет система развивается <u>интенсивно</u> за счет усложнения взаимосвязей между элементами и своей структуры; при этом объем информации в системе возрастает в основном за счет ее усложнения, т.е. повышения уровня системности или эмерджентности системы.

Так, например, управлять толпой из 729 человек значительно сложнее, чем воздушно-десантным полком той же численности. Процесс *превращения* 729 новобранцев в воздушно-десантный полк это и есть процесс повышения уровня системности и степени детерминированности системы. Этот процесс включает процесс последовательного иерархического структурирования (на отделения, взвода, роты, батальоны), а также процесс повышения степени детерминированности команд путем повышения дисциплины их исполнения путем соответствующих организующих воздействий. ***Эффективность этих организующих воздействий мы и предлагаем оценивать по изменению уровня системности и степени детерминированности с помощью коэффициентов эмерджентности,*** названных *нами* [97] в честь выдающихся ученых, внесших огромный вклад в создание теории информации Хартли и Харкевича.

Рассмотрим численный пример.

В работе [100] в разделе: "1.2.2.2.3. Конструирование системной численной меры на основе базовой", подразделе: "Системное обобщение формулы Хартли для количества информации", который размещен по адресу: http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos06_lec/lec_04.htm приведено выражение для коэффициента эмерджентности Хартли (1):

$$\boxed{\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}} \qquad (1)$$

где:

W – количество элементов в системе альтернативных будущих состояний АОУ (количество чистых состояний);

m – сложность подсистемы (количество элементов 1-го уровня иерархии в подсистеме);

M – максимальная сложность подсистем (количество элементов 1-го уровня иерархии в системе).

*Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (1) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации о системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности, **т.е. этот коэффициент отражает уровень системности объекта**.*

Необходимо отметить, что сходное выражение было предложено видным исследователем в области информационной теории систем А.А.Денисовым еще в 80-х годах[20], однако свое теоретическое обоснование это выражение получило лишь в рамках СТИ. Очень близкие идеи развиваются также в фундаментальных работах[21] (см., например, раздел: "2.6. Эволюционная динамика и эмерджентность" в работе Попова В.П.).

Первое слагаемое в выражении (1) дает количество информации по классической формуле Хартли, а остальные слагаемые – *дополнительное количество информации, получаемое за счет системного эффекта*, т.е. за счет наличия у системы иерархической структуры или смешанных состояний. *По сути дела эта дополнительная информация является информацией об иерархической структуре системы, как состоящей из ряда подсистем различных уровней сложности.*

Однако реально в любой системе осуществляются не все формально возможные сочетания элементов 1-го уровня иерар-

---

[20] Денисов А.А. Информационные основы управления. –Л.: Энергоатомиздат, 1983. –72 с.

Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления.–Л.: Энергоатомиздат, 1982.–287 с.

[21] Крайнюченко И. В., Попов В. П. Системное мировоззрение. Теория и анализ. Учебник для вузов. – Пятигорск.: ИНЭУ, 2005. – 218 с.

Попов В.П. Глобальный эволюционизм и синергетика ноосферы / В.П. Попов и И.В. Крайнюченко. - науч. изд.. - Ростов-на-Дону : ГНУ СКНЦ ВШ, 2003 . - 333 с.

хии, т.к. существуют различные ***правила запрета***, различные для разных систем. Это означает, что возможно множество различных систем, состоящих из одинакового количества тождественных элементов, и отличающихся своей структурой, т.е. строением подсистем различных иерархических уровней. Эти различия систем как раз и возникают благодаря различию действующих для них этих правил запрета. По этой причине *систему правил запрета предлагается назвать* ***информационным проектом системы***. Различные системы, состоящие из равного количества одинаковых элементов (например, дома, состоящие из 20000 кирпичей), отличаются друг от друга именно по причине различия своих информационных проектов.

Из статистики известно, что при M=W:

$$\sum_{m=1}^{M} C_W^m = 2^W - 1 \qquad (2)$$

в этом случае для выражения (1) получаем:

$$I = Log_2(2^W - 1) \qquad (3)$$

Выражение (3) дает *оценку максимального количества информации*, которое может содержаться в элементе системы с учетом его вхождения в различные подсистемы ее структуры. Из этого выражения видно, что I *быстро* стремится к W при увеличении W:

$$\begin{aligned} &при\ \ W \to \infty \\ &I \to W \end{aligned} \qquad (4)$$

В действительности уже при W>4 погрешность выражения (4) не превышает 1%, поэтому на практике в большинстве случаев при оценке величины теоретически максимально-возможного значения уровня системности не будет большой ошибкой вместо суммы числа сочетаний использовать просто W.

Таким образом, ***коэффициент эмерджентности Хартли отражает <u>уровень системности</u> объекта и изменяется от 1 (системность минимальна, т.е. отсутствует) до величины*** $\boxed{\mathbf{W/Log_2W}}$ ***(системность максимальна).*** Очевидно, ***для каждого количества элементов системы существует свой максималь-***

ный уровень системности, который никогда реально не достигается из-за действия ***правил запрета*** на реализацию в системе ряда подсистем различных уровней иерархии.

Будем считать, что полк является системой, имеющей иерархическую структуру (такие системы являются наиболее распространенными).

Если в толпе из 729 (или любого другого количества W) новобранцев (элементов 1-го уровня иерархии) нет ни одного командира, то ее уровень системности согласно выражения (1) равен 1:

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{1} C_W^m}{Log_2 W} = \frac{Log_2 C_W^1}{Log_2 W} = \frac{Log_2 W}{Log_2 W} = 1 \qquad (5)$$

Если в полку появляется командир полка, непосредственно (напрямую) дающий указания каждому из солдат (что вообще-то достаточно проблематично реализовать на практике), то появляется еще 729 *дополнительных* элементов 2-го уровня иерархии вида: "Командир полка + N-й солдат". В этом случае выражение (1) примет вид (6):

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} = \frac{Log_2 (729 + 729)}{Log_2 729} = 1{,}10515 \qquad (6)$$

Но в реальном полку используется не двухуровневая, а многоуровневая иерархическая система управления, т.к. командир полка и любой другой командир из-за информационных, пространственных и временных ограничений реально может отдать конкретный детализированный приказ только очень ограниченному количеству нижестоящих командиров – системообразующих элементов следующего уровня иерархии. Рассмотрим структуру условного полка, приведенную на рисунке 3.

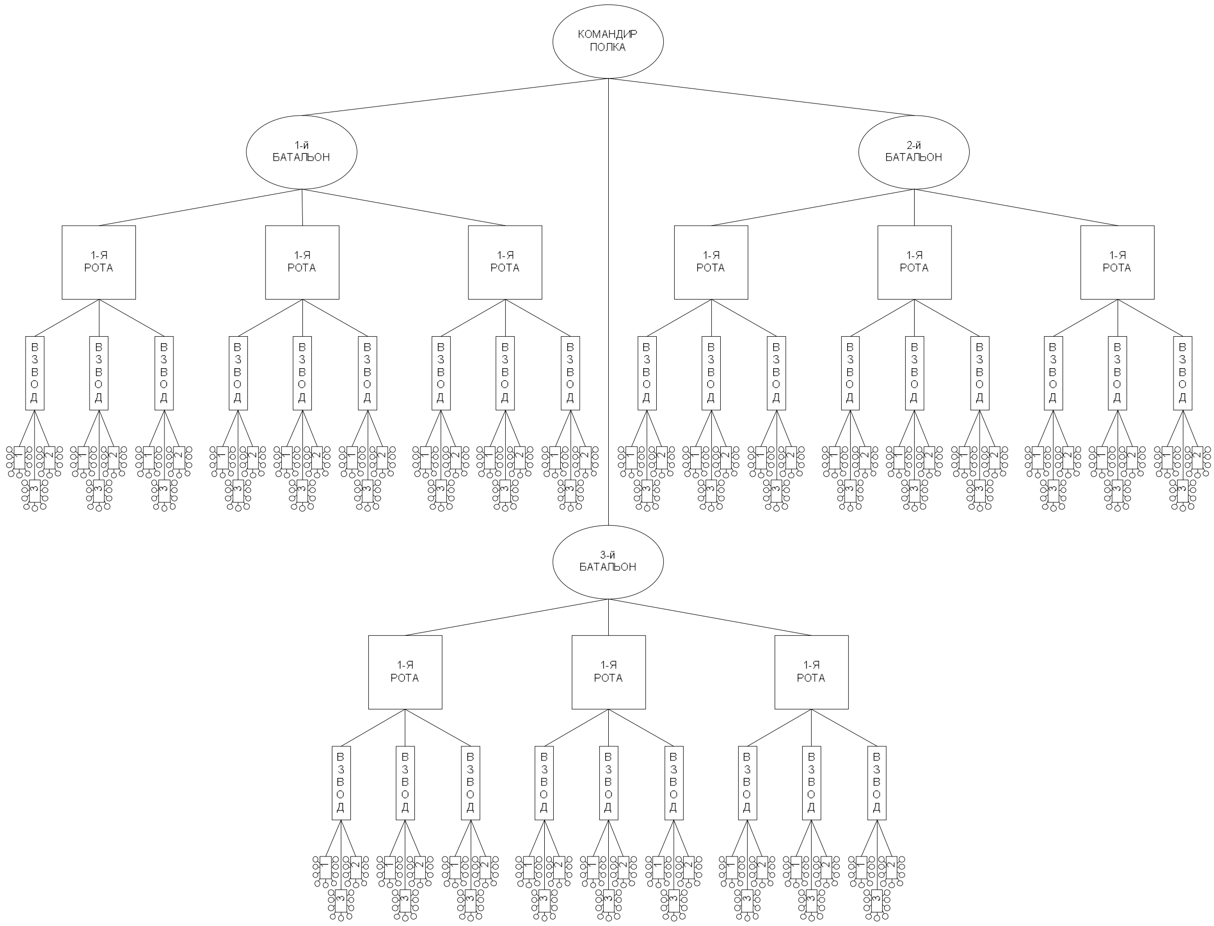


Рисунок 3. Иерархическая система управления полком (условно)

Проведем расчет уровня системности полка, иерархическая структура которого приведена на рисунке 3 с использованием формулы (1). При этом обращаем внимание на то обстоятельство, что приведенная иерархическая структура близка к фрактальной. По-видимому это не случайно, т.к. является одной из наиболее рациональных схем управления.

<u>1-й уровень иерархии:</u> 729 солдат. Уровень системности полка на 1-м уровне иерархии, как мы уже видели из формулы (5) равна 1.

<u>2-й уровень иерархии:</u> 81 отделение по 9 солдат в каждом. Добавление командиров отделений порождает в каждом из 81 отделений 9 элементов вида: "Командир i-го отделения + j-й солдат". Уровень системности полка на первых двух уровнях вычисляется по формуле (7):

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} = \frac{Log_2(729 + 81 \times 9)}{Log_2 729} = 1,10515 \qquad (7)$$

Здесь необходимо отметить, что структурный элемент "отделение", как и подсистемы других уровней иерархии, рассматривается не как неделимые элементы, а именно как подсистемы, сами имеющие определенный уровень системности, определяемый их структурой. Возможны и другие подходы, рассматривающие подсистемы как элементы без учета их внутренней структуры, т.е. не учитывающие различное в общем случае содержание подсистем, но в данной работе они не рассматриваются. Вместе с тем приведенные выше аналитические выражения для коэффициентов эмерджентности имеют общий характер и применимы и в этом случае.

<u>3-й уровень иерархии:</u> 27 взводов по 3 отделения в каждом. Добавление командиров взводов порождает в каждом из 27 взводов по 3 элемента вида: "Командир i-го взвода + командир j-го отделения". Уровень системности полка на первых трех уровнях вычисляется по формуле (8):

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} = \frac{Log_2(729 + 81 \times 9 + 27 \times 3)}{Log_2 729} = 1,11336 \qquad (8)$$

<u>4-й уровень иерархии:</u> 9 рот по 3 взвода в каждой. Добавление командиров рот порождает в каждой из 9 рот по 3 элемента вида: "Командир i-й роты + командир j-го взвода".

$$\varphi = \frac{Log_2(729 + 81 \times 9 + 27 \times 3 + 9 \times 3)}{Log_2 729} = 1,11600 \qquad (9)$$

<u>5-й уровень иерархии:</u> 3 батальона по 3 роты в каждом. Добавление командиров батальонов порождает в каждом из 3 батальонов по 3 элемента вида: "Командир i-го батальона + командир j-й роты".

$$\varphi = \frac{Log_2(729 + 81 \times 9 + 27 \times 3 + 9 \times 3 + 3 \times 3)}{Log_2 729} = 1,11687 \qquad (10)$$

<u>6-й уровень иерархии:</u> 1 командир полка. Добавление командира полка порождает 3 элемента вида: "Командир полка + командир j-го батальона".

$$\varphi = \frac{Log_2(729+81\times9+27\times3+9\times3+3\times3+1\times3)}{Log_2 729} = 1{,}11715 \qquad (11)$$

В сводном виде эти данные приведены в таблице и на рисунке 4.

СВОДНЫЕ ДАННЫЕ О ВКЛАДЕ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЕЙ ИЕРАРХИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В ОБЩИЙ УРОВЕНЬ СИСТЕМНОСТИ

	729 солдат	**81 отде-ление**	**27 взво-дов**	**9 рот**	**3 бата-льона**	**1 полк**		**Уровень системности**
	1-й ур.	2-й ур.	3-й ур.	4-й ур.	5-й ур.	6-й ур.	Всего:	
Командир полка командует солдатами "на прямую"	729					729	**1458**	1,10515
1-й ур. толпа новобранцев)	729						**729**	1,00000
2-й ур.	729	81*9					**1458**	1,10515
3-й ур.	729	81*9	27*3				**1539**	1,11336
4-й ур.	729	81*9	27*3	9*3			**1566**	1,11600
5-й ур.	729	81*9	27*3	9*3	3*3		**1575**	1,11687
6-й ур.	729	81*9	27*3	9*3	3*3	1*3	**1578**	1,11715
Максимальный теоретически возможный уровень системности	729							**76,65797**

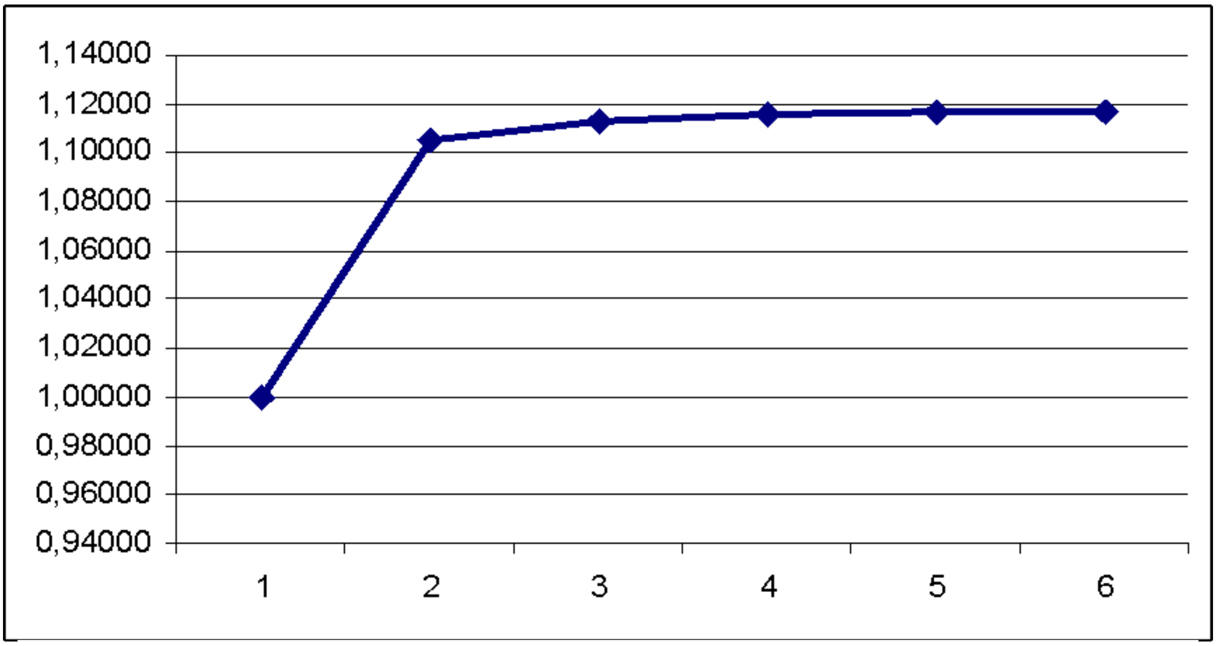


Рисунок 4. Зависимость эмерджентности системы от появления в ней новых все более высоких иерархических уровней управления

Если проанализировать приведенную таблицу, рисунок 2, на котором показана динамика эмерджентности и выражения (6) –

(11), то сразу бросается в глаза, что создание иерархической системы управления полком приводит к добавлению в систему значительно большего количества элементов, чем при реализации двухуровневого управления командиром полка напрямую каждым солдатом, если бы такое было возможно на практике. Соответственно это приводит к гораздо более значительному повышению уровня системности полка и более выраженному системному эффекту (эмерджентности), выражающемуся в том, что полк с иерархической структурой управления значительно более боеспособен и живуч, чем с одноуровневой. Видно, что добавление в систему новых все более высоких иерархических уровней управления приводит ко все меньшему увеличению системного эффекта (эмерджентности), т.е. в основном в этом смысле играет роль появление 1-го уровня иерархии (отделений, в нашем примере).

Кроме того из рассмотренных примеров можно сделать вывод о зависимости степени живучести системы в целом от степени ее иерархичности при нарушении системы управления: *чем выше степень иерархичности системы управления, тем в меньшей степени ее нарушение изменяет уровень системности и тем более живуча система в целом в случае нарушения ее системы управления*. Это можно объяснить наличием системообразующих факторов на различных уровнях организации системы (в нашем примере это командиры батальонов, рот, взводов и отделений). В частности при невозможности для командира полка выполнять свои функции по состоянию здоровья:

– в гипотетическом случае, когда он управлял каждым солдатом непосредственно полк бы сразу превратился из единого слаженного организма в дезорганизованную толпу, в которой каждый сражается сам за себя;

– в случае приведенной 6-уровневой иерархической системы управления полк исчез бы как единое целое, но продолжал бы достаточно эффективно сражаться в составе организованных отдельных батальонов, сохраняющих полную управляемость и боеспособность.

Но теоретически максимальный уровень системности нашего условного полка с 729 солдатами составляет: $729/Log_2 729=76,65797$. Можно предположить, что этот *огромный уровень системности* мог бы быть обеспечен, если бы весь полк состоял сплошь из одних джедаев, свободно непрерывно телепатически общающихся друг с другом и действующих как единое целое, т.е. практически как одно практически непобедимое существо (если даже с одним таким воином очень проблематично справиться, то можно себе представить какую силу представляет высокоорганизованная группа из 729 воинов без слов мгновенно и полностью понимающих друг друга независимо от того, где и в какой ситуации каждый из них находится).

Здесь необходимо отметить также известное положение из теории информации Шеннона состоящее в том, что *энтропия системы тем меньше, чем больше взаимная информация в ее подсистемах друг о друге*. В биологических системах до определенного иерархического уровня их организации (клетки) в каждой подсистеме вообще имеется полная информация о всей системе в целом (геном). Это обеспечивает слаженную работу различных подсистем организма и сводит к минимуму потребность в обмене информацией между ними.

Однако добавление новой подсистемы в состав организационной системы не всегда приводит к повышению ее уровня системности, как казалось бы можно было ожидать. Если продолжить пример с полком, то это соответствует случаю внедрения в полк вражеского разведчика или просто лишнего управленческого звена, которое не вносит в систему управления ничего нового и ценного, а лишь дублирует команды, и хорошо еще если делает это своевременно и без их искажения, а иногда и просто блокирует прохождение команд на исполнение. Именно о подобных случаях говорят: "Начальник уехал в служебную командировку и работа подразделения неожиданно стабилизировалась, наладилась, сотрудников перестало лихорадить". В организациях уровень системности может понижаться при неоправданном разбухании административного аппарата.

В технической системе при ее повреждении также уменьшается количество исправных функциональных элементов, а также узлов и подсистем, в результате чего уменьшается уровень системности и степень детерминированности, т.е. управляемости системы.

В этой связи предлагается специально различать управляющие воздействия, целью которых является перевод объекта управления в заранее заданное целевое состояние без изменения его уровня системности и степени детерминированности, т.е. ***использование*** объекта управления, и *управляющие воздействия направленные на повышение самого уровня системности и степени детерминированности объекта управления, т.е.* ***организующие управляющие воздействия, направленные на создание и развитие*** *объекта управления.*

Если в первом случае управляющие факторы можно оценивать по силе и направлению их влияния на объект управления, то во втором случае – по величине и направлению изменения уровня системности и степени детерминированности, которые можно количественно измерять с помощью предложенных выражений системной теории информации для коэффициентов эмерджентности Хартли и Харкевича, названных так в работе [97] в честь этих выдающихся ученых.

10.2. Исследование влияния подсистем различных уровней иерархии на эмерджентные свойства системы в целом с применением АСК-анализа и интеллектуальной системы "Эйдос" (микроструктура системы как фактор управления ее макросвойствами)

“Истинное знание – это знание причин”
Френсис Бэкон (1561–1626 гг.)

Дальнейшее изложение основано на рабате [253], нумерация формул, рисунков и таблиц сохранены.

Проблема, решаемая в научных исследованиях, состоит в выявлении силы и направления влияния состава и особенностей внутренней иерархической микроструктуры структуры систем на их внешне наблюдаемые на макроуровне свойства, т.е. по сути, в выявлении и исследовании вида причинно-следственных зависимостей между составом, внутренней структурой и эмерджентными свойствами систем.

Другой формой этой же *проблемы* является построение на основе эмпирических данных[22] *формальной модели*, количест-

[22] т.е. на основе описаний структуры, свойств и поведения объектов под влиянием различных воздействий, полученных из опыта

венно отражающей силу и направление влияния значений факторов на поведение моделируемого объекта, в частности на его переход в различные будущие состояния.

Такая формальная модель обеспечивает решение ряда как прямых, так и обратных задач.

Прямые задачи (задачи идентификации, распознавания и прогнозирования):

1. Прогнозирование свойств системы по ее составу и структуре.

2. Идентификация состояния системы по ее признакам.

3. Прогнозирование будущих состояний объекта управления по системе действующих на него значений факторов.

Задачи управления (обратные задачи прогнозирования):

4. Определение такого состава и такой структуры системы, которые обусловливают заранее заданные ее свойства.

5. Определение такой системы значений управляющих факторов, которая переводит объект управления в заранее заданное целевое состояние.

Идентификация и распознавание – это просто синонимы. При идентификации считается, что признаки объекта и его состояние, которое нужно определить по этим признакам, относятся к одному моменту времени[23]. *Прогнозирование* отличается от идентификации тем, что (признаки) значения факторов относятся к прошлому времени, а состояния объекта к будущему[24].

Задача управления (выработки управляющих воздействия) является *обратной* по отношению к задаче прогнозирования, так как при прогнозировании мы по значениям факторов, относящимся к прошлому, определяем будущее состояние объекта, а при управлении, наоборот, по заданному целевому (желательному) состоянию объекта управления определяем такую систему значений факторов, которая по определенным критериям[25] наи-

---

[23] Конечно, фактически и при идентификации признаки всегда относятся к прошлому, а идентифицируемые состояния к будущему, т.к. процесс получения информации о наличии признаков и сам процесс идентификации занимает определенное время.

[24] Может быть исследован вопрос влияния будущего на прошлое, а также влияния друг на друга одновременных событий, которые, по-видимому, причинно-следственно не связаны друг с другом.

[25] Например, с наибольшей силой или с наиболее дешево на единицу силы влияния.

более эффективно обусловливает (детерминирует) переход объекта в это целевое состояние.

Сформулированные задачи имеют очень общий характер, так как, по сути, являются вариациями одной математической задачи в различных областях науки и практики, например:

– *в генетике:* исследование и выявление силы и направления влияния признаков генома и окружающей среды на фенотип (смысловая интерпретация генома с применением технологий искусственного интеллекта: признаки генома и окружающей среды как факторы управления фенотипом);

– *в психологии* (управление персоналом): исследование зависимости личностных и профессиональных качеств человека от его реакции на осознаваемый и неосознаваемый стимульный материал (в частности на опросники); исследование влияния личностных и профессиональных качеств человека на успешность его работы на различных должностях; прогнозирование успешности деятельности конкретного человека на различных должностях на основе ранее выявленных его личностных и профессиональных качеств; разработка «Эйдос-реализации» психологических тестов на основе их опросников и шкал, включая среду применения, а также разработка интегральных тестов на основе стандартных тестов;

– *в педагогике:* исследование влияния педагогических технологий (в том числе: укомплектованности докторами и кандидатами наук, профессорами и доцентами, методов преподавания, технической оснащенности, учебно-методического обеспечения) на качество образования[26] вообще и уровень предметной обученности в частности, а также на успешность профессиональной деятельности по специальности после окончания обучения; оценка уровня преподавания в учебном заведении; прогнозирование учебных достижений учащихся по свойствам их личности и ха-

---

[26] Образование – это обучение, воспитание и развитие. Обучение – это предметная обученность, т.е. знания, умения и навыки. Вопросы обучения в современной науке проработаны наиболее тщательно. Воспитание включает цели, ценности, мотивации и другие качеств личности. Какие именно из них формировать и каким способом – это изучено намного слабее, чем вопросы обучения. Что же такое развитие в настоящее время в науке вообще освещено слабо. Достаточно сказать, что в современной науке есть теория познания, но нет теории сознания.

рактеристикам образовательного и учебного процесса; выработка рекомендаций по совершенствованию образовательных технологий;

– *в экономике:* исследование влияния внутренней структуры предприятия на эффективность ее деятельности; исследование влияния технологических, экономических, социально-политических, природных и иных факторов на результаты экономической деятельности предприятий, отраслей и регионов; оценка и прогнозирование эффективности работы предприятий, выработка научно-обоснованных рекомендаций по совершенствованию деятельности; прогнозирование динамики и сценариев развития фондового рынка, поддержка принятия решений на фондовом рынке;

– *в агрономии:* исследование влияния агротехнологических факторов, биологических свойств сортов и факторов окружающей среды на количественные и качественные результаты выращивания сельскохозяйственных культур; *прогнозирование* результатов применения конкретных агротехнологий для выращивания конкретных культур в заданных условиях (почвы, предшественники, климат); разработка рекомендаций по системе агротехнологий, обеспечивающей заданный результат выращивания; определение степени соответствия условий зон и микрозон выращивания, требованиям, предъявляемым конкретными культурами и сортами;

– *в кулинарии:* исследование влияния рецептуры и технологии на вкусовые и потребительские свойства продуктов питания; разработка рекомендаций по рецептурам и технологиям, обеспечивающим получение продуктов питания с заданными вкусовыми и потребительскими свойствами;

– *в металлургии:* исследование влияния состава и технологии на свойства сплавов; разработка рекомендаций по составу и технологиям, обеспечивающим получение сплавов с заданными свойствами;

– *в химии:* исследование зависимости химических свойств химических элементов от структуры атомов; зависимость свойств химических соединений от элементного состава и структуры молекул; прогнозирование свойств новых элементов и химических соединений по их составу и структуре; разработка рекомендаций по составу и структуре новых соединений с заранее заданными свойствами;

– _в физике:_ описание физических явлений и законов физики в различных областях физики на языке теории информации; применение теории управления для управления физическими процессами на различных уровнях организации материи;

– _в технических науках:_ выявление зависимостей свойств новых материалов и технических систем от их состава, структуры и технологии создания; прогнозирование свойств новых материалов и технических систем и выработка рекомендаций по технологии их создания с заранее заданными свойствами;

– _в теории управления_: выявление и исследование силы и направления влияния значений факторов на свойства и поведение объекта управления; *прогнозирование* поведения объекта управления под воздействием заданной системы значений управляющих факторов; выработка такого *управляющего* воздействия, которое с наивысшей степенью детерминированности переведет объект управления в заданное целевое состояние;

– _в медицине:_ исследование зависимости диагноза от клинической картины и симптоматики и зависимости плана лечения от диагноза; постановка диагноза и прогнозирование успешности лечения по симптоматике; выработка плана лечения по диагнозу;

– _в биологии:_ исследование зависимости потребительских, технологических и адаптивных свойств сортов от их фенотипических (ботанических) признаков, физиологии и генотипа; выработка рекомендаций по получению новых сортов и культур;

– _в ампелографии:_ создание семантической информационной модели, отражающей количество знаний, содержащихся в факте наблюдения каждого морфологического и биолого-хозяйственного признака у конкретного образца винограда о том, что этот образец относится к каждому из сортов, представленных в модели. Данную модель можно использовать для решения задач ампелографии, т.е. для идентификации образцов винограда или автоматизированного отнесения образца к сортам на основе его описания с определением количественной меры сходства образца с каждым сортом, а также для количественного определения степени сходства сортов друг с другом путем агломеративной и дивизивной древовидной кластеризации;

– *в лингвистике:* исследование взаимосвязи между символами и словами, между смыслом фразы и словами, из которых она состоит;

– *в теории чисел:* исследование взаимосвязи между свойствами цифр и чисел из них, между сложными числами и простыми числами, произведениями которых они являются, исследование других взаимосвязей между числами.

Эти примеры можно легко продолжить, но для целей данной работы и уже приведенных вполне достаточно. Остается добавить, что по многим из приведенных примеров автором проведены *конкретные* исследования и разработки интеллектуальных приложений[27], т.е. поставлены и решены перечисленные выше задачи идентификации, прогнозирования и поддержи принятия решений в различных предметных областях и сделано это на единой методологической и инструментально-технологической основе Автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ) и его программного инструментария – интеллектуальной системы «Эйдос».

Рассмотрим, как на теоретическом уровне, так и на простом численном примере, как решается поставленная проблема в АСК-анализе.

Система есть множество взаимосвязанных элементов, что обеспечивает возникновение новых, так называемых системных или эмерджентных свойств, которых не было у элементов системы до их объединения в систему, что обеспечивает системе преимущества в достижении целей. Таким образом, понятие системы основано на понятии множества, но выходит за его пределы, т.е. является его *обобщением*, т.к. включает также понятия *взаимосвязей* между элементами, за счет которых образуются подсистемы различных уровней иерархии, образующие *структуру* системы [97, 170, 189, 191, 196, 201, 240, 241, 245, 248]. На рисунках 1 и 2 представлены в условном виде *все возможные* подсистемы, образующиеся из 3-х и из 4-х базовых элементов, являющихся простыми числами, путем их перемножения в различных сочетаниях:

---

[27] См., например: http://lc.kubagro.ru/aidos/index.htm
http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=11

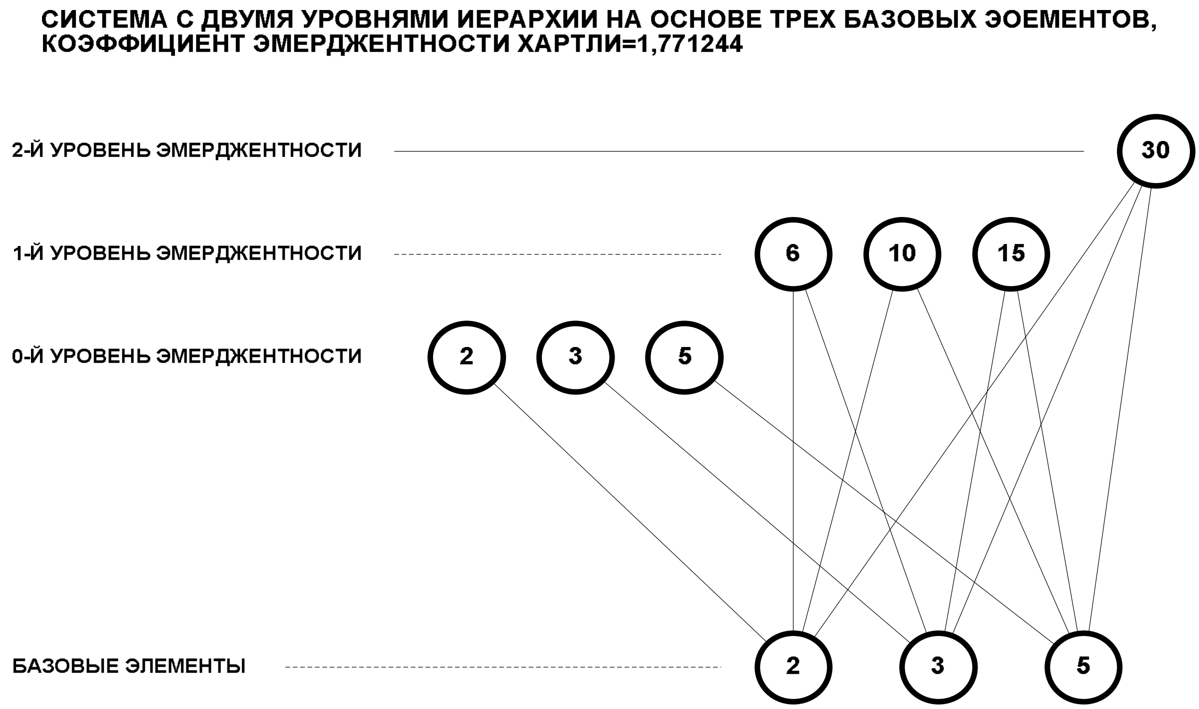


Рисунок 1. Пример системы сложных чисел, основанных на 3 простых числах

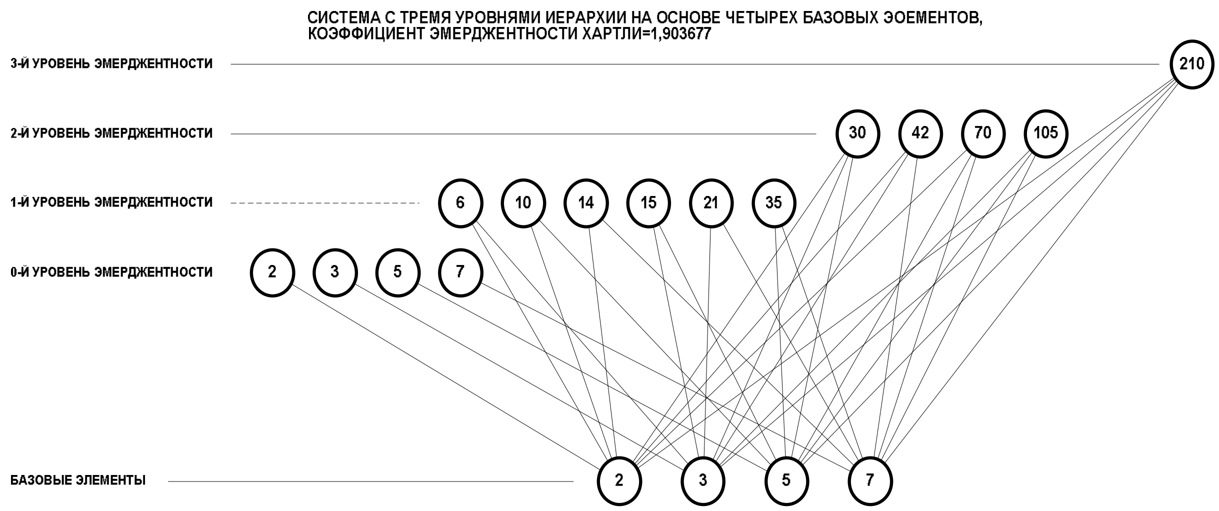


Рисунок 2. Пример системы сложных чисел, основанных на 4 простых числах

Базовыми элементами будем называть элементы исходного множества, на основе которого образуется система. При этом подсистемы *различных уровней иерархии* некоторой системы, основанной на n базовых элементов, *могут* включать различное количество базовых элементов m, где m может изменяться от 1 до n. Конечно, реальные системы включают не все *в принципе воз-*

можные подсистемы, а лишь некоторые из них, поэтому на одном и том же множество базовых элементов могут основываться большое количество различных систем, одинаковых по составу (базовым элементам), но отличающихся своими структурами (подсистемами). Уровень базовых элементов будем считать нулевым уровнем иерархии системы, подсистемы, состоящие из 2-х базовых элементов – 1-м уровнем иерархии, и т.д., т.е. подсистемы из m базовых элементов образуют k-й уровень иерархии, где k=m-1.

Отметим, что выбор в качестве примера системы, основанной на базовых элементах, являющихся простыми числами, с подсистемами, образующимися путем перемножения базовых элементов в различных сочетаниях, не накладывает каких-либо ограничений на применимость полученных на этом примере выводов в различных предметных областях, т.к. простые числа можно рассматривать как условные *коды* признаков систем или значений действующих на них факторов, а составные числа – кодами эмерджентных свойств этих систем, образующихся путем взаимодействия соответствующих базовых элементов, к тому же разложение сложных чисел на простые множители является *единственным*. Таким образом, приведенный в работе пример адекватно представляет в символической форме как все вышеперечисленные примеры решения прямых и обратных задач идентификации и прогнозирования в различных предметных областях, так и все не перечисленные аналогичные задачи.

Если выдвинуть весьма правдоподобную гипотезу, что *свойства системы в целом обусловливаются ее составом и структурой*, то можно считать, что между этими свойствами и подсистемами различных уровней иерархии существует взаимно-однозначное соответствие, т.е.:

– на нулевом уровне иерархии свойства системы соответствуют непосредственно самим элементам;

– на первом уровне иерархии свойства системы соответствуют подсистемам, образованных из пар базовых элементов в различных сочетаниях;

– на втором уровне иерархии свойства системы соответствуют подсистемам, образованных из троек базовых элементов в различных сочетаниях;

– на третьем уровне иерархии свойства системы соответствуют подсистемам, образованных из четверок базовых элементов в различных сочетаниях;

- -

– на k-ом уровне иерархии свойства системы соответствуют подсистемам, образованных из m базовых элементов в различных сочетаниях, где k=m–1.

Таким образом, будем считать, что:

1. Система включает в свой *состав* не только базовые элементы, на которых она основана, но и различные подсистемы из тех же базовых элементов в различных сочетаниях и эти подсистемы образуют иерархическую *структуру* системы.

2. Базовые элементы системы будем считать ее *подсистемами* нулевого уровня иерархии.

3. Свойства системы в целом соответствуют ее подсистемам различных уровней иерархии, поэтому *все уровни иерархии, за исключением нулевого, вполне обоснованно называть уровнями эмерджентности*.

Ясно, что чем меньше базовых элементов в подсистемах, т.е. чем более *простыми* являются подсистемы, тем ближе свойства системы в целом к свойствам исходного множества базовых элементов, на которых основана данная система. На основании этого можно утверждать, что *понятие системы является обобщением понятия множества*. При этом выполнятся *принцип соответствия*[28] между этими понятиями, т.к. система плавно переходит в множество собственных базовых элементов при уменьшении сложности ее структуры, т.е. числа уровней иерархии и подсистем на этих уровнях до нуля.

Будем считать, что *уровень системности (эмерджентность) системы* тем выше, чем больше ее свойства отличаются от свойств множества базовых элементов, на которых она основана. Будем считать, что максимальное количество эмерджентных свойств системы в целом E_W^M, состоящей из *M* базовых элементов, равно количеству ее подсистем различных уровней иерархии, т.е. различной сложности (1):

---

[28] См., например: http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20соответствия

$$E_W^M = \sum_{m=1}^{M} C_W^m \tag{1}$$

где:

W – количество подсистем в системе, т.е. количество состояний системы или количество ее эмерджентных свойств;

m – число базовых элементов в подсистеме (сложность подсистемы);

M – максимальное количество базовых элементов в подсистеме (максимальный уровень сложности подсистем) $M <= W$.

В работах [97, 170, 189, 191, 196, 201, 240, 241, 245, 248] предложены, обоснованы, развиты и исследованы абсолютные и относительные *количественные меры уровня системности (эмерджентности) системы*, в качестве которых автором в 2002 году предложены системное обобщение выражения Хартли для количества информации *в системе* (2), основанной на W базовых элементов и его отношение к классическому количеству информации по Хартли (3) *в множестве* тех же базовых элементов [97] (4):

$$I_{sys} = Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m \tag{2}$$

$$I_{klas} = Log_2 W \tag{3}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}} \tag{4}$$

Таким образом, этот коэффициент количественно отражает максимально возможную степень отличия системы от множества его базовых элементов. Поскольку выражение (4) основано на классическом выражении Хартли для количества информации (3) и его системном обобщении, предложенном автором (2), то в работе [97] для него было *предложено* название: «Коэффициент эмерджентности Хартли», однако, в работах ряда авторов эти и другие результаты преподносятся как собственные без ссылок на первоисточники[29], другие, напротив почему-то думают, что эта информационная мера уровня мера системности была предположена самим Р.Хартли.

Из вышеизложенного ясно, что уровень системности (эмерджентности) системы или ее *сложность* определяется не только числом базовых элементов в ней, но и *взаимосвязями* между ними, т.е. *структурой* системы, и *при уменьшении интенсивности и количества этих взаимосвязей система дезинтегрируется, т.е. структура системы упрощается*, пока полностью не исчезнет и система не превратится в простое множество собственных базовых элементов. Значит уровень системности или эмерджентность системы тем выше, чем выше сила и сложность взаимосвязей между ее базовыми элементами. В работе [97] сформулирована и численно исследована гипотеза о законе возрастания эмерджентности (рисунок 3):

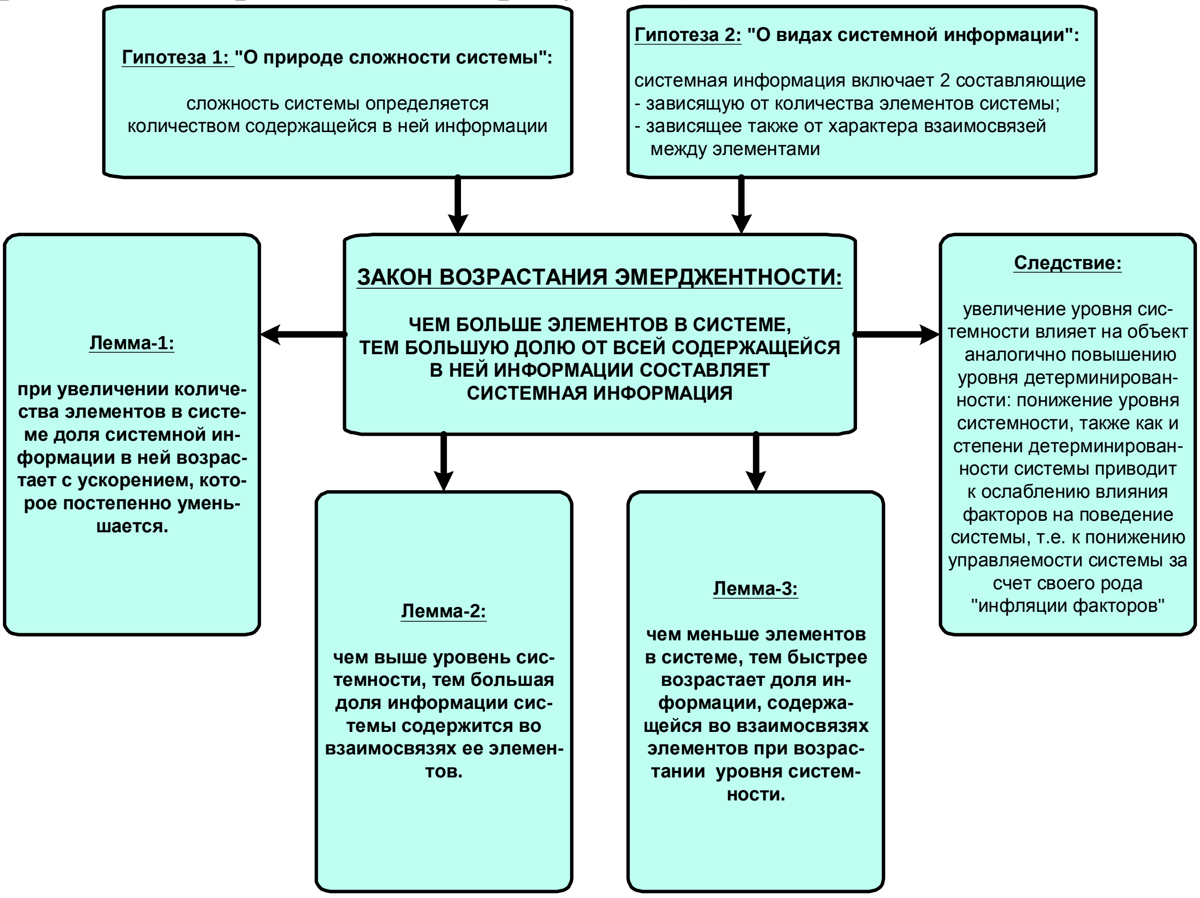


Рисунок 3. Гипотеза о законе возрастания эмерджентности [97]

---

[29] Об этом см., например: Вяткин В.В. Групповой плагиат: от студента до министра. // Троицкий вариант. № 91: 08.11.2011 – Электронный ресурс. – [Режим доступа]: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/

Но как связан уровень системности с управляемостью системы? Интуитивно понятно, что чем сложнее система, тем сложнее ей управлять. Фундаментальный принцип, раскрывающий *природу взаимосвязи* между сложностью системы и проблематичностью управления ею предложен одним из основателей кибернетики Уильямом Россом Эшби и в современной науке носит его имя.

Уильям Росс Эшби, 1960 год.

Принцип Эшби: «Управление может быть обеспечено только в том случае, если *разнообразие* средств управляющего (в данном случае всей системы управления) по крайней мере не меньше, чем *разнообразие* управляемой им ситуации» [30].

Обычно принцип Эшби интерпретируется таким образом, что число факторов в модели должно быть не меньше числа состояний объекта управления.

Принцип Эшби не означает, что если модель объекта управления отражает не все действующие на него факторы[31], то управление им будет невозможно, а означает лишь, что в этом случае управление будет не полным, не детерминистским. При этом под фактором фактически понимается значение фактора и неявно предполагается, что каждое будущее состояние объекта управления детерминируется одним значением фактора и между значениями факторов и состояниями существует взаимнооднозначное соответствие, т.е. *по сути, предполагается, что модель объекта управления является детерминистской, факторы не зависят друг от друга (ортонормированны) и не взаимодействуют друг с другом, т.е. по сути, образуют множество, а не систему факторов.* Однако *если рассматривать объект управления как систему в цикле управления* (рисунок 4), то можно интерпретировать

[30] http://ru.wikipedia.org/wiki/Эшби,%20Уильям

[31] Факторы, действующие на объект управления делятся на внутренние и внешние, а внешние в свою очередь на технологические факторы, т.е. факторы зависящие от управляющей системы, и факторы окружающей среды, независящие от нее.

признаки как значения факторов, воздействующих на систему, а *классы как эмерджентные свойства системы или ее будущие состояния*, некоторые из которых являются целевыми, а некоторые нежелательными:

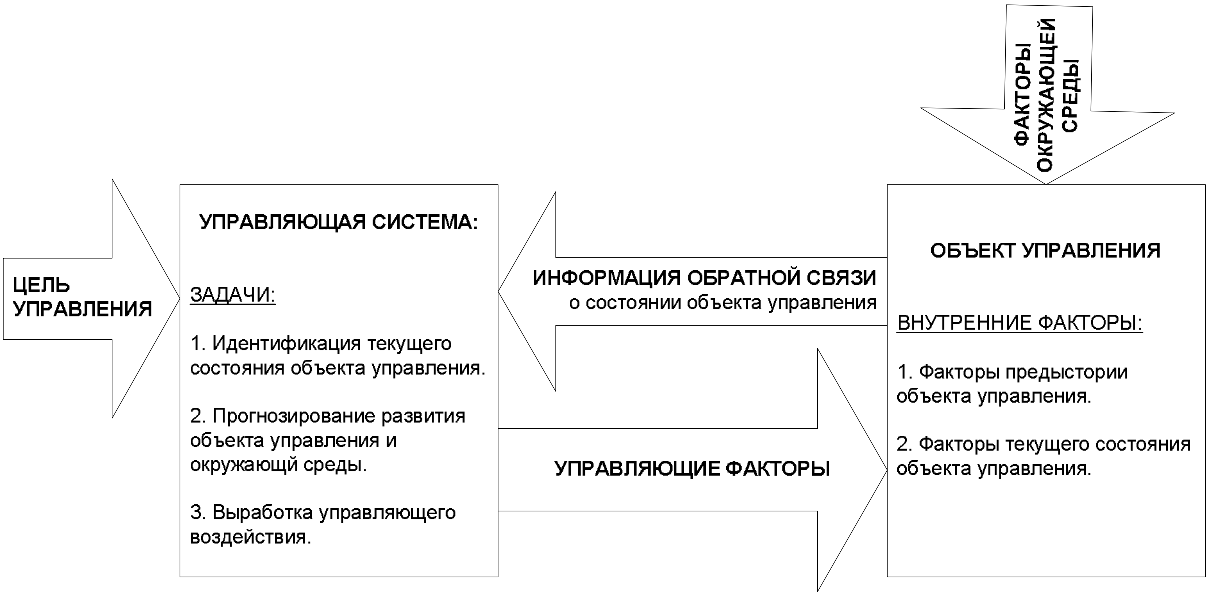


Рисунок 4. Объект управления как система в цикле управления

По мнению авторов это означает, что принцип Эшби может быть обобщен с учетом системных представлений следующим образом:

«Для того чтобы управление было полным (детерминистским) модель объекта управления должна описывать силу и направление влияния на объект управления не меньшего суммарного количества различных сочетаний значений факторов, чем количество возможных будущих состояний объекта управления». Если записать это высказывание в форме математического выражения, то получим (5):

$$\sum_{m=1}^{M} C_W^m \geq W \tag{5}$$

Из выражения (5), естественно при W<>0, следует эквивалентная форма (6):

$$\frac{\sum_{m=1}^{M} C_W^m}{W} \geq 1 \tag{6}$$

Предлагается также следующая формулировка <u>*системного обобщения принципа Эшби*</u>: «*Чем больше различных сочетаний значений факторов действует на объект управления, тем выше степень детерминированности управления им*». Из сравнения выражений (6) и (4) можно сделать вывод о том, что из приведенной выше формулировки системного обобщения принципа Эшби вытекает *следствие*: «*Степень детерминированности управления системой тем выше, чем выше ее эмерджентность (уровень системности), количественно измеряемая коэффициентом эмерджентности Хартли*».

Если в классическом принципе Эшби объект управления рассматривается как *многофакторный линейный черный ящик*[32], т.е. черный ящик со многими входами и многими выходами не имеющий никакой внутренней структуры, то в системном обобщении принципа Эшби объект управления рассматривается как *система однофакторных черных ящиков*, каждый из которых имеет один вход и один выход, взаимодействующих между собой и образующих подсистемы, что приводит к нарушению линейности объекта управления. Таким образом, системное обобщение принципа Эшби основано на введении внутренней иерархической структуры черного ящика.

<u>*Объект управления называется линейным*</u>, если результат совместного действия на него совокупности факторов равен ***сумме*** результатов влияния на него каждого из этих факторов по отдельности [273]. Это означает, что *в линейном объекте управления факторы не взаимодействуют между собой*, не образуют подсистем детерминации, т.е. по сути, являются не системой, а *множеством* факторов. В нелинейных объектах управления факторы образуют систему с определенным уровнем системности, с новыми эмерджентными (системными) свойствами, не сводящимися к свойствам факторов, рассматриваемым по отдельности. Чем ниже эмерджентность (уровень системности) объекта управления, тем он как система ближе к множеству и к линейности.

В работе [97] для количественной оценки степени детерминированности системы предложен и численно исследован коэф-

---

[32] http://ru.wikipedia.org/wiki/Чёрный%20ящик

фициент эмерджентности, названный *в честь* А.А.Харкевича «Коэффициентом эмерджентности Харкевича» (7):

$$\boxed{\Psi = \frac{Log_2 W^{\varphi}}{Log_2 N}}, \tag{7}$$

где N – количество фактов, обобщенных в модели объекта управления. *Фактом* является одновременное наблюдение на опыте двух событий: «Объект управления перешел в j-*е* состояние» и «На объект управления действовало i-*е* значение фактора».

Александр Александрович Харкевич (21.1(3.2).1904 – 30.3.1965)

Александр Александрович Харкевич, директор Института проблем передачи информации АН СССР академик АН СССР, является выдающимся советским ученым, внесшим огромный вклад в создание семантической теории информации тем, что внес в теорию информации представление о **цели** (и тем самым об **управлении**) и *фактически, как стало ясно уже в наше время [245, 248]* ***предложившим количественную меру знаний***.

Из вида выражения (7) для коэффициента эмерджентности Харкевича Ψ очевидно, что увеличение *уровня системности* φ влияет на семантическую информационную модель аналогично повышению уровня детерминированности системы: понижение уровня системности, также как и степени детерминированности системы приводит к ослаблению влияния факторов на поведение системы, т.е. к <u>понижению управляемости</u> системы за счет своего рода "<u>инфляции факторов</u>" [97]. Иначе говоря, если на объект управления действует *ортонормированная система факторов, т.е. множество факторов, не связанных между собой,* и к этой системе добавляется еще один фактор, *тождественный* по своему влиянию одному из уже имеющихся, то суммарное влияние этого нового фактора и тождественного останется тем же самым, т.е. распределится между ними поровну (рисунок 5).

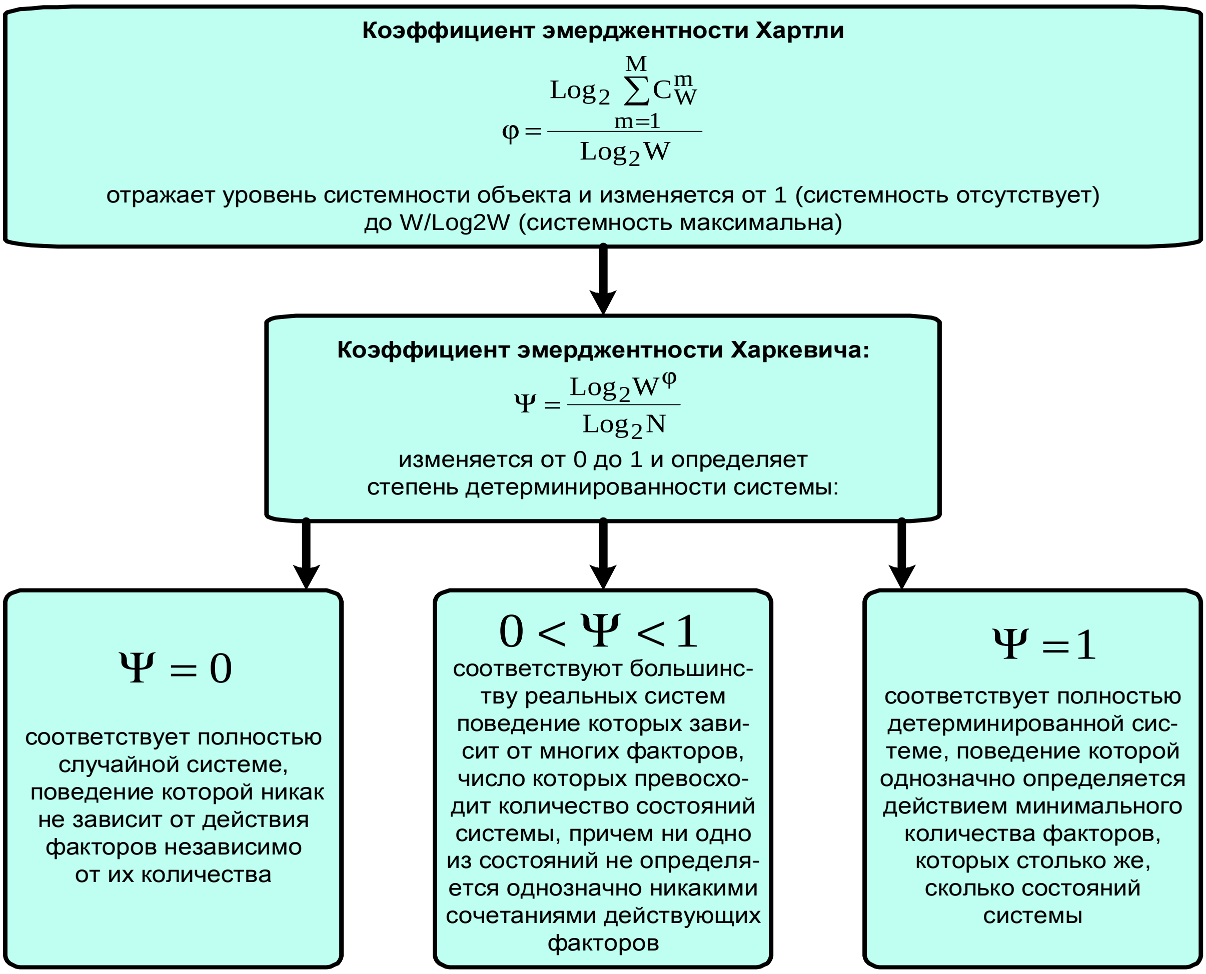


Рисунок 2. Интерпретация и взаимосвязь коэффициентов эмерджентности Хартли и Харкевича согласно [97]

Таким образом, ***коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича можно обоснованно считать количественным выражением системного обобщения принципа Эшби.***

Общим для всех сформулированных в начале работы задач, и обобщенных, и из разных предметных областей, является *неизвестность характера или вида причинно-следственных зависимостей* между составом, иерархической структурой и свойствами объектов, или между значениями действующих на объект значениями факторов и его поведением. Однако для решения задач идентификации (распознавания), прогнозирования и принятия решений *необходимо знать вид этих зависимостей*, следовательно, *необходимо выявить и отразить их в формальной модели* перед решением этих задач. При этом источником исходных данных для построения *формальной модели* могут быть только эмпирические данные, полученные из опыта путем наблюдения или в специально организованных экспериментах. Соответственно, возникает принципиальный вопрос, который можно сформулировать следующим образом: «*Возможно ли на основе ряда примеров систем с известными внутренним составом и иерархической структурой с одной стороны, и внешне наблюдаемыми свойствами с другой стороны, выявить в количественной форме силу и направление причинно-следственных связей между ними?*».

Автоматизированный системно-когнитивный анализ (АСК-анализ) и его программный инструментарий – интеллектуальная система «Эйдос» [97] позволяют утвердительно ответить на этот вопрос, т.к. предоставляют ряд новых возможностей для построения и верификации на основе эмпирических данных формальных моделей, отражающих силу и направление причинно-следственных связей между составом, структурой и свойствами объектов или между значениями действующих на объект значениями факторов и его поведением, а также для решения на основе этих моделей задач идентификации, прогнозирования и принятия решений.

Однако перед тем как непосредственно перейти к рассмотрению этих возможностей кратко обсудим некоторые методологические аспекты создания и применения формальных моделей в научном познании.

Основываясь на работе [245] будем считать, что:

– закономерности – это причинно-следственные зависимости, выявленные на исследуемой выборке и распространяемые лишь на саму эту выборку;

– эмпирический закон – это закономерности, выявленные на исследуемой выборке и распространяемые на некоторую более широкую предметную область, в которой действуют *те же причины их существования*, что и в исследуемой выборке и эта более широкая предметная область называется *генеральной совокупностью*, по отношению к которой исследуемая выборка *репрезентативна*.

Важно, что генеральная совокупность является *более широкой*, чем исследуемая выборка, причем не только в пространстве, но и во времени. *Периоды* времени, в течение которых закономерности в предметной области существенно не меняются, называются *периодами эргодичности*. Можно сказать, что эргодичность – это репрезентативность во времени. Границы между периодами эргодичности называются точками бифуркации. Будем считать, что *генеральная совокупность эргодична по отношению к исследуемой выборке, а граница генеральной совокупности состоит из точек бифуркации*.

Таким образом, ***если формальная модель адекватна, то по результатам ее применения невозможно определить в какой именно подобласти генеральной совокупности (области репрезентативности и эргодичности) она применяется.*** Важно отметить, что сформулированное положение *никак не привязано к конкретной предметной области*, исследуемой той или иной наукой.

В *физике* сходный, но *более ограниченный* смысл имеют принципы относительности Галилея и Эйнштейна: «Все физические процессы в *инерциальных системах отсчёта*[33] протекают одинаково, независимо от того, неподвижна ли система или она находится в состоянии равномерного и прямолинейного движения[34]». При этом под «физическими процессами» в принципе относительности Галилея подразумеваются только механические явления, а Эйнштейна – кроме того, и электромагнитные, в частности оптические. Поэтому если мы находимся в замкнутой инерциальной системе отсчета, то по протеканию физических процессов невозможно определить, движется она или покоится, а также в каком месте пространства и в каком времени она движется иди покоится. Из принципа относительности Эйнштейна вытекают преобразования Лоренца, которые являются релятивистским обобщением преобразований Галилея и относительно которых инвариантны уравнения Максвелл, описывающие электромагнитные явления.

Это дает основания называть сформулированное положение «Обобщенным принципом относительности». Предлагается следующая формулировка *обобщенного принципа относительности*, относящегося не только к механическим и электромагнитным явлениям, но и вообще ко всем явлениям, в том числе еще не обнаруженным и даже к тем, которые в принципе никогда не бу-

---

[33] http://ru.wikipedia.org/wiki/Инерциальная%20система%20отсчёта
[34] http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20относительности

дут обнаружены человечеством: «Законы природы открытые в одном месте и в определенное время действуют и в других местах и в другое время», *поэтому по виду законов природы в замкнутой лаборатории невозможно определить в каком месте (пространства) и в каком времени эта лаборатория находится, т.е.* ***по виду законов природы внутри лаборатории невозможно локализовать ее в пространстве-времени***. По-видимому, из этого утверждения также могут быть выведены преобразования, являющиеся обобщением преобразований Лоренца для различных предметных областей, а не только для физики.

Обобщенный принцип относительности является методологической основой *синтеза* формальной модели объекта управления[35] на основе исследуемой выборки, и *применения* этой модели в течение периода эргодичности для решения задач идентификации, прогнозирования и принятия решений в некоторой генеральной совокупности, по отношению к которой исследуемая выборка репрезентативна.

На этом утверждении фактически основана вся современная наука, так как когда ученые открывают и исследуют в своих лабораториях новые явления природы и новые законы, то они при этом неявно предполагают, что открываемое ими новое знание будет использоваться не только лично ими, но *в будущем* пригодится и другим людям, причем и *в других странах*. Они также предполагают, что изучив законы природы в своих лабораториях они могут на их основе делать выводы об объектах и процессах, весьма удаленных в пространстве и времени, а также об объектах существенно других масштабов, чем изучаемые в лаборатории.

<u>*Пример-1.*</u> Исследуя излучение света нагретыми химическими элементами ученые могут по спектрам этого излучения определять химический состав веществ не только на Земле, но и химический состав далеких планет, Солнца и других звезд, в том числе в других галактиках. Правда наблюдается «красное смещение» спектральных линий, которое сегодня объясняется законом

---

[35] т.е. формальной модели, отражающей силу и направление причинно-следственного влияния значений факторов на поведение моделируемого объекта.

Хаббла[36] и расширением вселенной[37], хотя известно, что возможны и другие объяснения. <u>*Предлагается гипотеза*</u> о том, «красное смещение» может быть объяснено не только расширением вселенной, но и *ускорением темпа времени в ней* (или совместным действием этих факторов в разных сочетаниях степени их влияния на появление этого эффекта[38]). При этом фотоны, которые мы регистрируем на Земле, относятся к тем более отдаленному прошлому, чем дальше находится источник их излучения от Земли, и смещение их частоты в красную сторону отражает на сколько темп времени в источнике их излучения меньше, чем на Земле. В замкнутой системе отсчета нет возможности определить, изменился ли темп времени в ней, даже если он изменится в 1000 раз, но это возможно при взаимодействии нескольких систем отсчета с разным темпом времени в них. Например, когда человек спит, то в течение нескольких секунд может увидеть сон с событиями, которые занимают 2-3 часа и при этом ему не кажется, что эти события происходят в каком-то ускоренном темпе, но это только потому, что во время сна он не осознает событий в физической реальности и не имеет возможности сравнить темп их реализации.

<u>*Пример-2.*</u> Изучив законы гравитации на Земле и в Солнечной системе ученые могут применять их в масштабах нашей и других галактик, а также в масштабах метагалактики. Правда при этом обнаруживается *фактическое* несоблюдение этих законов даже уже в масштабах галактики и для объяснения этого предполагается существование «темной материи[39]» и «темной энергии», свойства которых и распределение в пространстве как раз таковы, что позволяют «объяснить» расхождение теории с фактом, хотя известно, что возможны и другие объяснения. Например, энергии гравитационного поля соответствует масса, которая в свою очередь создает гравитационное поле, т.е. гравитационное поле является нелинейным самосогласованным полем. Правда заметным

[36] http://ru.wikipedia.org/wiki/Закон%20Хаббла
[37] http://ru.wikipedia.org/wiki/Хаббл,%20Эдвин%20Пауэлл
[38] Расширение вселенной тоже должно приводить к ускорению темпа времени, т.к. должно сопровождаться уменьшением плотности массы и напряженности гравитационного поля.
[39] http://ru.wikipedia.org/wiki/Тёмная%20материя

это становится лишь при очень больших по напряженности или по объему гравитационных полях, т.е. как раз в очень больших масштабах, порядка размеров галактики и больше, или вблизи таких экзотических объектов, как черные дыры. *Предлагается гипотеза*, что никакой «темной материи и энергии» нет, но есть *дополнительное* гравитационное поле, которое объясняли их наличием, однако это дополнительное гравитационное поле создается самим гравитационным полем.

Ама́лия Э́мми Нётер[40]
23.03.1882 – 14.04.1935

В соответствии с фундаментальной теоремой Эмми Нётер[41] из симметрий пространства-времени: однородности и изотропности пространства и однородностью времени, следуют, соответственно, законы сохранения импульса, момента количества движения и энергии[42]. Выполнение принципа относительности Галилея-Эйнштейна обусловлено тем, что законы физики не меняются при инерциальном смещении системы отсчета (в т.ч. в гравитационном поле), и одинаковы при смещении в разных направлениях, во времени, и при поворотах.

Получается, что есть основания сформулировать следующую *гипотезу*: «Принцип относительности выполняется по тем же причинам, по которым существуют законы сохранения и этими причинами являются симметрии пространства-времени».

В этой связи возникают два принципиальных вопроса:

Вопрос-1. В какой степени абстрактная модель полностью однородного и изотропного пространства-времени, рассматриваемая в теореме Нётер, соответствует свойствам реального пространства-времени, т.е. на сколько адекватно эта абстрактная модель отражает реальность?

---

[40] http://ru.wikipedia.org/wiki/Файл:Noether.jpg
[41] http://ru.wikipedia.org/wiki/Нётер,%20Эмми
[42] В современной физике законов сохранения гораздо больше и все они связаны с определенными симметриями пространства-времени, а также с динамическими симметриями, см., например: http://www.ugatu.ac.ru/ddo/KSE/01/0123/ks012300.htm

Вопрос-2. Если реальные пространство не является полностью однородным и изотропным и реальное время не совсем однородно, то каким образом это отклонение их свойств от свойств абстрактного полностью однородного и изотропного пространства-времени сказывается на степени соблюдения законов сохранения импульса, момента импульса и энергии, а также на точности принципа относительности?

Естественно, 2-й вопрос становится актуальным в случае неполной адекватности абстрактной модели абсолютно однородного и изотропного пространства-времени, рассматриваемого в теореме Нётер.

Альберт Эйнштейн 14.03.1879 – 18.04.1955

В современной науке считается, что свойства реального (физического) пространства-времени определяются распределением масс, т.к. гравитация согласно *модели* общей теории относительности (ОТО)[43] Альберта Эйнштейна[44] представляет собой деформацию пространства-времени, т.е. *нарушение его однородности и изотропности*, вызванное распределением массы-энергии. Поэтому пространство-время может быть однородным и изотропным только в однородной и изотропной вселенной, в которой это условие выполняется для распределения массы-энергии как в микро, так и в мега масштабах[45].

Следовательно, ответ на 1-й вопрос, по сути, сводится к ответу на вопрос об однородности и изотропности распределения массы-энергии во вселенной.

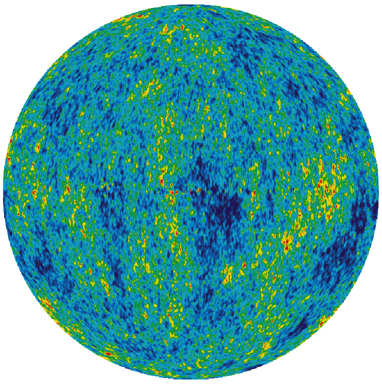
На уровне микро масштабах об однородности и изотропности распределения масс не может быть и речи, т.к. всем хорошо известно, каким сложным образом движутся планеты вокруг Солнца и спутники планет вокруг них. Недавно в ряде работ с

---

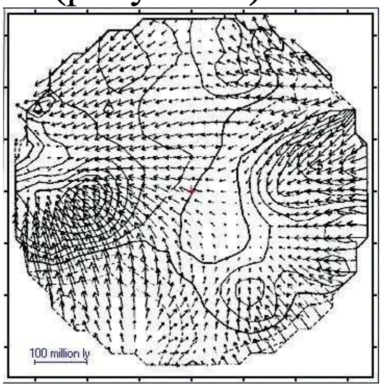
[43] См.:, например: http://ru.wikipedia.org/wiki/Общая%20теория%20относительности
[44] http://ru.wikipedia.org/wiki/Эйнштейн,%20Альберт
[45] Микро масштабом вселенной можно считать уровень звездных систем, например Солнечной системы, мега масштабами – структуру метагалактики.

участием автора выяснилось[46], что *это движение оказывает довольно заметное влияние* на движение географического и магнитного полюсов Земли [243], на конфигурацию магнитного поля Земли, на частоту землетрясений на Земле, а также на поведение людей и их социальный статус.

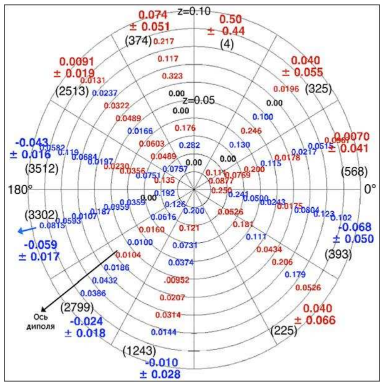
Длительное время считалось, что вселенная однородна и изотропна в мега масштабах (*космологический принцип*[47]), однако в последнее время появились данные о том, что, *по-видимому*, и это тоже не так. В этой связи необходимо упомянуть работы по реликтовому излучению[48], великому аттрактору[49] и сенсационные исследования профессора Майкла Лонге[50] (США) с коллегами по ассиметрии распределения и ориентации спиральных галактик в метагалактике[51] (рисунок 6).



Анизотропия реликтового излучения.
Источник изображения: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/28/WMAP_2008.png



Карта потоков галактик в метагалактике согласно http://www.atlasoftheuniverse.com/superc/cen.html
Источник изображения: http://www.universe-review.ca/I03-02-attractor2.jpg



Анизотропия распределения спиральных галактик во Вселенной.
Источник: http://www.modcos.com/news.php?id=115

Рисунок 6. Ассиметрия вселенной в масштабах метагалактики

Как мы видим из этих примеров ***реальная*** структура метагалактики весьма мало напоминает однородную и изотропную и

---

[46] См.: http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=495
[47] См.: http://ru.wikipedia.org/wiki/Космологический_принцип
[48] *Анизотропия* реликтового излучения: http://ru.wikipedia.org/wiki/Реликтовое%20излучение
[49] http://ru.wikipedia.org/wiki/Великий%20аттрактор
[50] http://www.lsa.umich.edu/physics/directory/emeritus/ci.longomichael_ci.detail
[51] См.: http://www.modcos.com/news.php?id=115

может быть принята такую только в очень грубом приближении. Таким же грубым приближением к реальности являются и теории, основанные на этом предположении. Это и есть ответ на 1-й вопрос, который делает актуальным поиск ответа и на 2-й вопрос[52], который, по-видимому, будет найден в более общих и более точных физических теориях, чем современные.

Таким образом, есть основания полагать, что даже в физике принцип относительности имеет границы применимости, ***но на предметные области других наук он не распространяется [275]*** и поэтому в [253] и в данной работе предложен ***обобщенный принцип относительности:*** «Законы природы открытые в одном месте и в определенное время действуют и в других местах и в другое время», *поэтому* ***по виду законов природы в лаборатории невозможно определить в каком месте (пространства) и в каком времени эта лаборатория находится, т.е. по виду законов природы внутри лаборатории невозможно локализовать ее в пространстве-времени***.

В частности, никакими экспериментами *внутри* полностью замкнутой виртуальной реальности (сном) невозможно определить, является эта реальность виртуальной (сном) или реальной. Но это можно установить, *выйдя за пределы этой реальности*, например, сняв амуницию виртуальной реальности или просто проснувшись. Поэтому *внутри* нашей реальности нет критериев, позволяющих обоснованно утверждать, что наша реальность не является виртуальной (сном). Из этого можно сделать очень важный вывод о том, что *для того, чтобы давать истинные результаты способ определения степени истинности реальности сам должен быть истинным, т.е. он сам не должен относиться к той области реальности, которая с помощью него оценивается*. Например, если мы хотим определить спим мы или нет, то сам способ, который мы используем для этого, не должен нам сниться, т.к. иначе он может дать результаты, которые тоже нам снятся, и, соответственно, могут быть какими угодно, в том числе и «подтверждающими», что мы не спим, и тем самым могут ввести

---

[52] «О границах применения принципа относительности Галилея-Эйнштейна и законов сохранения»

нас в заблуждение [163, 164, 275][53]. Проще говоря нам может приснится, что мы бодрствуем и мы во сне сами можем придерживаться этого мнения, но от этого сон не станет бодрствованием. Из этого примера следует, по крайней мере, два вывода:

1. Принцип относительности описывает не саму реальность, а то, какой она осознается в замкнутой лаборатории, но как только мы связываем каналом передачи информации как минимум две до этого замкнутые лаборатории, то сразу очевидным, что этот принцип нарушается.

2. Наша «истинная» реальность имеет очень много общего с виртуальной реальностью, по крайней мере, внутри нее у нас нет способа и критериев это опровергнуть. Этот вывод усиливается и другими доводами, в частности наличием в нашем мире квантовых явлений[54] и релятивистских эффектов, а также различных аномальных явлений и их сходством с современными средствами трехмерной визуализации.

И не смотря на то, что на этом принципе, как было показано выше, по существу основана современная наука он, *строго говоря*, не верен, т.е. выполнятся лишь в первом весьма грубом приближении. Для всех наук, изучающих реальную область, кроме физики, это совершенно очевидно, и фактически современная наука (кроме физики) *основана не только на этом принципе, но и* ***на исследовании зависимости степени его несоблюдения от локализации лаборатории в пространстве-времени*** *и маситабов изучаемых явлений, т.е.* ***исследование региональных особенностей и их динамики***[55]. Для обоснования этого положения достаточно привести несколько примеров из области социально-экономических, политологических и психологических исследований.

---

[53] Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем // Квантовая Магия. – 2008. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 1215–1239 [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html

[54] В т.ч. действием принципа неопределенности Гейзенберга

[55] Такое исследование (зависимости степени *несоблюдения* принципа относительности и законов сохранения от локализации лаборатории в пространстве-времени) было бы интересно провести и в физике.

Пример-1: исследование *региональных особенностей* и их динамики в экономике, социологии, политологии.

Лауреат Нобелевской премии в области экономики, основатель математической экономики Василий Васильевич Леонтьев[56] разработал экономико-математические модели межотраслевого баланса. Однако эти модели с различной степенью адекватности описывали ***реальную*** экономику разных стран, а иногда вообще ее не описывали, например тех, в которых «экономика должна быть экономной». Можно было бы построить карту мира с наглядной визуализацией на ней степени адекватности этих моделей в динамике. Даже очень хорошие модели, заслужившие наивысшую оценку, имеют свои ограниченные в пространстве и времени области адекватности.

Социологи и политологи изучают общественное мнение по различными вопросам в разрезе по регионам и различным группам населения и также это делают в динамике.

Пример-2: «зарабатывание» на разнице в курсах ценных бумаг.

Приведем замечательную цитату из работы академика А.Б.Мигдала[57]: «… как неравномерность хода времени приводит к несохранению энергии. Допустим, что неравномерность хода времени проявилась в том, что начиная с некоторого момента стала периодически изменяться постоянная всемирного тяготения. Тогда легко построить машину, которая будет получать энергию из ничего, – "вечный двигатель". *Для этого нужно поднимать грузы в период слабого тяготения и превращать приобретенную ими энергию в кинетическую, сбрасывая грузы в период увеличения тяготения*[58]. Видите, неравномерность хода времени, то есть изменение относительного ритма разных процессов, приводит к нарушению закона сохранения энергии». Не правда ли, это весьма и весьма напоминает то, чем занимаются спекулянты на рынке ценных бумаг: *покупают товар, когда цена на*

---

[56] http://ru.wikipedia.org/wiki/Леонтьев,%20Василий%20Васильевич

[57] Мигдал А. Б. Поиски истины. – М.: «Молодая гвардия», 1983. – 239 с., – Режим доступа: http://physiclib.ru/books/item/f00/s00/z0000024/index.shtml http://www.twirpx.com/file/438798/

[58] См.: http://physiclib.ru/books/item/f00/s00/z0000024/st014.shtml. Курсив мой, авт.

него падает до локального минимума и прогнозируется ее повышение, и продают, когда она достигает локального максимумам и ожидается ее понижение. Чем не нарушение закона сохранения энергии в экономике и не «экономический вечный двигатель»? Более того, *спекулянты ведут себя так, как будто стараются нарушить закон сохранения энергии в максимально возможной степени [196]*, т.к. нет никакого экономического смысла в том, чтобы покупать и продавать ценные бумаги по одной и той цене и чем выше *разница* в цене приобретения и продажи, тем выше прибыль. Действия таможенников также приводят к нарушению закона сохранения энергии в экономике, по своему содержанию по сути ничем не отличаясь от действий «*демонов Максвелла*»[59], только на макроуровне. Аналогично и в *пространстве* товары перемещают из тех мест, где они дешевле (обычно там они и производятся), туда, где они дороже, т.е. *логистические потоки информационные, финансовые, энергетические и материальные, направлены таким образом, чтобы в максимально возможной степени нарушать закон сохранения импульса в экономике [196]*. Ясно, что нет никакого экономического смысла возить товары по путям, по которым их цена не меняется, а именно для этих областей экономического пространства выполняется закон сохранения импульса по данному виду товаров. Таким образом, ***вечный двигатель, невозможный в физике, вполне возможен в экономике из-за ярко-выраженного нарушения обобщенного принципа относительности, а также законов сохранения энергии и импульса в экономике***. ***При этом финансовые и материальные потоки направлены в область максимального скорости изменения градиента или разности потенциалов что, по-видимому, связано с каким-то обобщением принципа наименьшего действия*** [196].

Пример-3: локализация и адаптация психологических тестов. В управлении персоналом часто используются психологические тесты. Как правило, их скачивают в Интернете или находят на пиратских компакт-дисках. При этом обычно не задаются вопросами о том, на сколько корректно применять эти тесты, на-

---

[59] См.: http://ru.wikipedia.org/wiki/Демон%20Максвелла и http://etherdynamic.ru/physics/82-yaponcam-udalos-sozdat-demon-maksvella.html

пример, в ООО «Сигнал» в России 2012 года, если они были разработаны в Стэндфордском университете США в 1970 году, т.е. ведут себя так, как будто *предполагают, что для них соблюдается обобщенный принцип относительности*[60]. Между тем даже в США они уже подвергались *многократной адаптации*, т.к. *с течением времени закономерности в предметной области изменяются и там это прекрасно осознают и отслеживают в своих психологических измерительных инструментах эти изменения*. Даже в США они *локализуются* для применения в других штатах, т.к. *закономерности в предметной области изменяются в пространстве, и там это прекрасно осознают и отслеживают в своих психологических измерительных инструментах эти изменения*. Между тем в России есть необходимые для этого технологии, но они не востребованы[61], т.к. по-видимому, легче и главное прибыльнее занимамться профанацией, чем реальными исследованиями и разработками.

Таким образом, *свойства социально-экономического, политического и психологического пространства-времени разные в разных местах и весьма динамично изменяются с течением физического времени*. Если бы для них существовал какой-то обобщенный вариант теоремы Нётер, то можно было бы сделать предположение о несоблюдении в этих предметных областях законов сохранения. Может быть даже, что это играет существенную роль в прогрессе человеческого общества, экспоненциальном росте объемов знаний в обществе, капиталов и технологического потенциала. Известно, что преобразование Лапласа[62] и особенно дискретное z-преобразование Лорана[63], описывают процесс затухания последствий от некоторой причины и в соответствующие интегралы и суммы входит экспоненциальный коэффициент затухания, т.к. если функция будут затухать медленнее, чем по экспоненте, то получается *расходящийся* интеграл (сумма), т.е. получается, что описываемая им причина будет иметь *бесконеч-*

---

[60] Чаще те, кто это делает, не имеют об этом ни малейшего представления, т.е. занимается *профанацией*.
[61] http://lc.kubagro.ru/aidos/index.htm
[62] http://ru.wikipedia.org/wiki/Преобразование%20Лапласа
[63] http://ru.wikipedia.org/wiki/Z-преобразование

ные последствия. Похоже, что общество как раз и является подобным бесконечным последствием, своего рода «эффектом бабочки»[64].

Но что делать, если обнаруживаются новые факты, которые неадекватно описываются или вообще не описываются существующей теорией или моделью? В этом случае эту теорию или модель необходимо развивать с учетом этих новых фактов (а не отрицать само существование этих «неудобных» фактов, что конечно проще), развивать так, чтобы эти новые факты тоже стали описываться теорией адекватно, так же как и все факты, известные до этого (*принцип соответствия*[65]). В терминологии, принятой АСК-анализе это означает следующее [245] (рисунок 7):

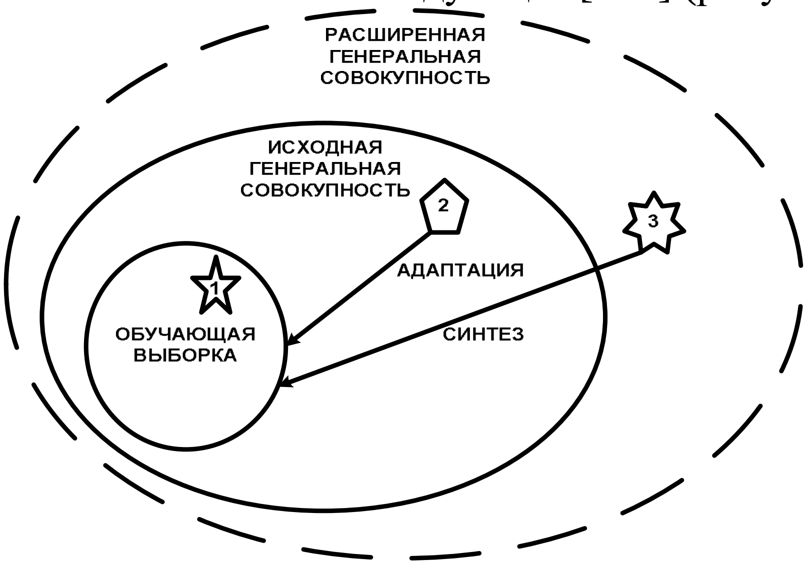


Рисунок 7. К пояснению смысла понятий: «адаптация и пересинтез модели»

Новый факт («3» на рисунке 7) не описывается (не идентифицируется) адекватно существующей моделью, т.к. по-видимому, не относится к генеральной совокупности или периоду эргодичности, по отношению к которым репрезентативна обучающая выборка, на основе которой создана данная модель. В этом случае, для того чтобы восстановить адекватность модели, необходимо добавить данный факт к обучающей выборке (для чего обычно необходимо расширить классификационные и описательные шкалы градации) и произвести пересинтез модели. Это

---

[64] http://ru.wikipedia.org/wiki/Эффект%20бабочки
[65] http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20соответствия

обеспечивает *качественное* изменение смысла признаков и образов классов, в результате чего предметная область адекватности модели, т.е. генеральная совокупность и период эргодичности расширяются.

Рассмотрим численный пример, демонстрирующий возможность выявления причинно-следственных связей между внутренней иерархической структурой системы и ее внешне наблюдаемыми на макроуровне системными или эмерджентными свойствами с применением технологий автоматизированного системно-когнитивного анализа и его программного инструментария – интеллектуальной системы «Эйдос». Рассмотрим также пример неадекватной идентификации объектов, не входящих в генеральную совокупность и пересинтез модели, позволяющий восстановить ее адекватность на более широкой генеральной совокупности (рисунок 7). Отметим, что автоматическое создание классификационных и описательных шкал и градаций для рассматриваемых ниже моделей при различных их параметрах обеспечивается стандартным режимом системы «Эйдос» _159, который *полностью автоматизирует этап формализации предметной области АСК-анализа* и включен в систему для учебных целей[66].

В качестве *базовых элементов* в полном соответствии с рисунком 2 будем рассматривать *простые числа* из диапазона от 2 до 7 включительно, а в качестве подсистем различных уровней иерархии – составные числа, образующиеся путем различных сочетаний базовых в качестве сомножителей по 1, 2, 3 и 4. Из этих базовых элементов путем их использования в качестве сомножителей во всех возможных различных сочетаниях по 1, 2, 3 и 4 образуются составные (сложные) числа, детерминирующие эмерджентные свойства числовых подсистем и системы в целом, в частности 0-го уровня эмерджентности, которому соответствуют свойства самих базовых элементов. Поэтому в качестве классов

[66] Отметим, что модуль _159 системы «Эйдос» поддерживает формализацию предметной области и для этого случая, как и многих других, но в данной работе мы соответствующие модели рассматривать не будем. В системе Эйдос-X++ есть значительно более мощный режим 2.3.2.2.

естественно рассматривать, как базовые элементы, так и составные числа (таблица 1).

Таблица 1 – СПРАВОЧНИК КЛАССОВ

KOD	NAME
1	2 = 2
2	3 = 3
3	5 = 5
4	7 = 7
5	6 = 2 * 3
6	10 = 2 * 5
7	14 = 2 * 7
8	15 = 3 * 5
9	21 = 3 * 7
10	35 = 5 * 7
11	30 = 2 * 3 * 5
12	42 = 2 * 3 * 7
13	70 = 2 * 5 * 7
14	105 = 3 * 5 * 7
15	210 = 2 * 3 * 5 * 7

Если в качестве признаков также как ив качестве классов рассматривать свойства подсистем, то задача становится тривиальной, т.к. при этом справочники признаков и классов полностью *совпадают*. В этом случае чтобы сформировать модель мы в качестве *исходных* данных для нее должны предварительно выявить и указать связи между базовыми элементами и подсистемами, которые на рисунке 8 изображены в виде линий, соединяющих базовые элементы с составными числами, образованными на их основе. Но больший научный и практический интерес представляет задача *выявления* силы и направления этих связей между базовыми элементами и эмерджентными свойствами системы в целом. Поэтому в качестве признаков будем рассматривать только базовые элементы (таблица 2):

Таблица 2 – СПРАВОЧНИК ПРИЗНАКОВ

KOD	NAME
1	2
2	3
3	5
4	7

В качестве объектов обучающей выборки рассматриваются числовые подсистемы различных уровней иерархии, приведенные на рисунке 8, закодированные с использованием таблиц 1 и 2 (таблица 3):

Таблица 3 – ОБУЧАЮЩАЯ ВЫБОРКА

KOD	NAME	Уровень эмерджент-ности	Коды классов															Коды признаков			
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4
1	Obj_1	Нулевой	1															1			
2	Obj_2		2															2			
3	Obj_3		3															3			
4	Obj_4		4															4			
5	Obj_5	Первый	1	2	5													1	2		
6	Obj_6		1	3	6													1	3		
7	Obj_7		1	4	7													1	4		
8	Obj_8		2	3	8													2	3		
9	Obj_9		2	4	9													2	4		
10	Obj_10		3	4	10													3	4		
11	Obj_11	Второй	1	2	3	5	6	8	11									1	2	3	
12	Obj_12		1	2	4	5	7	9	12									1	2	4	
13	Obj_13		1	3	4	6	7	10	13									1	3	4	
14	Obj_14		2	3	4	8	9	10	14									2	3	4	
15	Obj_15	Третий	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4

На основе обучающей выборки посчитана матрица абсолютных частот (матрица сопряженности) (таблица 4), на основе которой с использованием четырех частных критериев знаний (таблица 5) получены четыре базы знаний, обеспечивающие различную среднюю достоверность с двумя интегральными критериями (таблица 6):

Таблица 4 – МАТРИЦА АБСОЛЮТНЫХ ЧАСТОТ (МАТРИЦА СОПРЯЖЕННОСТИ)

Признаки		Классы (код, наименование, уровень эмерджентности)														
Код	Наимен.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		2	3	5	7	2*3	2*5	2*7	3*5	3*7	5*7	2*3*5	2*3*7	2*5*7	3*5*7	2*3*5*7
		0-й уровень эмерджентности				1-й уровень эмерджентности						2-й уровень эмерджентности				3-й УЭ
1	2	8	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	2	1	1
2	3	4	8	4	4	4	2	2	4	4	2	2	2	1	2	1
3	5	4	4	8	4	2	4	2	4	2	4	2	1	2	2	1
4	7	4	4	4	8	2	2	4	2	4	4	1	2	2	2	1

Таблица 5 – РАЗЛИЧНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМЫ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ ЗНАНИЙ

Наименование модели знаний и частный критерий	Выражение для частного критерия	
	через относительные частоты	через абсолютные частоты
СИМ-1, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 1-й вариант расчета вероятностей: *Nj* – суммарное количество признаков по *j*-му классу (предпоследняя строка таблицы 2)	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \dfrac{P_{ij}}{P_i}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \dfrac{N_{ij} N}{N_i N_j}$
СИМ-2, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 2-й вариант расчета вероятностей: *Nj* – суммарное количество объектов по *j*-му классу (последняя строка таблицы 2)	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \dfrac{P_{ij}}{P_i}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \dfrac{N_{ij} N}{N_i N_j}$
СИМ-3, частный критерий: разности между фактическими и теоретически ожидаемыми по критерию хи-квадрат абсолютными частотами	---	$I_{ij} = N_{ij} - \dfrac{N_i N_j}{N}$

СИМ-4, частный критерий: ROI - Return On Investment	$I_{ij} = \frac{P_{ij}}{P_i} - 1 = \frac{P_{ij} - P_i}{P_i}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} - 1$
СИМ-5, частный критерий: разность условной и безусловной вероятностей	$I_{ij} = P_{ij} - P_i$	$I_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j} - \frac{N_i}{N}$

Смысл и поведение функций, приведенных в таблице 5, очень сходен, что очевидно из их математической формы. В работе [277] приведен более полный перечень функций, используемый в АСК-анализе и системе «Эйдос-X++» для метризации шкал.

Таблица 6 – ДОСТОВЕРНОСТЬ МОДЕЛЕЙ С РАЗНЫМИ КОЛИЧЕСТВЕННЫМИ КРИТЕРИЯМИ ЗНАНИЙ И РАЗНЫМИ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ КРИТЕРИЯМИ [10, 11]

Наименование модели	Вид интегрального критерия	Расчет проведен		Достоверность		
		Дата	Идентификации	Идентификации	Идентификации	Средняя
СИМ-4	Корреляция	02-01-12	09:40:57	100,000	63,306	81,653
	Свертка	02-01-12	09:41:00	100,000	63,306	81,653
СИМ-3	Корреляция	02-01-12	09:41:04	100,000	63,306	81,653
	Свертка	02-01-12	09:41:06	100,000	63,306	81,653
СИМ-2	Корреляция	02-01-12	09:41:10	100,000	63,306	81,653
	Свертка	02-01-12	09:41:12	33,858	75,403	54,631
СИМ-1	Корреляция	02-01-12	09:41:17	100,000	63,306	81,653
	Свертка	02-01-12	09:41:20	100,000	77,823	88,911

Из таблицы 6 видно, что наилучшей достоверностью по двум видам ошибок обладает модель СИМ-1 с интегральным критерием: «сумма информации» (свертка), поэтому база знаний этой модели и приводится в таблице 7:

Таблица 7 – МАТРИЦА ЗНАНИЙ СИМ-1 (Биты × 1000)

Признаки		Классы (код, наименование, уровень эмерджентности)														
Код	Наимен.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		2	3	5	7	2*3	2*5	2*7	3*5	3*7	5*7	2*3*5	2*3*7	2*5*7	3*5*7	2*3*5*7
		0-й уровень эмерджентности				1-й уровень эмерджентности						2-й уровень эмерджентности				3-й УЭ
1	2	352	-167	-167	-167	216	216	216	-304	-304	-304	100	100	100	-419	0
2	3	-167	352	-167	-167	216	-304	-304	216	216	-304	100	100	-419	100	0
3	5	-167	-167	352	-167	-304	216	-304	216	-304	216	100	-419	100	100	0
4	7	-167	-167	-167	352	-304	-304	216	-304	216	216	-419	100	100	100	0

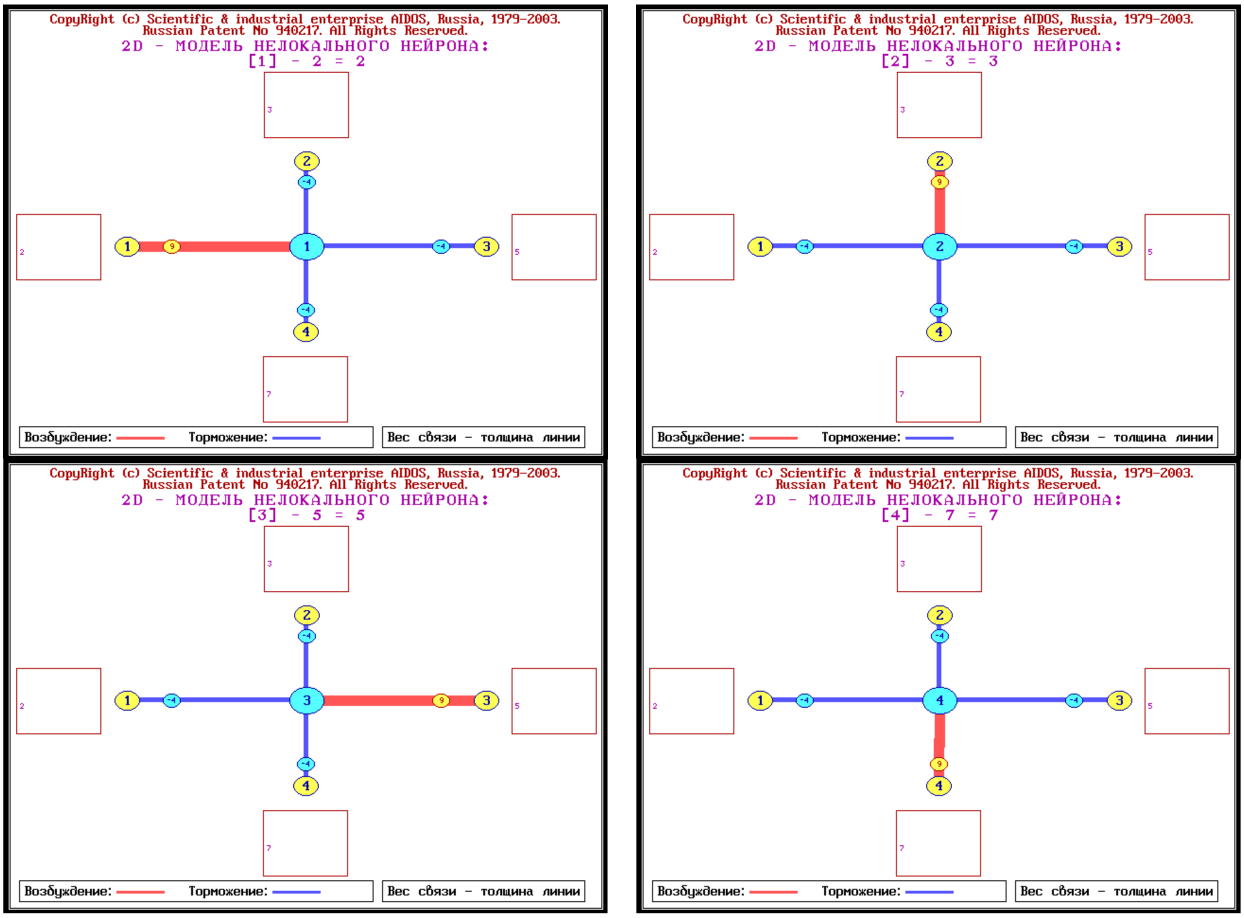
База знаний, приведенная в таблице 7, является решением проблемы поставленной в разделе, т.к. *отражает силу и направление влияния подсистем различных уровней иерархии на эмерджентные свойства системы в целом*, причем в единой сопоставимой форме в единицах измерения информации и знаний: миллибитах. *Знак* чисел в таблице 7 показывает *направление* связи, а величина *модуля* – *силу* связи между признаками и классами.

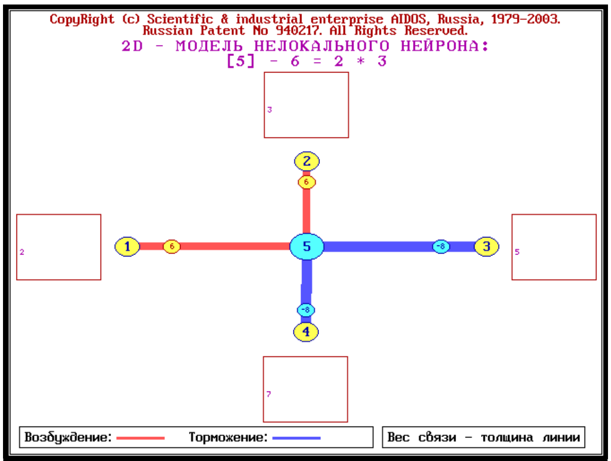
При малой размерности модели таблица 7 может быть непосредственно обозримой и понятной для исследователя, поэтому в данной работе и приведена подобная модель. Однако при больших размерностях модели необходимы специальные режимы, позволяющие делать различные выборки из базы знаний и представлять информацию в удобной, понятной и наглядной форме. Для этой цели в системе «Эйдос» есть ряд режимов, позволяющих выводить информационные портреты классов и признаков, а также когнитивные функции (функции влияния) и другие текстовые и графические формы (которых более 110 различных видов).

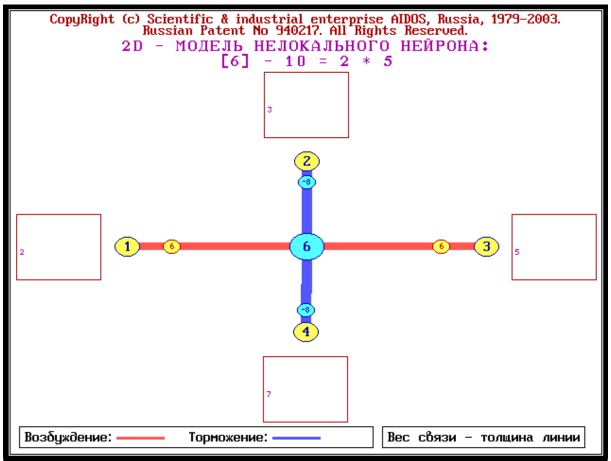
Ниже кратко рассмотрим некоторые из них.

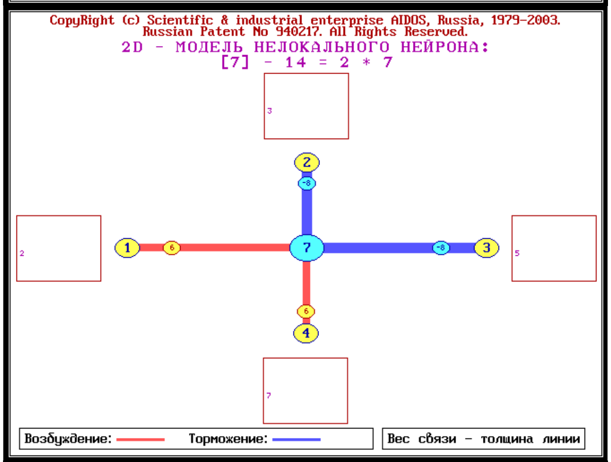
Нелокальные нейроны и интерпретируемые нейронные сети позволяют в наглядной графической форме отобразить систему детерминации будущих состояний [138].

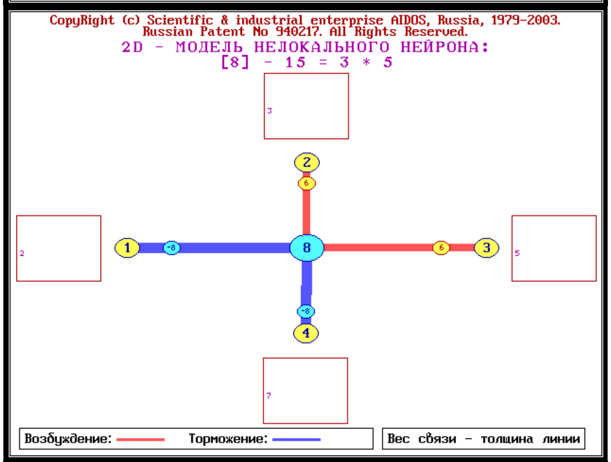
<u>Нелокальный нейрон</u> представляет собой будущее состояние объекта управления с изображением наиболее сильно влияющих на него факторов с указанием силы и направления (способствует-препятствует) их влияния (рисунок 8):

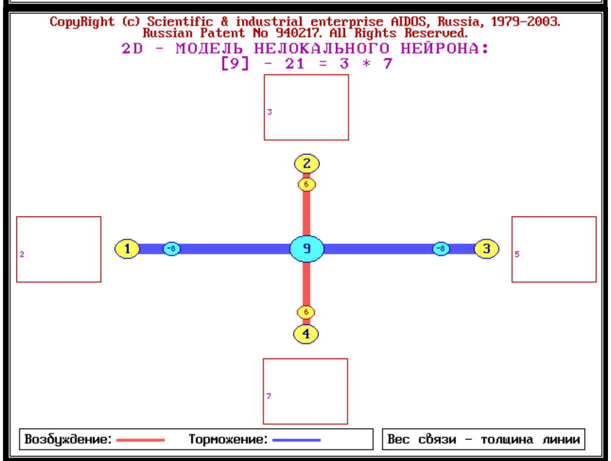


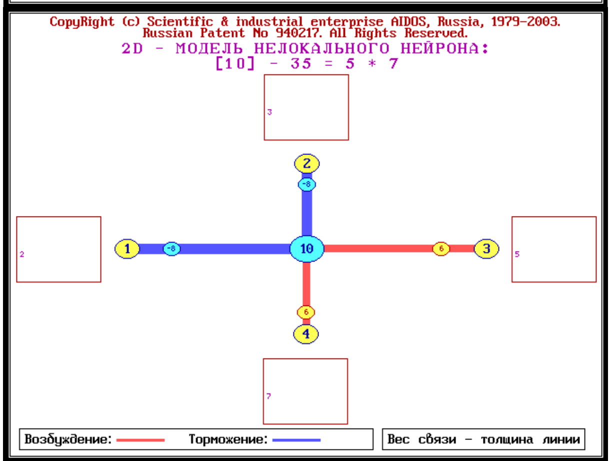

CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[5] – 6 = 2 * 3
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии

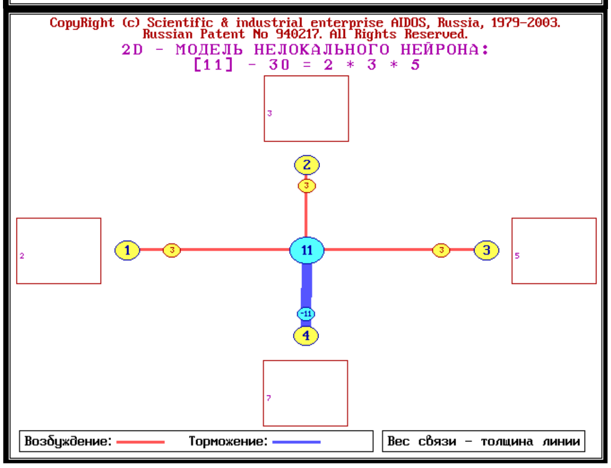

CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[6] – 10 = 2 * 5
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии

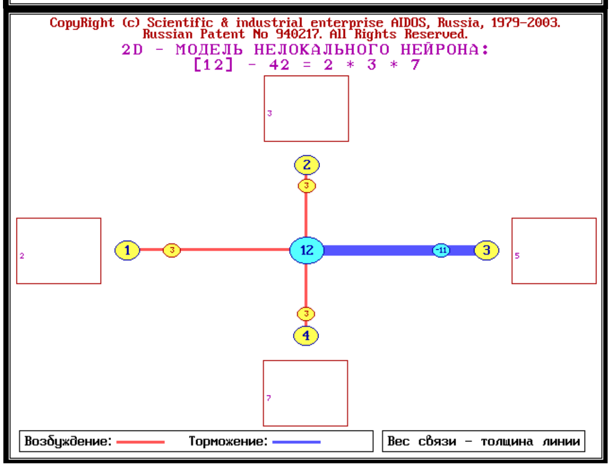

CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[7] – 14 = 2 * 7
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии


CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[8] – 15 = 3 * 5
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии


CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[9] – 21 = 3 * 7
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии


CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[10] – 35 = 5 * 7
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии


CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[11] – 30 = 2 * 3 * 5
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии


CopyRight (c) Scientific & industrial enterprise AIDOS, Russia, 1979-2003.
Russian Patent No 940217. All Rights Reserved.
2D – МОДЕЛЬ НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЙРОНА:
[12] – 42 = 2 * 3 * 7
Возбуждение:
Торможение:
Вес связи – толщина линии

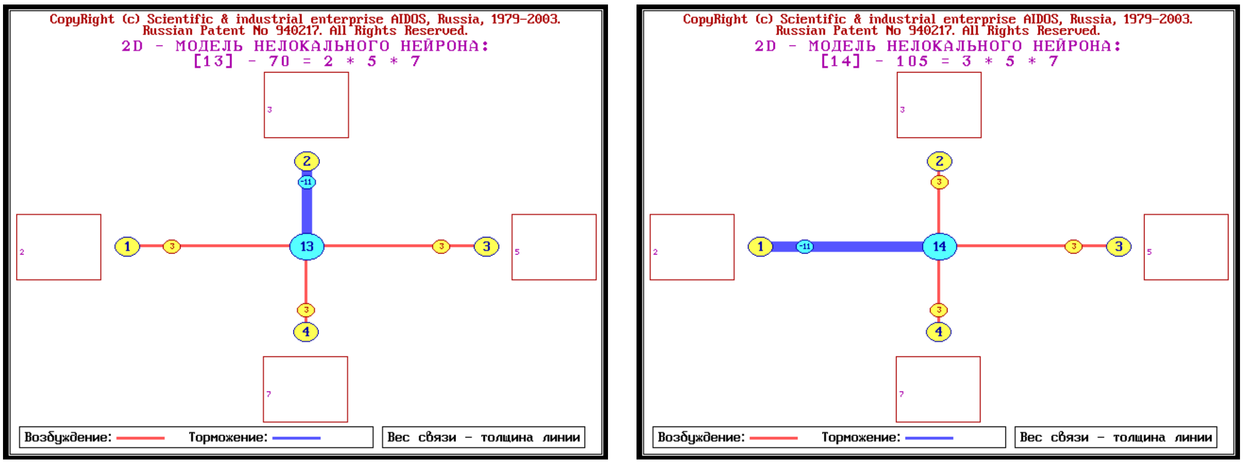


Рисунок 8. Отображение базы знаний (таблица 7) в форме нелокальных нейронов [138]

Нелокальная нейронная сеть представляет собой совокупность взаимосвязанных нейронов. В классических нейронных сетях связь между нейронами осуществляется по входным и выходным сигналам, а в нелокальных нейронных сетях – на основе общего информационного поля, реализуемого семантической информационной моделью. Система "Эйдос" обеспечивает построение любого подмножества многослойной нейронной сети с заданными или выбираемыми по заданным критериям рецепторами и нейронами, связанными друг с другом связями любого уровня опосредованности (рисунок 9):

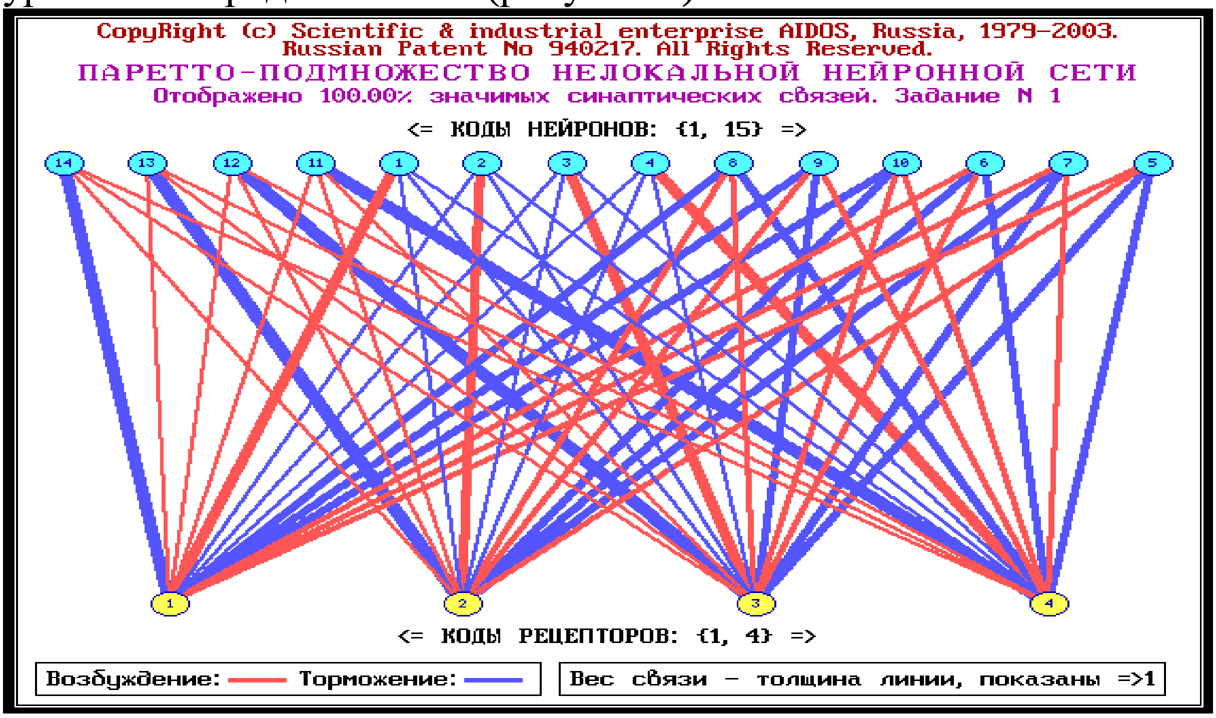


Рисунок 9. Отображение базы знаний (таблица 7) в форме Парето-подмножества нелокальной нейронной сети [138]

С использованием знаний о силе и направлении связей между составом и иерархической структурой системы, с одной стороны, и ее эмерджентными свойствами как целого, с другой стороны, приведенными в таблице 7 и рисунках 8, 9 можно изобразить иерархическую структур системы, приведенную на рисунке 2, с графическим указанием силы и направления связи между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в форме толщины и цвета линий (рисунок 10):

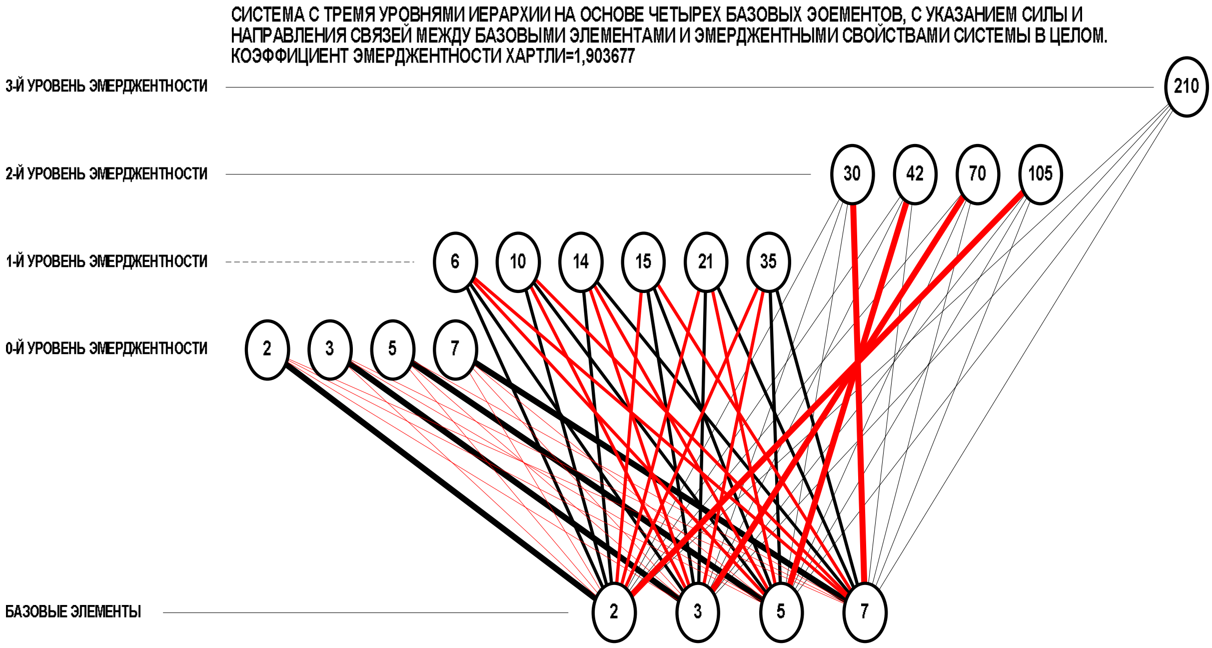


Рисунок 10. Пример системы сложных чисел, основанных на 4 простых числах с указанием силы и направления связи между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в форме толщины и цвета линий

На рисунке 10 толщина линии пропорциональна силе связи, черный цвет обозначает положительную связь, а красный – отрицательную. Из сравнения рисунков 9 и 10 можно сделать обоснованный вывод том, что АСК-анализ и его программный инструментарий – интеллектуальная система «Эйдос» обеспечивают выявление силы и направления связей между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом на основе эмпирических данных и отображение внутренней иерархической структуры конкретной системы в наглядной графической форме нелокальной нейронной сети.

Анализ приведенного численного примера и нейронной сети на рисунке 10 дает нам основания сформулировать *гипотезу «О* *зависимости силы и направления связей связи между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом от уровня иерархии в системе»*: ***чем выше уровень иерархии в системе, тем слабее положительные и сильнее отрицательные связи между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом***, т.к., возможно, это является конкретным проявлением соответствующей общей закономерности.

Информационный портрет класса – это список факторов, ранжированных в порядке убывания силы их влияния на переход объекта управления в состояние, соответствующее данному классу. Информационный портрет класса отражает систему его детерминации. Генерация информационного портрета класса представляет собой решение обратной задачи прогнозирования, т.к. при прогнозировании по системе факторов определяется спектр наиболее вероятных будущих состояний объекта управления, в которые он может перейти под влиянием данной системы факторов, а в информационном портрете мы наоборот, по заданному будущему состоянию объекта управления определяем систему факторов, детерминирующих это состояние, т.е. вызывающих переход объекта управления в это состояние. В начале информационного портрета класса идут факторы, оказывающие положительное влияние на переход объекта управления в заданное состояние, затем факторы, не оказывающие на это существенного влияния, и далее – факторы, препятствующие переходу объекта управления в это состояние (в порядке возрастания силы препятствования). Информационные портреты классов могут быть от *отфильтрованы* по диапазону факторов, т.е. мы можем отобразить влияние на переход объекта управления в данное состояние не всех отраженных в модели факторов, а только тех, коды которых попадают в определенный диапазон, например, относящиеся к определенным описательным шкалам. Пример информационного портрета класса приведен в таблице 8:

Таблица 8 – ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОРТРЕТ КЛАССА:
код: 11, наименование: 30=2*3*5

№	Признак		Количество информации	
	Код	Наименование	В Битах	В % от теоретически максимально возможного
1	1	2	0,10004	2,56
2	2	3	0,10004	2,56
3	3	5	0,10004	2,56
4	4	7	-0,41925	-10,73

Таким образом, информационный портер класса содержит ту же информацию, что и нелокальный нейрон, но в форме таблицы.

Информационный (семантический) портрет фактора – это список классов, ранжированный в порядке убывания силы влияния данного фактора на переход объекта управления в состояния, соответствующие данным классам. Информационный портрет фактора называется также его *семантическим портретом,* т.к. в соответствии с концепцией смысла системно-когнитивного анализа, являющейся обобщением концепции смысла Шенка-Абельсона, *смысл фактора состоит в том, какие будущие состояния объекта управления он детерминирует*. Сначала в этом списке идут состояния объекта управления, на переход в которые данный фактор оказывает наибольшее влияние, затем состояния, на которые данный фактор не оказывает существенного влияния, и далее состояния – переходу в которые данный фактор препятствует. Информационные портреты факторов могут быть от *отфильтрованы* по диапазону классов, т.е. мы можем отобразить влияние данного фактора на переход объекта управления не во все возможные будущие состояния, а только в состояния, коды которых попадают в определенный диапазон, например, относящиеся к определенным классификационным шкалам. Пример информационного портрета признака (значения фактора) приведен в таблице 9:

Таблица 9– ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОРТРЕТ ПРИЗНАКА: код: 11, наименование: 30=2*3*5

№	Класс		Количество информации	
	Код	Наименование	В Битах	В % от теоретически максимально возможного
1	1	2 = 2	0,35211	9,01
2	5	6 = 2 * 3	0,21552	5,52
3	6	10 = 2 * 5	0,21552	5,52
4	7	14 = 2 * 7	0,21552	5,52
5	11	30 = 2 * 3 * 5	0,10004	2,56
6	12	42 = 2 * 3 * 7	0,10004	2,56
7	13	70 = 2 * 5 * 7	0,10004	2,56
8	15	210 = 2 * 3 * 5 * 7	0,00000	0,00
9	2	3 = 3	-0,16717	-4,28
10	3	5 = 5	-0,16717	-4,28
11	4	7 = 7	-0,16717	-4,28
12	8	15 = 3 * 5	-0,30376	-7,77
13	9	21 = 3 * 7	-0,30376	-7,77
14	10	35 = 5 * 7	-0,30376	-7,77
15	14	105 = 3 * 5 * 7	-0,41925	-10,73

Когнитивные функции (функции влияния) [12] представляет собой график зависимости вероятностей перехода объекта управления в будущие состояния под влиянием различных значений некоторого фактора. Если взять несколько информационных портретов факторов, соответствующих градациям одной описательной шкалы, отфильтровать их по диапазону градаций некоторой классификационной шкалы и взять из каждого информационного портрета по одному состоянию, на переход в которое объекта управления данная градация фактора оказывает наибольшее влияние, то мы и получим зависимость, отражающую вероятность перехода объекта управления в будущие состояния под влиянием различных значений некоторого фактора, т.е. функцию влияния. Функции влияния являются наиболее развитым средством изучения причинно-следственных зависимостей в моделируемой предметной области, предоставляемым системой "Эйдос". Необходимо отметить, что на вид функций влияния математической моделью СК-анализа не накладывается никаких ограничений, в частности, они могут быть и *нелинейные*. Пример нередуцированной когнитивной функции, генерируемой режимом _54 системы «Эйдос», приведен на рисунке 11:

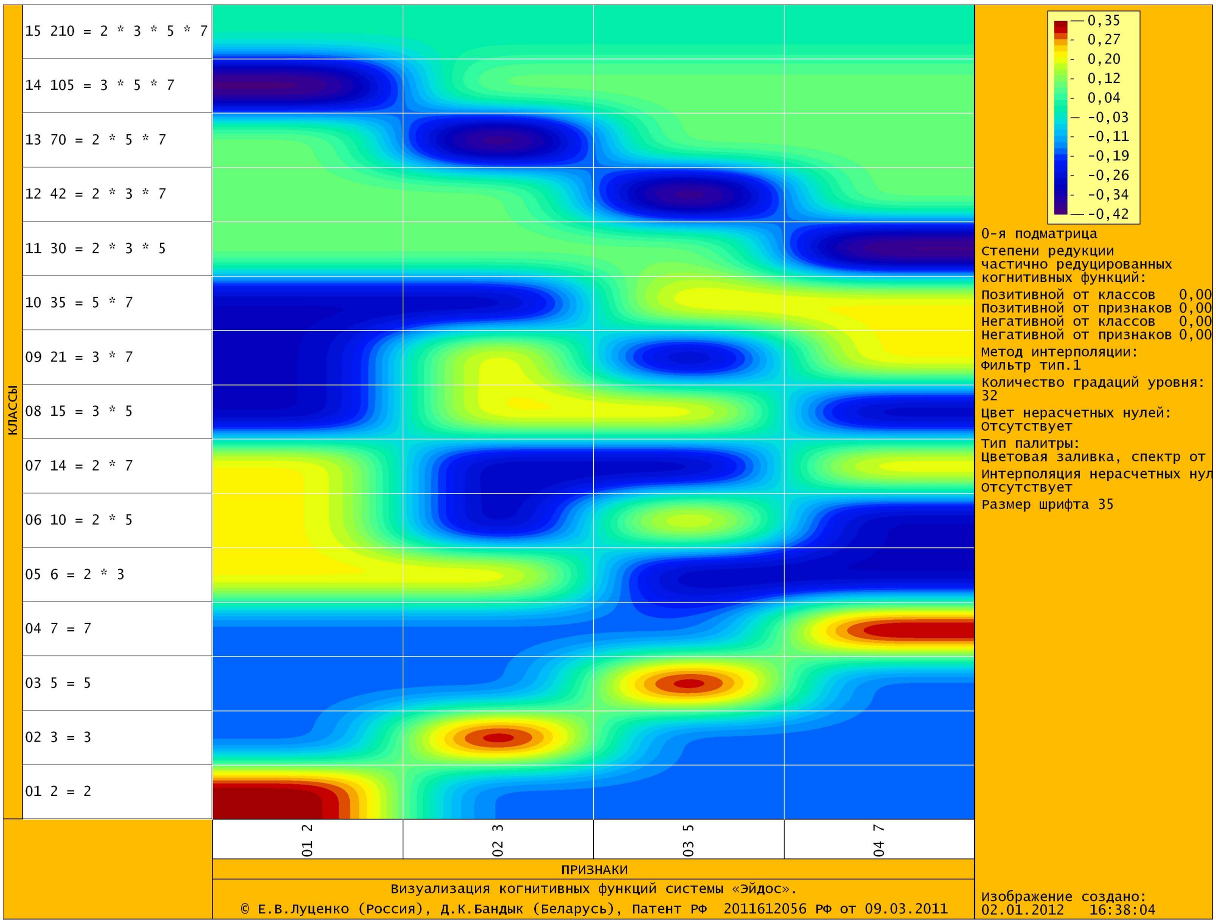


Рисунок 11. Пример нередуцированной когнитивной функции

Классические когнитивные карты являются графической формой представления фрагментов СИМ, объединяющей достоинства таких форм, как нейроны и семантические сети факторов. Классическая когнитивная карта представляет собой нейрон, соответствующий некоторому состоянию объекта управления с рецепторами, каждый из которых соответствует фактору в определенной степени способствующему или препятствующему переходу объекта в это состояние. Рецепторы соединены связями как с нейроном, так и друг с другом. Связи рецепторов с нейроном отражают силу и направление влияния факторов, а связи рецепторов друг с другом, отображаемые в форме семантической сети факторов, – сходство и различие между рецепторами по характеру их влияния на объект управления. Таким образом, классическая когнитивная карта представляет собой нейрон с семантической сетью факторов, изображенные на одной диаграмме.

Обобщенные когнитивные карты позволяют объединить в одной графической форме семантические сети классов и факторов, объединенных нейронной сетью. Если объединить несколько классических когнитивных карт на одной диаграмме и изобразить на ней также связи между нейронами в форме семантической сети классов, то получим обобщенную (интегральную) когнитивную карту. Система "Эйдос" обеспечивает построение любого подмножества многоуровневой семантической информационной модели с заданными или выбираемыми по заданным критериям рецепторами и нейронами, связанными друг с другом связями любого уровня опосредованности в форме классических и обобщенных когнитивных карт. В частности, в системе полуавтоматически формируется задание на генерацию подмножеств обобщенной когнитивной карты. Пример интегральной когнитивной карты для построенной модели приведен на рисунке 12:

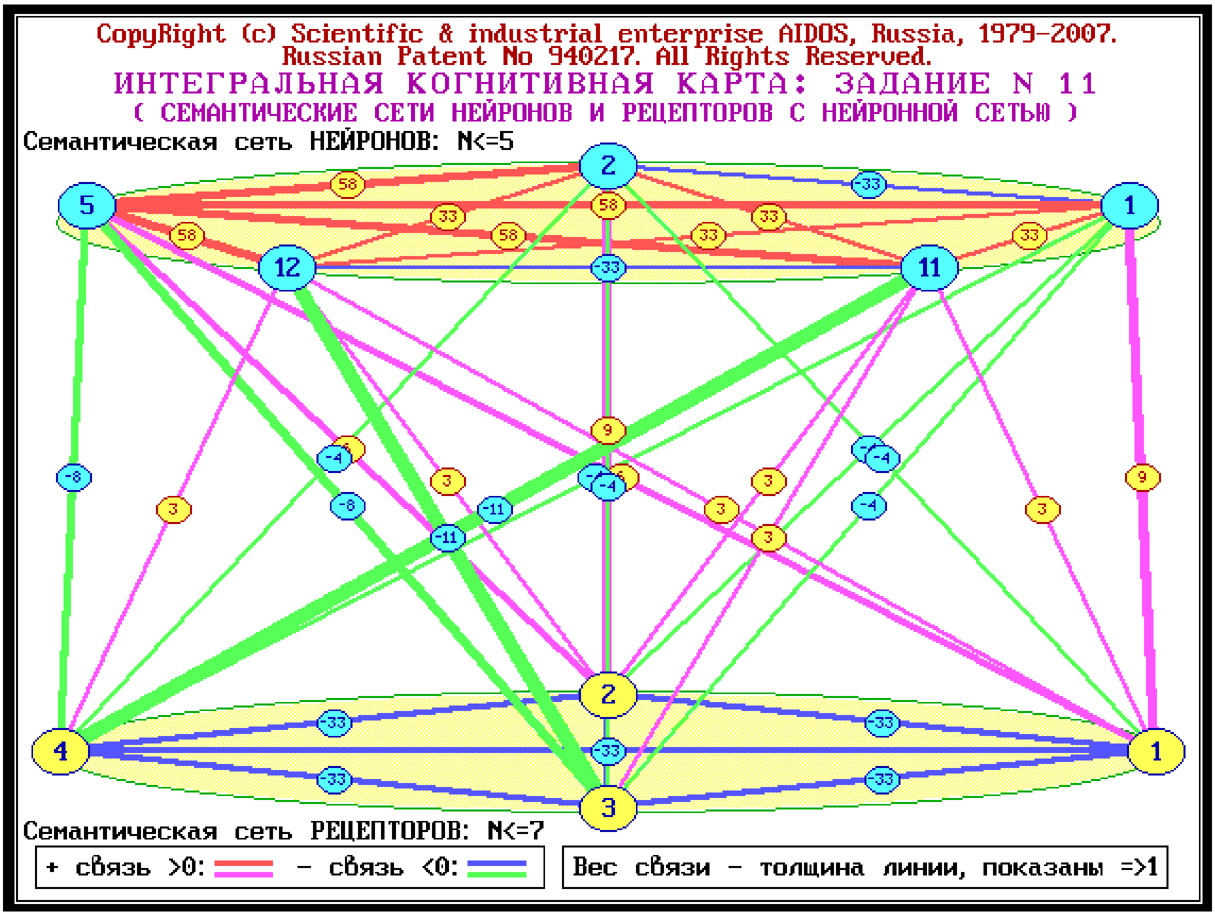


Рисунок 12. Пример интегральной когнитивной карты для построенной модели

Матрица сходства классов по системе их детерминации представлена в таблице 10:

Таблица 10 – МАТРИЦА СХОДСТВА КЛАССОВ ПО СИСТЕМЕ ИХ ДЕТЕРМИНАЦИИ

KOD	NAME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2 = 2	100	-33	-33	-33	58	58	58	-58	-58	-58	33	33	33	-100	0
2	3 = 3	-33	100	-33	-33	58	-58	-58	58	58	-58	33	33	-100	33	0
3	5 = 5	-33	-33	100	-33	-58	58	-58	58	-58	58	33	-100	33	33	0
4	7 = 7	-33	-33	-33	100	-58	-58	58	-58	58	58	-100	33	33	33	0
5	6 = 2 * 3	58	58	-58	-58	100	0	0	0	0	-100	58	58	-58	-58	0
6	10 = 2 * 5	58	-58	58	-58	0	100	0	0	-100	0	58	-58	58	-58	0
7	14 = 2 * 7	58	-58	-58	58	0	0	100	-100	0	0	-58	58	58	-58	0
8	15 = 3 * 5	-58	58	58	-58	0	0	-100	100	0	0	58	-58	-58	58	0
9	21 = 3 * 7	-58	58	-58	58	0	-100	0	0	100	0	-58	58	-58	58	0
10	35 = 5 * 7	-58	-58	58	58	-100	0	0	0	0	100	-58	-58	58	58	0
11	30 = 2 * 3 * 5	33	33	33	-100	58	58	-58	58	-58	-58	100	-33	-33	-33	0
12	42 = 2 * 3 * 7	33	33	-100	33	58	-58	58	-58	58	-58	-33	100	-33	-33	0
13	70 = 2 * 5 * 7	33	-100	33	33	-58	58	58	-58	-58	58	-33	-33	100	-33	0
14	105 = 3 * 5 * 7	-100	33	33	33	-58	-58	-58	58	58	58	-33	-33	-33	100	0
15	210 = 2 * 3 * 5 * 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Любая подматрица матрицы сходства (таблица 10) (или любой заданный набор классов) может быть представлена в графическом виде в форме ориентированного графа – семантической сети (рисунок 13), которая в ряде работ называется также когнитивной диаграммой:

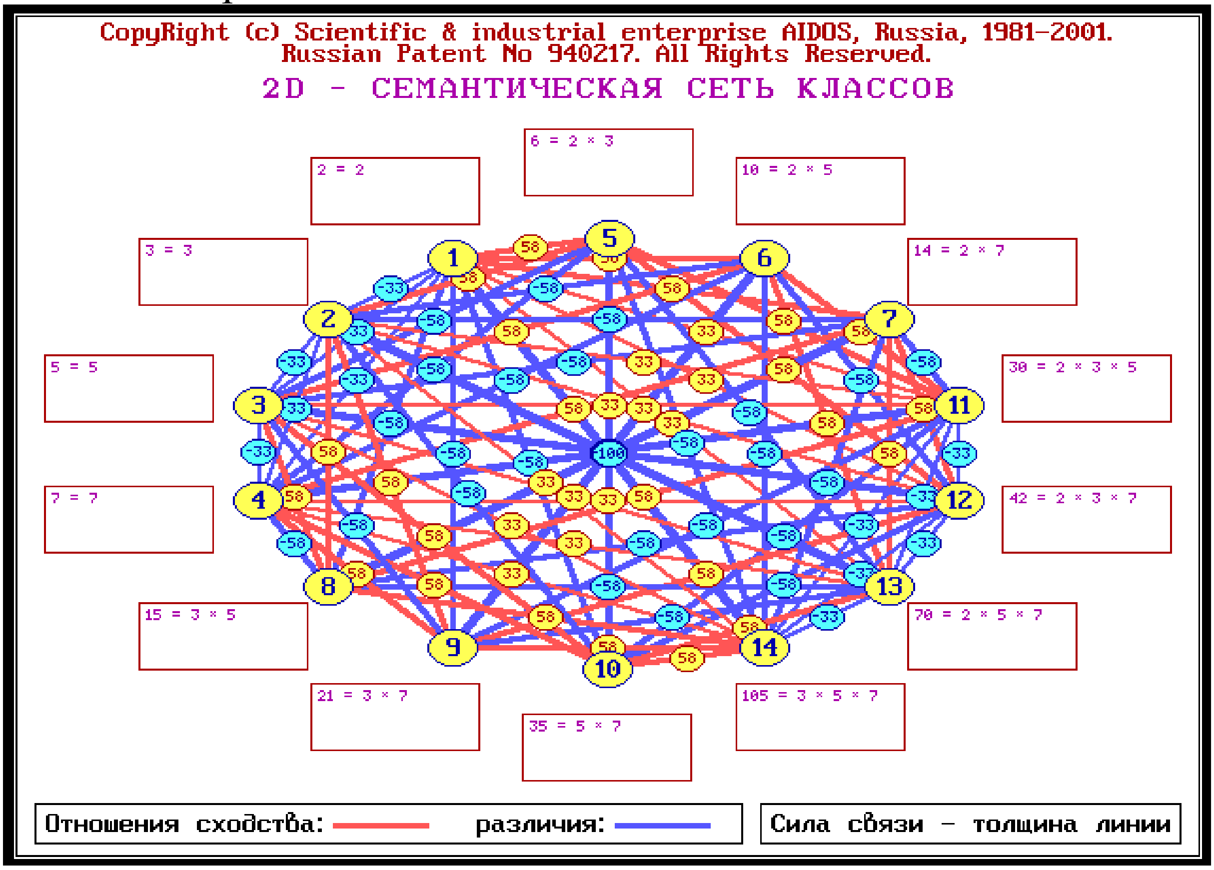


Рисунок 13. Матрицы сходства классов (таблица 10), представленная в форме семантической сети классов

В таблице 11 представлен конструкт, представляющий собой систему противоположных кластеров со спектром промежуточных классов:

Таблица 11 – КОНСТРУКТ: «6-35»

№	Код	Наименование	Уровень сходства %
1	5	6 = 2 * 3	100,00
2	1	2 = 2	57,74
3	2	3 = 3	57,74
4	11	30 = 2 * 3 * 5	57,74
5	12	42 = 2 * 3 * 7	57,74
6	3	5 = 5	-57,74
7	4	7 = 7	-57,74
8	13	70 = 2 * 5 * 7	-57,74
9	14	105 = 3 * 5 * 7	-57,74
10	10	35 = 5 * 7	-100,00

На основе матрицы сходства (таблица 10) может быть проведена когнитивная кластеризация [248], результаты которой представлены на рисунках 13 и 14:

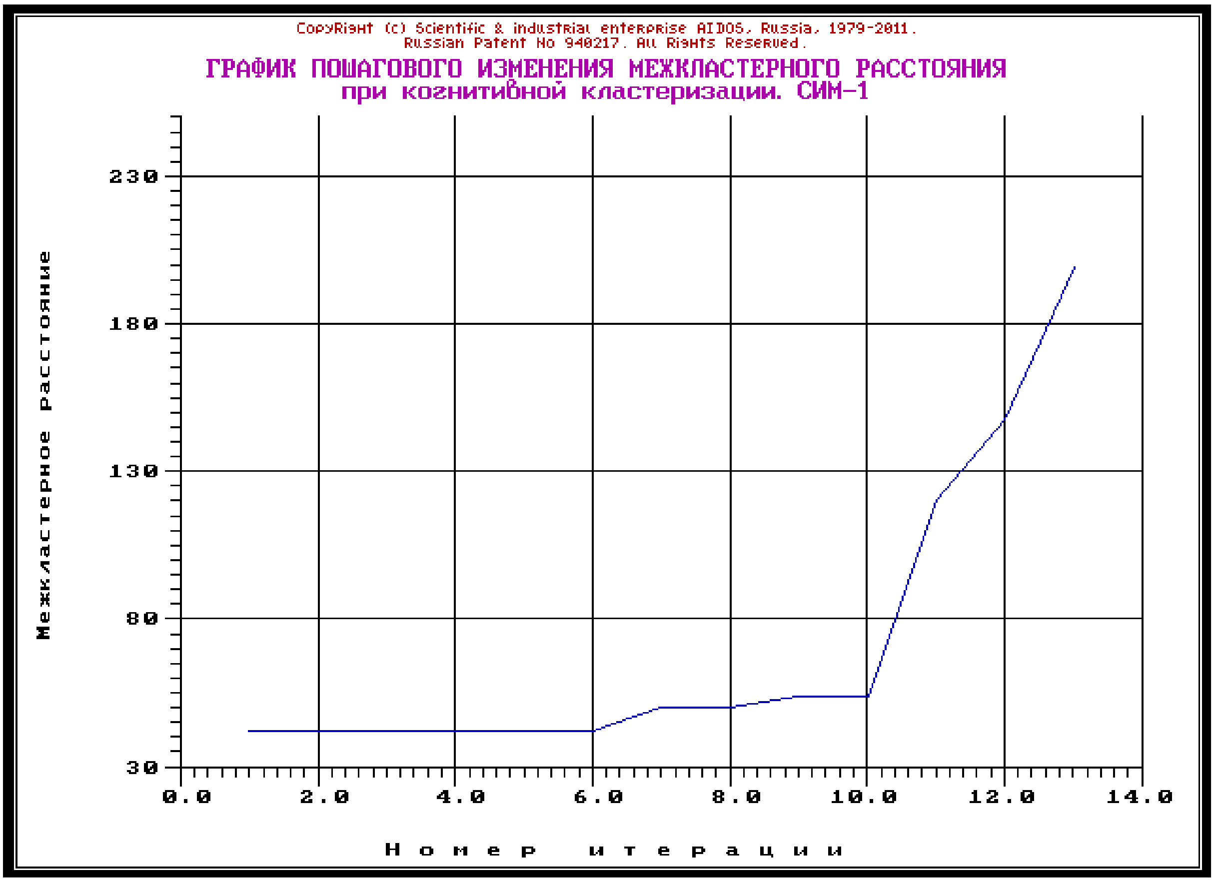


Рисунок 13. График пошагового изменения межкластерного расстояния при когнитивной кластеризации в СИМ-1

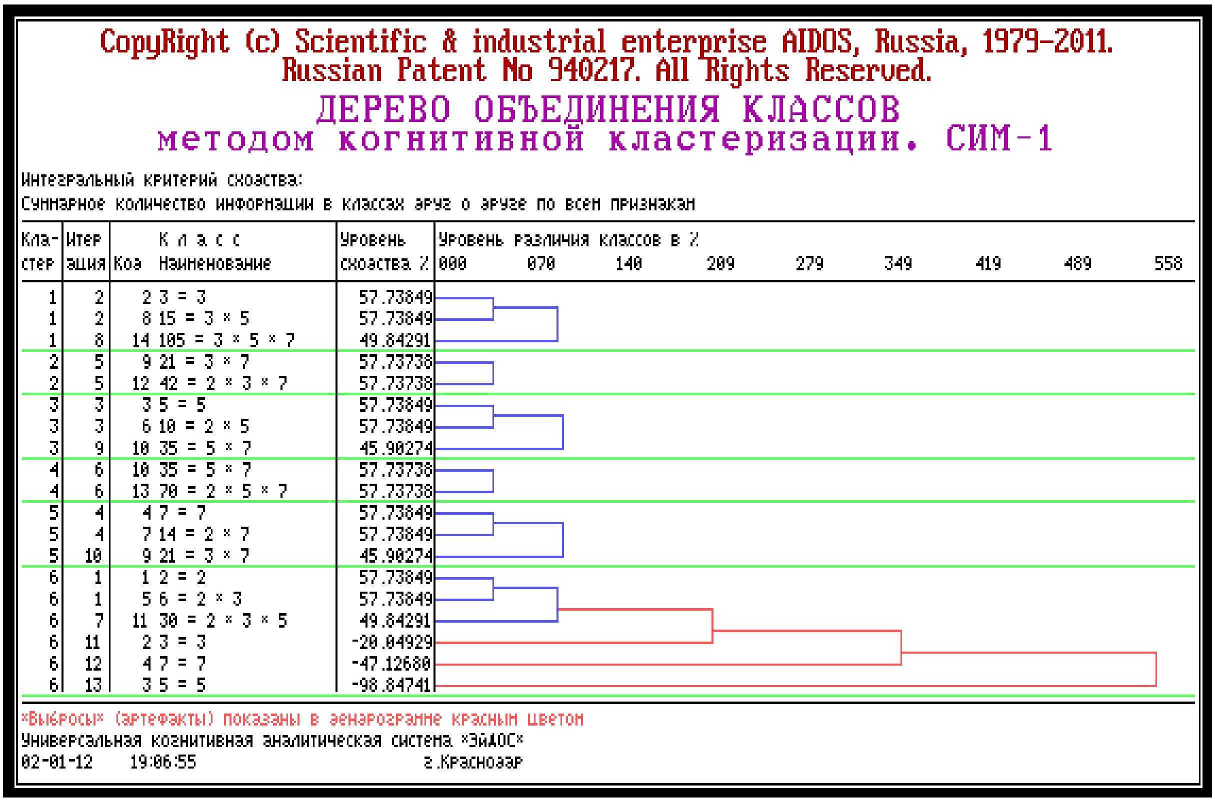


Рисунок 14. Дендрограмма когнитивной кластеризации в СИМ-1

На рисунке 16 приведены результаты идентификации объекта распознаваемой выборки с классами, а на рисунке 17 – класса с объектами:

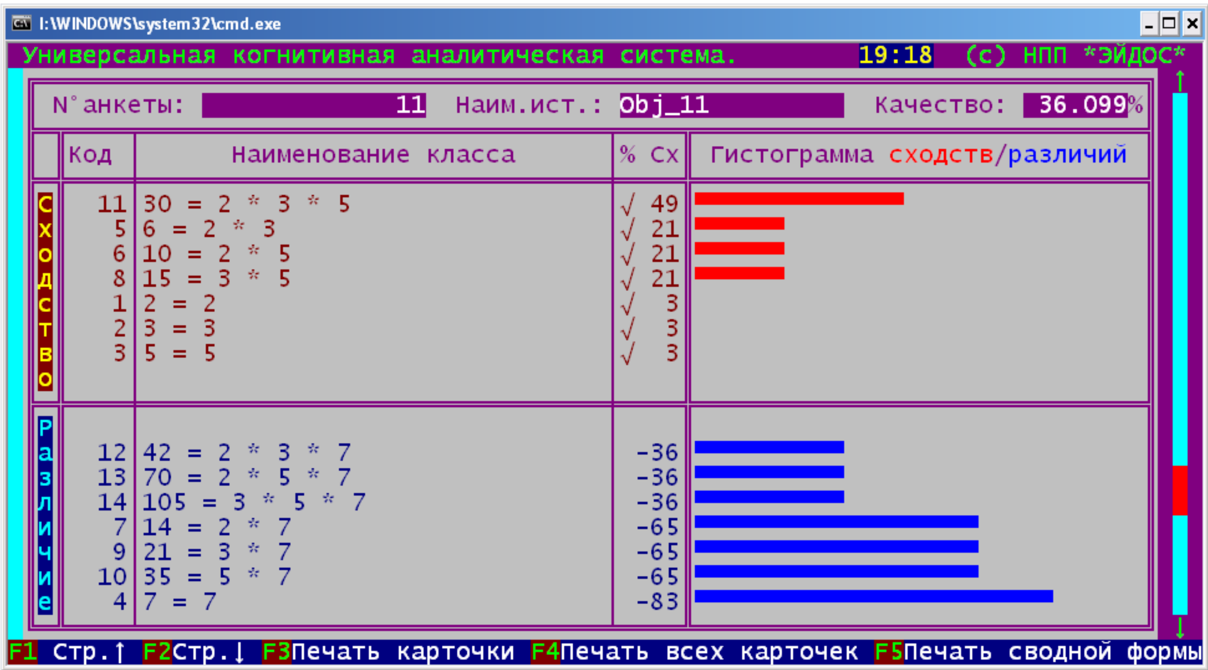


Рисунок 16. Результат идентификации объекта с классами (экранная форма)

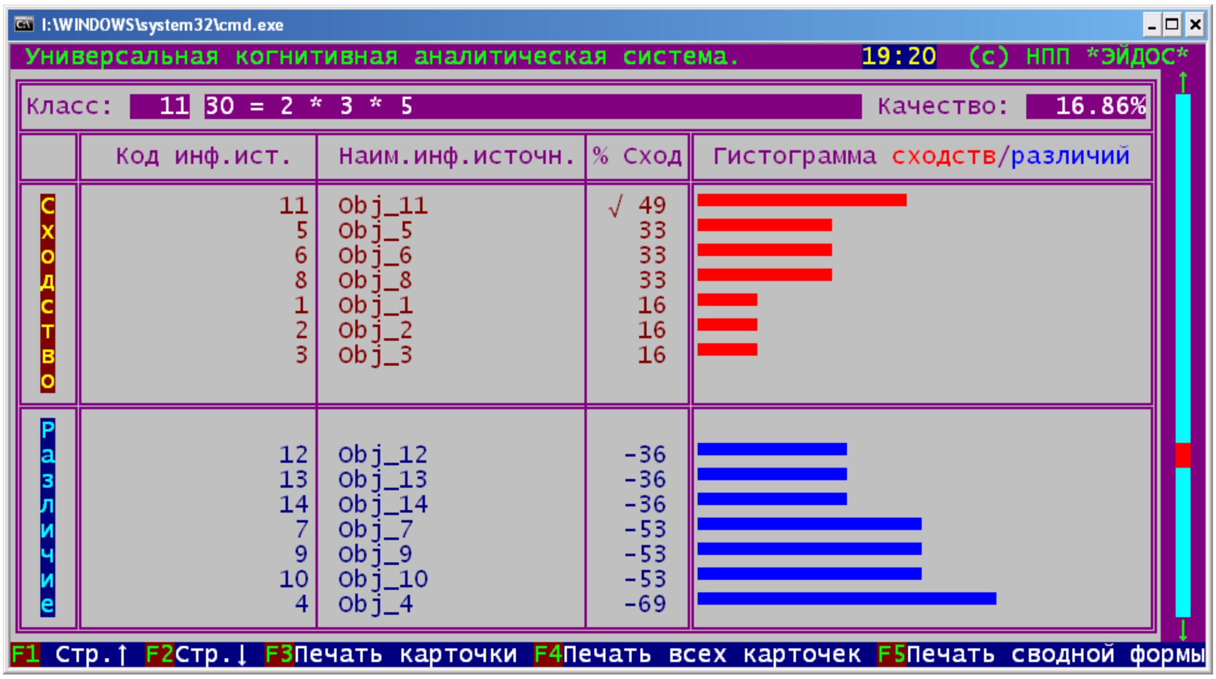


Рисунок 17. Результат идентификации классами с объектами (экранная форма)

При добавлении еще одного базового элемента (например, простого числа: 11) без пересинтеза модели объекты, включающие этот базовый элемент, идентифицируются так же, как будто его нет. Например, результат идентификации объекта: 330 = 2 * 3 * 5 * 11 в этой модели будут такими же, как показано на рисунке 16, т.е. данный объект будет неверно идентифицироваться как 30 = 2 * 3 * 5. Это является признаком необходимости обобщения модели, т.е. создания модели, адекватно отражающей как все предыдущие, так и новые факты. Создание этой более общей модели обеспечивается выполнением следующих шагов:

– добавлением в справочник классов, соответствующих объектам, включающим данный элемент;

– добавлением данного базового элемента в справочник признаков;

– добавлением этого объекта и других объектов, включающих данный базовый элемент, в обучающую выборку;

– пересинтезом модели;

– проверкой ее на адекватность, в т.ч. на новых фактах.

Результат выполнения этих шагов представлен в таблицах 12-16:

Таблица 12 – СПРАВОЧНИК КЛАССОВ БОЛЕЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ

KOD	NAME	KOD	NAME	KOD	NAME
1	2 = 2	11	21 = 3 * 7	21	154 = 2 * 7 * 11
2	3 = 3	12	33 = 3 * 11	22	105 = 3 * 5 * 7
3	5 = 5	13	35 = 5 * 7	23	165 = 3 * 5 * 11
4	7 = 7	14	55 = 5 * 11	24	231 = 3 * 7 * 11
5	11 = 11	15	77 = 7 * 11	25	385 = 5 * 7 * 11
6	6 = 2 * 3	16	30 = 2 * 3 * 5	26	210 = 2 * 3 * 5 * 7
7	10 = 2 * 5	17	42 = 2 * 3 * 7	27	330 = 2 * 3 * 5 * 11
8	14 = 2 * 7	18	66 = 2 * 3 * 11	28	462 = 2 * 3 * 7 * 11
9	22 = 2 * 11	19	70 = 2 * 5 * 7	29	770 = 2 * 5 * 7 * 11
10	15 = 3 * 5	20	110 = 2 * 5 * 11	30	1155 = 3 * 5 * 7 * 11

Таблица 13 – СПРАВОЧНИК ПРИЗНАКОВ БОЛЕЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ

KOD	NAME
1	2
2	3
3	5
4	7
5	11

Таблица 14 – ОБУЧАЮЩАЯ ВЫБОРКА БОЛЕЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ

KOD	NAME	Коды классов															Коды признаков			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4
1	Obj_1	1															1			
2	Obj_2	2															2			
3	Obj_3	3															3			
4	Obj_4	4															4			
5	Obj_5	5															5			
6	Obj_6	1	2	6													1	2		
7	Obj_7	1	3	7													1	3		
8	Obj_8	1	4	8													1	4		
9	Obj_9	1	5	9													1	5		
10	Obj_10	2	3	10													2	3		
11	Obj_11	2	4	11													2	4		
12	Obj_12	2	5	12													2	5		
13	Obj_13	3	4	13													3	4		
14	Obj_14	3	5	14													3	5		
15	Obj_15	4	5	15													4	5		
16	Obj_16	1	2	3	6	7	10	16									1	2	3	
17	Obj_17	1	2	4	6	8	11	17									1	2	4	
18	Obj_18	1	2	5	6	9	12	18									1	2	5	
19	Obj_19	1	3	4	7	8	13	19									1	3	4	
20	Obj_20	1	3	5	7	9	14	20									1	3	5	
21	Obj_21	1	4	5	8	9	15	21									1	4	5	
22	Obj_22	2	3	4	10	11	13	22									2	3	4	
23	Obj_23	2	3	5	10	12	14	23									2	3	5	
24	Obj_24	2	4	5	11	12	15	24									2	4	5	
25	Obj_25	3	4	5	13	14	15	25									3	4	5	
26	Obj_26	1	2	3	4	6	7	8	10	11	13	16	17	19	22	26	1	2	3	4
27	Obj_27	1	2	3	5	6	7	9	10	12	14	16	18	20	23	27	1	2	3	5
28	Obj_28	1	2	4	5	6	8	9	11	12	15	17	18	21	24	28	1	2	4	5
29	Obj_29	1	3	4	5	7	8	9	13	14	15	19	20	21	25	29	1	3	4	5
30	Obj_30	2	3	4	5	10	11	12	13	14	15	22	23	24	25	30	2	3	4	5

Таблица 15 – ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ БОЛЕЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ

Наименование модели	Вид интегрального критерия	Расчет проведен		Достоверность		
		Дата	Идентификации	Идентификации	Идентификации	Средняя
СИМ-4	Корреляция	03-01-12	11:29:19	100,000	73,171	86,585
	Свертка	03-01-12	11:29:24	100,000	73,171	86,585
СИМ-3	Корреляция	03-01-12	11:29:32	100,000	73,171	86,585
	Свертка	03-01-12	11:29:37	100,000	73,171	86,585
СИМ-2	Корреляция	03-01-12	11:29:44	100,000	73,171	86,585
	Свертка	03-01-12	11:29:50	56,137	71,137	63,637
СИМ-1	Корреляция	03-01-12	11:29:59	100,000	73,171	86,585
	Свертка	03-01-12	11:30:04	70,179	87,400	78,789

Таблица 16 – РЕЗУЛЬТАТ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТА С КЛАССАМИ В БОЛЕЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ (ВЫХОДНАЯ ФОРМА)

РЕЗУЛЬТАТ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОГО ИСТОЧНИКА С КЛАССАМИ РАСПОЗНАВАНИЯ
03-01-12 11:38:26

Номер анкеты: 27 Наим.физ.источника: Obj_27 Качество результата распозн.: 36.794%

Код	Наименование класса распознавания	% Сх	Гистограмма сходств/различий
27	330 = 2 * 3 * 5 * 11	√ 80	
16	30 = 2 * 3 * 5	√ 49	
18	66 = 2 * 3 * 11	√ 49	
20	110 = 2 * 5 * 11	√ 49	
23	165 = 3 * 5 * 11	√ 49	
6	6 = 2 * 3	√ 33	
7	10 = 2 * 5	√ 33	
9	22 = 2 * 11	√ 33	
10	15 = 3 * 5	√ 33	
12	33 = 3 * 11	√ 33	
14	55 = 5 * 11	√ 33	
1	2 = 2	√ 20	
2	3 = 3	√ 20	
3	5 = 5	√ 20	
5	11 = 11	√ 20	
26	210 = 2 * 3 * 5 * 7	-20	
28	462 = 2 * 3 * 7 * 11	-20	
29	770 = 2 * 5 * 7 * 11	-20	
30	1155 = 3 * 5 * 7 * 11	-20	
17	42 = 2 * 3 * 7	-33	
19	70 = 2 * 5 * 7	-33	
21	154 = 2 * 7 * 11	-33	
22	105 = 3 * 5 * 7	-33	
24	231 = 3 * 7 * 11	-33	
25	385 = 5 * 7 * 11	-33	
8	14 = 2 * 7	-49	
11	21 = 3 * 7	-49	
13	35 = 5 * 7	-49	
15	77 = 7 * 11	-49	
4	7 = 7	-80	

Универсальная когнитивная аналитическая система НПП *ЭЙДОС*

Из сравнения таблицы 16 с рисунком 16 видно, что полученная нами обобщенная модель удовлетворяет принципу соответствия с предыдущей моделью, т.к. дает вполне разумные результаты идентификации как объектов, верно идентифицируемых в старой модели, так и новых объектов, которые ранее идентифицировались неадекватно. Таким образом, подход, представленный на рисунке 7, дает ожидаемые положительные результаты.

Выводы. Таким образом, в разделе на простом, но универсальном численном примере рассмотрено применение автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализ) и его программного инструментария – интеллектуальной системы «Эйдос» для *выявления и исследования детерминации эмерд-*

жентных макросвойств систем их составом и иерархической структурой, т.е. подсистемами различной сложности (уровней иерархии). Тем самым продемонстрирована возможность решения этой проблемы в широком круге предметных областей с применением технологии и инструментария АСК-анализа.

Кратко обсуждаются некоторые методологические вопросы создания и применения формальных моделей в научном познании.

Предложены:

– системное обобщение принципа Уильяма Росса Эшби о необходимом разнообразии на основе системного обобщения теории множеств и системной теории информации;

– обобщенная формулировка принципа относительности Галилея-Эйнштейна, применимая не только в физике, но и в других науках, в частности в экономике, социологии и психологии;

– гипотеза о связи обобщенного принципа относительности с теоремой Эмми Нётер;

– гипотеза «О зависимости силы и направления связей между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом от уровня иерархии в системе».

Системное обобщение принципа Эшби и следствие из него: «Чем больше различных сочетаний значений факторов действует на объект управления, тем выше степень детерминированности управления им», следовательно «Степень детерминированности управления системой тем выше, чем выше ее эмерджентность (уровень системности), количественно измеряемая коэффициентом эмерджентности Хартли». Коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича можно обоснованно считать количественным выражением системного обобщения принципа Эшби.

Обобщенный принцип относительности Галилея-Эйнштейна: «Законы природы открытые в одном месте и в определенное время действуют и в других местах и в другое время», поэтому по виду законов природы в замкнутой лаборатории невозможно определить в каком месте (пространства) и в каком времени эта лаборатория находится, т.е. по виду законов природы внутри лаборатории невозможно локализовать ее в пространстве-времени. Из обобщенного принципа относительности вытекает важное следствие том, что способ определения степени истинности реальности сам должен быть истинным, чтобы давать истинные результаты, и сам не должен относится к той реальности, которая с помощью него оценивается. Обобщенный принцип относительности применим не только в физике, но и в других науках, в частности в экономике, социологии и психологии. Но в отличие от физики другие науки не только основаны на применении этого принципа, хотя и в явном виде не формулировали его, но и их исследования во многом состоят в изучении отклонений от этого принципа.

Гипотеза о связи обобщенного принципа относительности с теоремой Эмми Нётер: «Принцип относительности выполняется по тем же причинам, по которым существуют законы сохранения и этими причинами являются симметрии пространства-времени».

Гипотеза «О зависимости силы и направления связей между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом от уровня иерархии в системе»: «Чем выше уровень иерархии в системе, тем слабее положительные и сильнее отрицательные связи между базовыми элементами системы и ее эмерджентными свойствами в целом».

Материалы работы могут быть использованы при проведении лекционных и лабораторных занятий по дисциплинам: «Интеллектуальные информационные системы» и «Концепции современного естествознания».для различных специальностей, а также для решения перечисленных в начале работы и других задач того же типа в различных предметных областях.

10.3. Коэффициент эмерджентности классических и квантовых статистических систем

В данном разделе изложение полностью основано на рабате [270], нумерация формул, рисунков и таблиц сохранены.

В классической теории информации Хартли-Шеннона понятие информации определяется на основе теоретико-множественных и комбинаторных представлений на основе анализа поведения классического макрообъекта, который может переходить только в четко фиксированные альтернативные редуцированные состояния, например монета, может упасть либо на "орел", либо на "решку". Если эти варианты равновероятны, то при реализации одного из них по формуле Хартли мы получаем информацию в 1 бит, при реализации одного из W равновероятных состояний мы получаем информацию $I=Log_2W$ бит, если неравновероятны, то для расчета среднего количества информации используется формула Шеннона [97].

Однако квантовые объекты могут быть одновременно в двух и более альтернативных для классических объектов состояниях [2]. Такие состояния будем называть смешанными.

Например, электрон может интерферировать, проходя одновременно через две щели[67] [2]. При этом наблюдаются эффекты, не сводящиеся к суперпозиции классических состояний, т.е. имеющие существенно квантовый, системный, эмерджентный, нелинейный характер.

Поэтому классическая теория информации Хартли-Шеннона может быть обобщена путем рассмотрения квантовых систем в качестве объектов, на основе анализа поведения которых формируется само основополагающее понятие информации. Обобщенную таким образом теорию информации предлагается называть системной или эмерджентной теорией информации.

Основным отличием эмерджентной теории информации от классической является учет свойства системности, как фундаментального и универсального свойства всех объектов, на уровне самого понятия информации. Достаточно рассмотреть квантовое обобщение теории Хартли, т.к. путь вывода теории Шеннона из теории Хартли хорошо известен [97].

В работе[68] Ричард Фейнман рассмотрел пример интерференции электрона на двух щелях при наблюдении этого процесса с помощью эффекта Комптона, т.е. путем рассеяния фотонов на электроне. В этом случае электрон всегда наблюдается в форме объекта с размером порядка длины волны света, и как выяснилось, его свойства самым существенным образом зависят от его наблюдаемого, а значит и фактического размера. Мы не будем детально приводить известную аргументацию Р. Фейнмана, но

---

[67] Feynman, Richard P. The Character of Physical Law: The 1964 Messenger Lectures. MIT Press, 1967.

[68] Фейнман Р. Характер физических процессов. - М.: Мир, 1968. - 232с.

коснемся лишь моментов, играющих ключевую роль в квантовом (системном) обобщении понятия "информация".

Когда длина волны фотонов меньше расстояния между щелями, то видно, что электрон проходит через одну из щелей. В этом случае на экране за каждой щелью наблюдается классическое распределение плотности. Суммарная плотность N_{12} является просто суммой распределений N_1 и N_2, полученных соответственно от щелей 1 и 2 – рис. 1. Следовательно, имеем в этом случае:

$$N_{12}(x) = N_1(x) + N_2(x) \qquad (1)$$

Когда длина волны фотонов порядка расстояния между щелями или больше, то видно, как он проходит через экран "накрывая" обе щели одновременно. В этом случае за ними наблюдается сложная интерференционная картина, нисколько не напоминающая сумму или суперпозицию классических распределений за 1-й и 2-й щелями, т.е. не являющуюся их суммой – рис. 2.

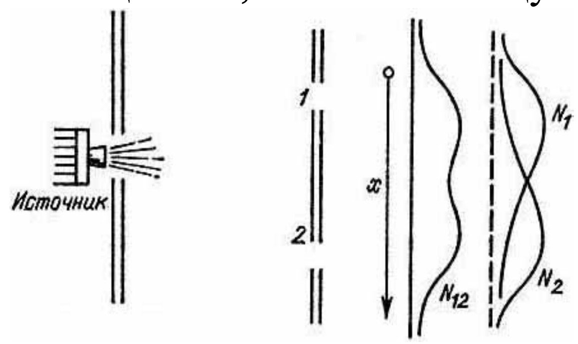


Рисунок 1. Классический объект, интерференции нет

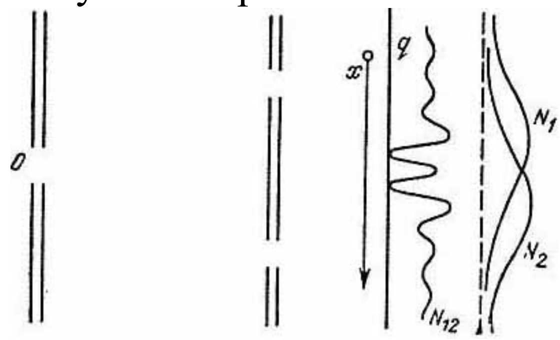


Рисунок 2. Квантовый объект, интерференция есть

Введем следующие обозначения:

$\psi_1(x)$ – волновая функция или амплитуда вероятности, квадрат модуля которой характеризует вероятность попадания электрона в точку x экрана через отверстие 1;

$\psi_2(x)$ – волновая функция, квадрат модуля которой характеризует вероятность попадания электрона в точку x экрана через отверстие 2;

$\psi_{12}(x)$ – суммарная амплитуда вероятности, квадрат модуля которой характеризует вероятность попадания электрона в точку x экрана через отверстия 1 и 2 одновременно.

Согласно законам квантовой механики, складываются волновые функции, а не вероятности, как в классическом случае, поэтому имеем:

$$\psi_{12}(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x);$$
$$N_{12}(x) = |\psi_{12}(x)|^2; \; N_1(x) = |\psi_1(x)|^2; \; N_2(x) = |\psi_2(x)|^2 \quad (2)$$

Отсюда находим, что

$$|\psi_{12}(x)| = |\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2 = \left|a_1(x)e^{i\phi_1} + a_2(x)e^{i\phi_2}\right|^2$$
$$N_{12} = N_1(x) + N_2(x) + 2 \cdot \sqrt{N_1(x) \cdot N_2(x)} \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (3)$$

Здесь $a_j(x), \phi_j$ – амплитуда и фаза волновой функции соответственно. Сравнивая выражения (1) и (3) видим, что квантовый эффект прохождения электрона через две щели одновременно приводит к появлению дополнительного слагаемого, описывающего интерференцию – рис. 2.

Это дополнительное слагаемое учитывает системный эффект состоящий в том, что состояния объекта, в классической теории считавшиеся альтернативными, т.е. одновременно не реализуемыми ни при каких условиях, в квантовой теории таковыми не являются и могут осуществляться одновременно, что приводит к возможности нахождения объекта в смешанных состояниях.

Если вероятность прохождения электрона через каждую из W щелей одинакова, то по классической теории Хартли в самом факте пролета электрона через одну из щелей содержится количество информации:

$$I = Log_2 W \quad (4)$$

где W – количество щелей, или, в общем случае, классических состояний объекта.

В соответствии с концепцией эмерджентной теории информации, предлагается ввести в это выражение параметр, учитывающий квантовые системные эффекты нахождения объекта в смешанных состояниях. В результате количество состояний объекта возрастает и, следовательно, так же возрастает и количество информации, которое мы получаем, когда узнаем, что он перешел в одно из этих состояний:

$$I = Log_2 W^{\varphi} \quad (5)$$

где φ – степень эмерджентности системы (синоним: уровень системности объекта), в частности:

$$\begin{cases} \varphi < 1 - \textit{деструктивная система}; \\ \varphi = 1 - \textit{классическая система}; \\ \varphi > 1 - \textit{синтетическая система}. \end{cases}$$

Для деструктивных систем свойства целого меньше свойств частей, для классических систем они совпадают, для синтетических систем свойства целого больше свойств частей и не сводятся к ним.

На первый взгляд можно было бы просто увеличить количество состояний системы W за счет учета смешанных состояний. Однако этот путь не удовлетворяет известному принципу соответствия, который в данном контексте требует, чтобы в предельном случае более общая теория переходила в уже известную, классическую теорию.

Здесь уместно привести теорему, впервые доказанную известным кибернетиком У. Эшби: у системы тем больше возможностей в выборе поведения, чем сильнее степень согласованности поведения ее частей.

Теорема Эшби описывает систему в точке бифуркации, причем, по сути, он при этом использует понятие "степень эмерджентности объекта", хотя в явном виде и не вводит его. Более того, он указывает на источник эмерджентности: – взаимодействие частей и связывает уровень системности или уровень системной организации со степенью взаимодействия этих частей.

В теории информации есть теорема, доказывающая, что энтропия системы в целом меньше суммы энтропии ее частей на величину взаимной информации частей друг о друге. Таким образом, можно утверждать, что способность системы к выбору прямо пропорциональная степени ее эмерджентности и самым непосредственным образом связана с ее способностью, противостоять действию закона возрастания энтропии.

Таким образом, и теоретико-информационное рассмотрение сложных активных самоорганизующихся систем, каким является человек и системы с участием человека, и рассмотрение квантовых систем, приводит к необходимости разработки эмерджентной теории информации, в которой используется обобщенное понятие информации, учитывающее эффект системности с помощью коэффициента эмерджентности.

Рассмотрим численный пример вычисления коэффициента эмерджентности для простого случая, когда все рассматриваемые места работы равновероятны. Пусть количество мест, куда может пойти работать выпускник после получения 1-й специальности будет равно: W_1=6, после получения 2-й специальности: W_2=10, а при *одновременном* получении обоих специальностей дополнительно появляется еще ΔW=16 мест работы, откуда:

$$W_3 = W_1 + W_2 + \Delta W = 32$$

Тогда в 1-м случае, если мы узнаем, что выпускник устроился на определенное место работы, то мы получаем

$$I_1 = \mathrm{Log}_2 W_1 \approx 2{,}58 \text{ бит}$$

информации, во 2-м случае, соответственно:

$$I_2 = \mathrm{Log}_2 W_2 \approx 3{,}32 \text{ бита}$$

Но в 3-м случае мы получаем не

$$I_3 = \mathrm{Log}_2(W_1 + W_2) = 4 \text{ бита},$$

как можно было бы ожидать, если бы не было интерференции последствий, т.е. системного эффекта, а на 1 бит больше:

$$I_3 = \mathrm{Log}_2 W_3 = 5 \text{ бит}. \qquad (6)$$

Таким образом, при наблюдении за поведением объектов, при рассмотрении их как элементов некоторой системы, мы получаем больше информации, чем при рассмотрении их как автономных объектов, т.е. вне системы. Это можно объяснить тем, что дополнительная информация – это и есть информация о системе, о том, как она влияет на поведение своего элемента.

Указанные 16 дополнительных состояний (мест работы) выпускника в 3-м случае образовались за счет системного эффекта (эмерджентности) и являются "смешанными", образующимися за счет одновременного наличия у выпускника свойств, полученных при окончании и 1-й, и 2-й специальности, поэтому, учитывая выражения (4) и (5), получаем:

$$I_3 = Log_2 W_3 = Log_2 (W_1 + W_2)^{\varphi}$$

Откуда:

$$\varphi = \frac{Log_2(W_1 + W_2 + \Delta W)}{Log_2(W_1 + W_2)} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$

Следовательно, одновременное окончание двух специальностей в рассмотренном случае дает системный эффект 1,25.

Таким образом, предлагаемый концептуальный подход к построению эмерджентной теории информации позволяет количественно учитывать системный эффект или эмерджентность непосредственно на уровне самого понятия "информация", что имеет большое значение для науки и практики применения теории информации и системного анализа для управления активными объектами.

Рассмотрим, что изложенный информационный подход может дать для оценки уровня системности квантовых объектов.

В 2002 году одним из авторов [97] было предложена идея, состоящая в том, что *количество информации в системе больше количества информации во множестве образующих ее базовых элементов, т.к. подсистемы, состоящие из нескольких элементов, содержат информацию также как и базовые элементы* [97]. Понятно, что базовые элементы также являются подсистемами, т.к. кроме систем в мире вообще ничего не существует, а подсистемы некоторого иерархического уровня системы, например, состоящие из m базовых элементов, могут рассматриваться как базовые элементы этого иерархического уровня [170, 196].

Если базовое множество содержит W элементов, то по Хартли количество информации, которое мы получаем, когда выбираем некоторый элемент, равно:

$$I = Log_2 W \tag{7}$$

Если базовые элементы могут взаимодействовать друг с другом, то они могут образовывать подсистемы.

Здесь и возникают принципиальные вопросы о том:

– какие элементы могут образовывать подсистемы, а какие не могут;

– сколько подсистем различной сложности может быть образовано из W базовых элементов?

Ответы на эти вопросы зависят от того, какой квантовой статистике подчиняется образующаяся система.

Рассмотрим квантовую систему, состоящую из ряда подсистем, которые пронумеруем целым числом $j = 1, 2, 3, \ldots$. Каждая подсистема характеризуется числом состояний G_j и числом частиц N_j, которые находятся в этих состояниях и обладают энергией ε_j. Определим число возможных способов распределения N_j частиц по G_j состояниям. В случае статистики Ферми в каждом состоянии может находиться не более чем одна частица, поэтому число способов равно[69]

$$\Delta\Gamma_j = \frac{G_j!}{N_j!(G_j - N_j)!} \tag{8}$$

В случае статистики Бозе в каждом состоянии может находиться любое число частиц, следовательно, число способов равно[70]

$$\Delta\Gamma_j = \frac{(G_j + N_j - 1)!}{N_j!(G_j - 1)!} \tag{9}$$

Энтропия, общее число частиц и энергия системы равны по определению

$$S = \sum_j \ln\Delta\Gamma_j,\ N = \sum_j N_j,\ E = \sum_j \varepsilon_j N_j \tag{10}$$

Найдем числа $n_j = N_j / G_j$, которые соответствуют экстремуму энтропии при условии постоянства общего числа частиц и энергии системы. Если число состояний и число частиц в каждой подсистеме достаточно велико, $N_j, G_j >> 1$, то можно воспользоваться приближенной формулой для логарифма факториала $\ln N_j! \approx N \ln(N / e)$. В этом случае выражение энтропии квантовых систем упрощается и принимает вид:

$$\begin{aligned} S_F &= -\sum_j G_j[n_j \ln n_j - (1 - n_j)\ln(1 - n_j)], \\ S_B &= \sum_j G_j[(1 + n_j)\ln(1 + n_j) - n_j \ln n_j] \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь первое выражение соответствует энтропии системы фермионов, а второе – системы бозонов.

Используя метод Лагранжа, составим функционал $S_k + \alpha N + \beta E$, где α, β - некоторые постоянные. Экстремум энтропии достигается при условии

$$\frac{\partial}{\partial n_j}(S_k + \alpha N + \beta E) = 0$$

Отсюда находим два типа распределения

---

[69] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Statistical Physics. Vol. 5 (3rd ed.). Butterworth-Heinemann. 1980. Feynman, Richard P. Statistical Mechanics: A Set of Lectures. Reading, Mass: W. A. Benjamin, 1972.

[70] Там же

$$n_j = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta\varepsilon_j) \pm 1} \quad (12)$$

Отметим, что знак плюс соответствует распределению Ферми, а знак минус – распределению Бозе.

Следовательно, в случае статистики Ферми на образование подсистем накладывается ограничение на число частиц, которые могут находиться в одном состоянии. С учетом этого ограничения все элементы базового множества могут образовывать подсистемы в любых сочетаниях, а их общее число определяется выражением (8), которое запишем в виде

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (13)$$

Здесь n – число состояний системы; m – число частиц находящихся в этих состояниях.

Ясно, что при фиксированном числе состояний в системе могут быть подсистемы из 1, 2, 3, …, W элементов. При этом подсистемы из 1-го элемента это сами базовые элементы, а подсистема из W элементов – это вся система в целом (булеан) [7-8].

На всех иерархических уровнях системы от 1-го до W, суммарно будет содержаться общее число подсистем:

$$N_{FD} = \sum_{m=1}^{W} C_n^m = \sum_{m=1}^{W} \frac{n!}{m!\,(n-m)\,!} \quad (14)$$

В работе [97] предложено считать, что количество информации в системе можно рассчитывать по формуле Хартли (7), полагая, что элементами системы являются не только ее базовые элементы, но и состоящие из них подсистемы, количество которых в системе определяется выражением (14). Таким образом, количество информации в системе будет:

$$I_{FD} = Log_2 N_{FD} = Log_2 \sum_{m=1}^{W} C_n^m = Log_2 \sum_{m=1}^{W} \frac{n!}{m!\,(n-m)\,!} \quad (15)$$

Или окончательно:

$$I_{FD} = Log_2 \sum_{m=1}^{W} C_n^m \quad (16)$$

Выражение (11) представляет собой системное обобщение формулы Хартли для количества информации в квантовой системе, подчиняющейся статистике Ферми-Дирака с заданным числом состояний и с переменным числом частиц.

В работе [97] предложено оценивать уровень системности или сложности системы отношением количества информации в системе (с учетом входящих в нее подсистем всех уровней иерархии) к количеству информации во множестве образующих ее базовых элементов:

$$H_{FD}(n,W)=\frac{Log_2\sum_{m=1}^{W}C_n^m}{Log_2 W} \tag{17}$$

Это выражение было названо в работе [97] *коэффициентом эмерджентности Хартли*, в честь этого выдающегося ученого, внесшего большой вклад в становление научной теории информации, а также потому, что в нем использовано классическое выражение Хартли для количества информации (7) и его системное обобщение (16).

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента эмерджентности Хартли (17), представляющая собой поверхность. Отметим, что в области параметров $n \le 137$, характерной для ядерных и атомных оболочек, коэффициент эмерджентности изменяется немонотонно с ростом W, что позволяет объяснить поведение энергии связи нуклонов в атомных ядрах[71].

Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (17) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации в квантовой системе, подчиняющейся статистике Ферми-Дирака, при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности.

---

[71] Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И.Менделеева. Часть 2. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 491 – 514. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/37.pdf

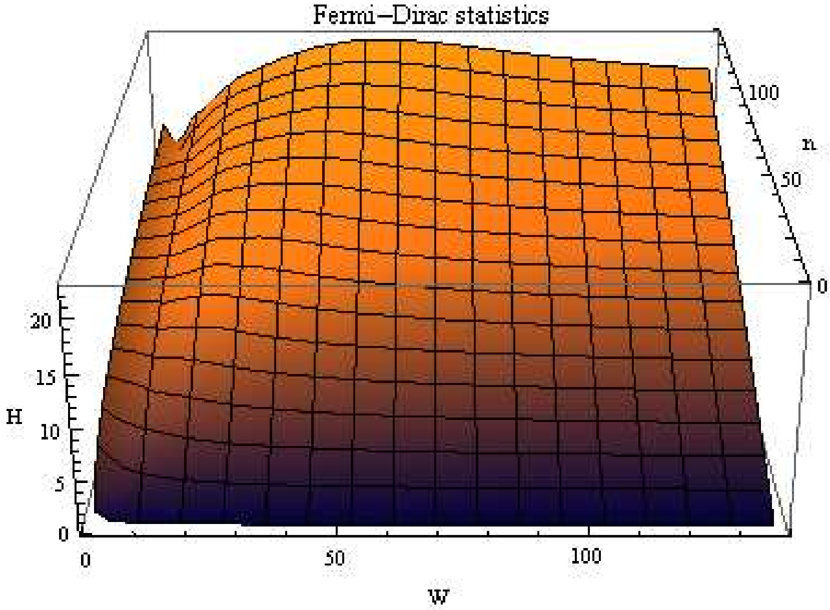


Рис. 3. Поведение коэффициента эмерджентности Хартли в случае статистики Ферми-Дирака.

В работе [97] показано, что при n=W выражение (16) приобретает вид:

$$N_{FD} = \sum_{m=1}^{W} C_W^m = 2^W - 1 \tag{18}$$

Выражение (11) для количества информации в системе с учетом (18):

$$I_{FD} = Log_2(2^W - 1) \tag{19}$$

Выражение (19) дает *оценку максимального количества информации*, которое может содержаться в системе ***при условии*** вхождения всех элементов во все подсистемы различных уровней иерархической структуры, что на практике никогда не осуществляется (возможно, за исключением мира в целом).

Из выражения (19) видно, что I достаточно быстро стремится к W, поскольку

$$\lim_{W \to \infty} I / W = 1 \tag{20}$$

При W > 4 различие I и W в выражении (20) не превышает 1%. Таким образом, коэффициент эмерджентности Хартли (17) отражает уровень системности объекта, подчиняющегося статистике Ферми-Дирака. Этот коэффициент изменяется от 1 (системность минимальна, т.е. отсутствует) до W/Log_2W (системность максимальна).

Для каждого количества элементов системы существует свой максимальный уровень системности, который никогда реально не достигается из-за действия **правил запрета** на реализацию в системе ряда подсистем различных уровней иерархии. Например, не все сочетания букв русского алфавита образуют слова русского языка, и не все сочетания слов – предложения. В каждом состоянии может находиться только одна частица и т.п. По этой причине систему правил запрета в [97] предложено назвать информационным проектом системы. Различные системы, состоящие из равного количества одинаковых элементов, отличаются друг от друга именно по причине различия своих информационных проектов.

Одним из наиболее важных и известных в физике правил запрета, который действует на квантовые системы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака, является принцип Паули. Это один из основополагающих принципов, влияющий на строение химических элементов, классифицированных в таблице Д. И. Менделеева[72] [201].

Таким образом, в работе [97] по сути, предложено системное обобщение формулы Хартли и коэффициент эмерджентности Хартли для случая квантовых систем, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака. Однако статистике Ферми-Дирака подчиняются только квантовые системы с полуцелым спином, тогда как квантовые системы с целым спином описываются статистикой Бозе-Эйнштейна.

---

[72] Вяткин В.Б. Орбитальная система распределения электронов в атоме и структура периодической системы элементов / В.Б. Вяткин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №05(089). С. 1453 – 1485. – IDA [article ID]: 0891305100. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/05/pdf/100.pdf, 2,062 у.п.л.
Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И.Менделеева. Часть 2. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 491 – 514. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/37.pdf

Для этой статистики число различных подсистем рассчитывается по формуле (9), которую запишем в форме

$$C_{r+k-1}^{r} = \frac{(r+k-1)!}{r!(k-1)!} \tag{21}$$

Здесь k – число состояний, r – число частиц в системе. На всех иерархических уровнях квантовой системы, подчиняющейся статистике Бозе-Эйнштейна, от 1-го до W, суммарно будет содержаться общее число подсистем

$$N_{BE} = \sum_{r=1}^{W} C_{r+k-1}^{r} = \sum_{r=1}^{W} \frac{(r+k-1)!}{r!(k-1)!} \tag{22}$$

Предположим, что количество информации в квантовой системе, подчиняющейся статистике Бозе-Эйнштейна, можно рассчитывать по формуле Хартли (7), полагая, что элементами системы являются не только ее базовые элементы, но и состоящие из них подсистемы, количество которых в системе определяется выражением (22). Таким образом, количество информации в такой квантовой системе, подчиняющейся статистике Бозе-Эйнштейна, будет:

$$I_{BE} = Log_2 N_{BE} = Log_2 \sum_{r=1}^{W} C_{r+k-1}^{r} = Log_2 \sum_{r=1}^{W} \frac{(r+k-1)!}{r!(k-1)!} \tag{23}$$

Или окончательно:

$$I_{BE} = Log_2 \sum_{r=1}^{W} C_{r+k-1}^{r} \tag{24}$$

Выражение (19) представляет собой системное обобщение формулы Хартли для количества информации в квантовой системе, подчиняющейся статистике Бозе-Эйнштейна.

Соответственно, выражение для коэффициента эмерджентности Хартли для случая квантовых систем, подчиняющихся статистике Бозе-Эйнштейна, будет иметь вид:

$$H_{BE}(k,W) = \frac{Log_2 \sum_{r=1}^{W} C_{r+k-1}^{r}}{Log_2 W} \tag{25}$$

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента эмерджентности Хартли (25) в области параметров $k, W \leq 150$. Можно отметить существенное различие в поведении функции (25) и аналогичного коэффициента вычисленного для случая статистики Ферми-Дирака – см. рис. 3.

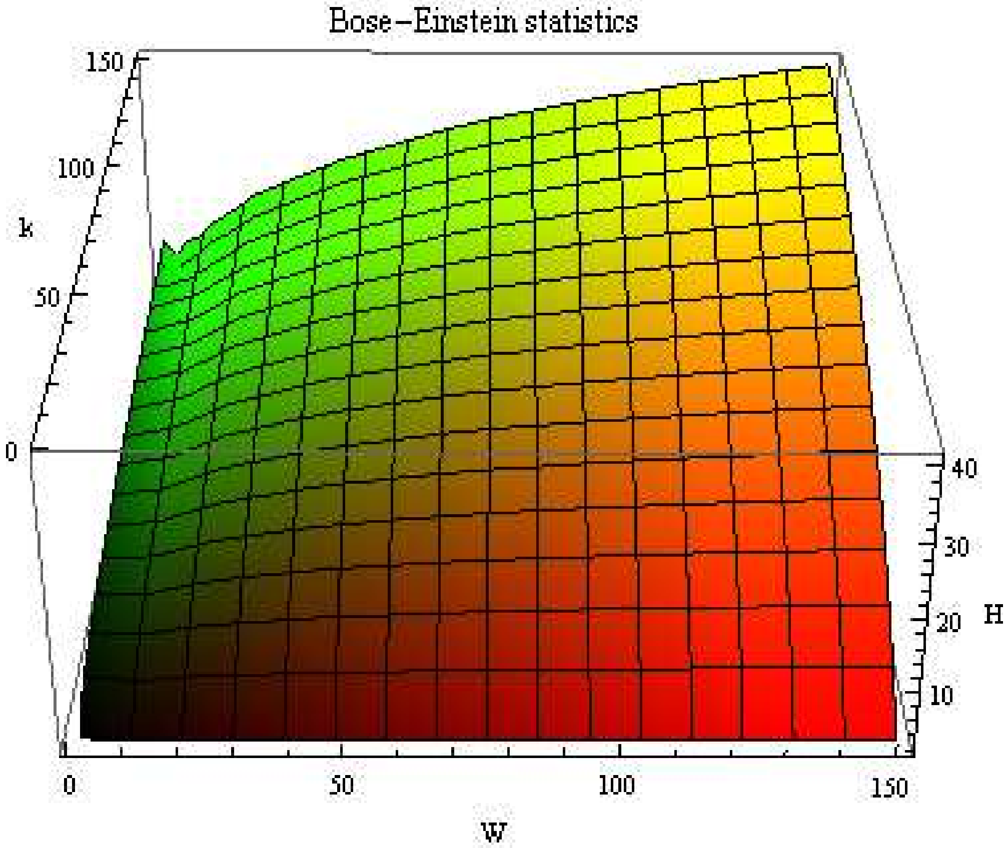


Рис. 4. Поведение коэффициента эмерджентности Хартли в случае статистики Бозе-Эйнштейна

Отметим, что обе квантовые статистики – и Ферми-Дирака, и Бозе-Эйнштейна, асимптотически приближаются к статистике Максвелла-Больцмана в пределе высоких температур и низких плотностей, что непосредственно следует из выражения (12). В случае статистики Максвелла-Больцмана число подсистем, которое можно образовать при заданном значении числа состояний определяется согласно[73] [5]

[73] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Statistical Physics. Vol. 5 (3rd ed.). Butterworth-Heinemann. 1980.

$$\Delta\Gamma_j = \frac{G_j^{\ N_j}}{N_j!} \tag{26}$$

Отсюда находим коэффициент эмерджентности классических систем в виде

$$H_{MB}(G,W) = \frac{Log_2 \sum_{N=1}^{W} G^N / N!}{Log_2 W} \tag{27}$$

Здесь N – число частиц, G – число состояний. На рис. 5 представлена зависимость (27) в области параметров $G, W \leq 150$. По характеру поведения коэффициент эмерджентности классических систем при малом числе состояний и частиц занимает промежуточное положение между аналогичными коэффициентами, вы численными для ферми- и бозе-систем – см. рис 3-4.

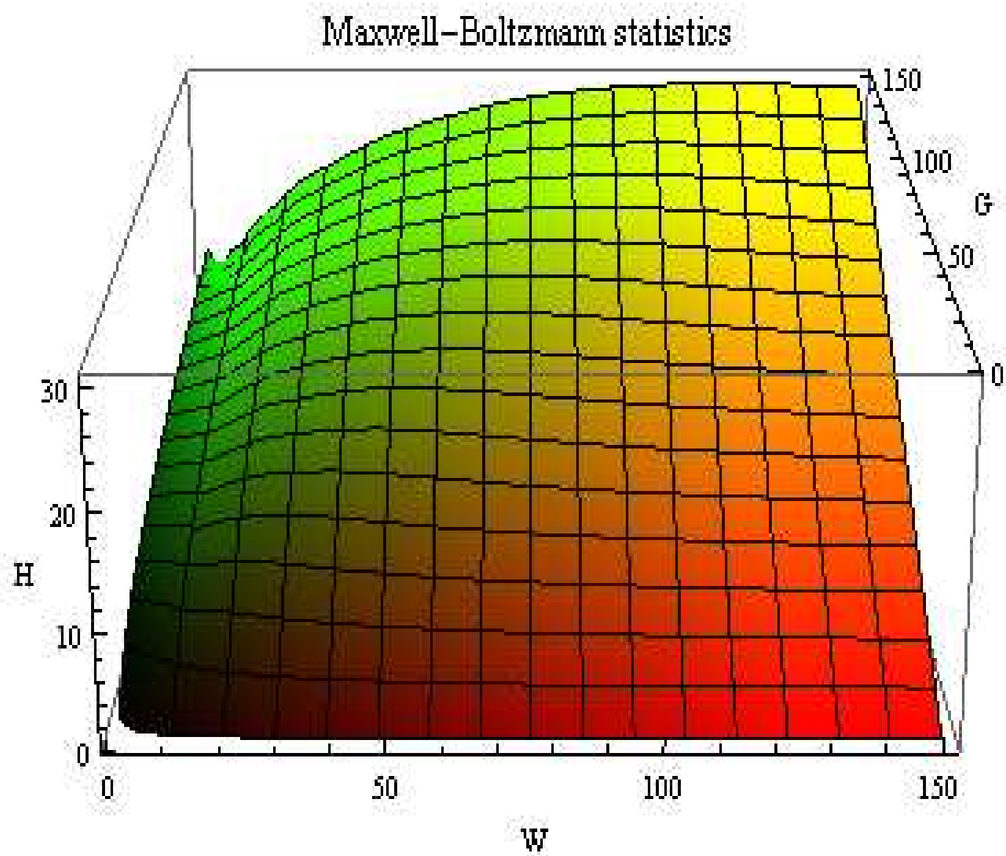


Рис. 5. Поведение коэффициента эмерджентности Хартли в случае статистики Максвелла-Больцмана

Наконец, рассмотрим поведение коэффициента эмерджентности всех трех систем для больших значений параметров числа состояний и частиц – рис. 6. Отметим, что максимальное число подсистем для данных, приведенных на рис. 6 составляет:

- статистика Ферми-Дирака - 3.50746621×10^{451}.
- статистика Бозе-Эйнштейна - 1.79196794×10^{901}.
- статистика Максвелла-Больцмана - 1.4015754×10^{651}.

При этом максимальное число состояний и частиц в каждом случае равно 1500. Общее число подсистем на всех уровнях иерархии, т.е. включающих по W=1, 2, 3, …, 10 элементов, для статистки Ферми-Дирака согласно выражения (14) для этого случая, т.е. при n=1500 уровней имеет вид:

{W, N_{FD}}
{1, 1500}
{2, 1125750}
{3, 562501250}
{4, 210657282125}
{5, 63071015719925}
{6, 15725776993138425}
{7, 3358594738459315425}
{8, 627221514672084598050}
{9, 104049830019224187006550}
{10, 15524360758047942656113900}

Все результаты, представленные на рис. 3-6, получены с использованием системы Wolfram Mathematica 9.0[74]. В этой системе максимальное число в вычислениях с плавающей точкой равно \$MaxMachineNumber = $1.79769*10^{308}$. Максимальное же число, которое может быть представлено на компьютере, использованном в вычислениях приведенных выше данных, составляет \$MaxNumber= $2.174188391646043*10^{20686623745}$.

---

[74] Wolfram Mathematica 9.0/ http://www.wolfram.com/mathematica/

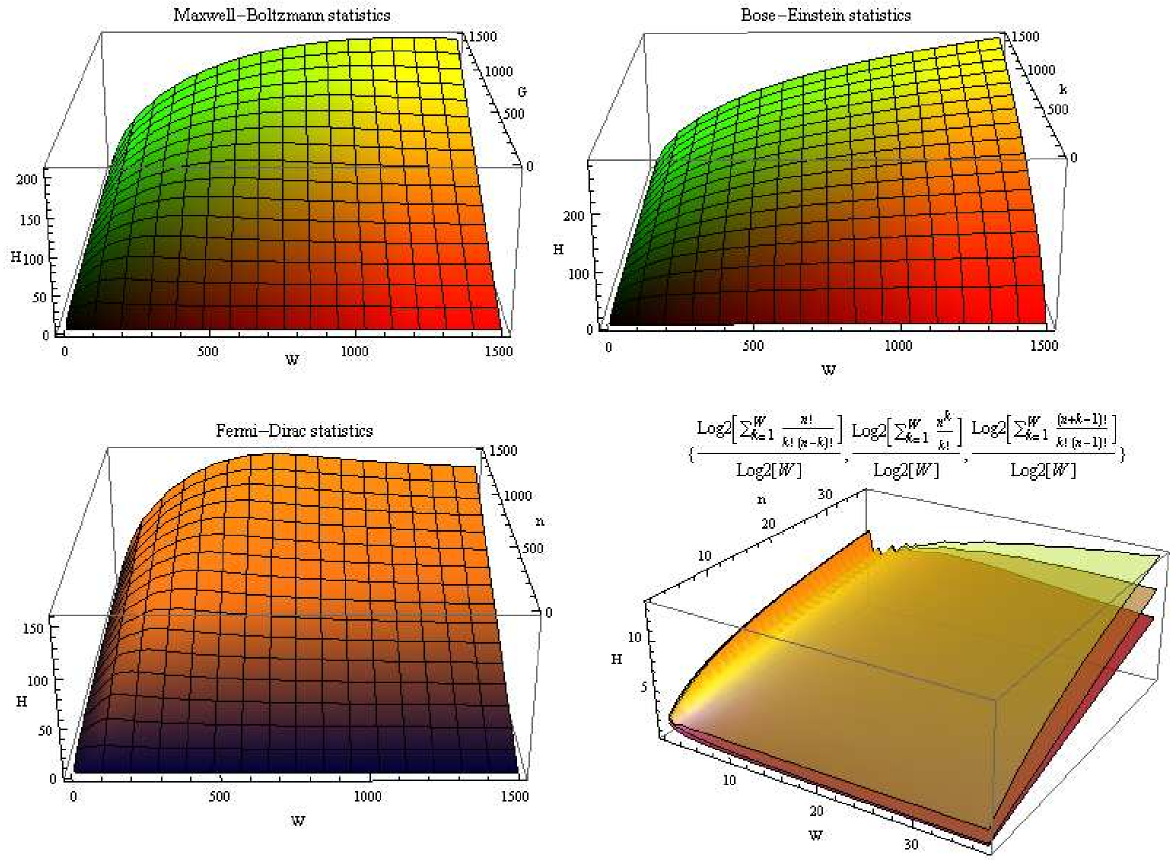


Рис. 6. Поведение коэффициента эмерджентности Хартли в случае классической и квантовой статистики. На правом нижнем рисунке поверхности коэффициента эмерджентности изображены для малого числа частиц и состояний

Из приведенных на рис. 6 данных следует, что с ростом числа состояний и числа частиц коэффициенты эмерджентности квантовых и классических систем отличаются между собой, как и коэффициенты квантовых систем ферми-частиц и бозе-частиц. ***Следовательно, коэффициент эмерджентности позволяет отличить классическую систему от квантовой системы, а квантовую систему ферми-частиц от квантовой системы бозе-частиц.***

Полученные результаты могут оказаться полезными в молекулярной, атомной и ядерной физике, в физике высоких энергий в исследованиях структуры элементарных частиц, а также в математике, экономике, социологии, биологии и других науках, связанных с исследованием сложных систем [12-23].

Из рисунка 6 видно, что для коэффициента эмерджентности Хартли квантовых объектов, подчиняющихся статистике Ферми-

Дирака (фермионов), существует максимум при примерно 650 частицах-элементах, а для бозонов и классических объектов подобного максимума не существует. В работе [196] обосновывается универсальный информационный вариационный принцип, согласно которому объекты выбирают путь изменения и развития [170], который приводит к наиболее быстрому возрастанию количеству содержащейся в них информации и их уровня системности. На основании этих двух положений можно сформулировать ***гипотезу***, согласно которой уровень системности системы, которую можно создать из определенного количества частиц, будет выше для системы подчиняется статистике Бозе-Эйнштейна или классической Максвелла-Больцмана, и ниже – если статистике Ферми-Дирака, поэтому ***количество и размеры бозонов и классических объектов во вселенной должны превосходить количество и размеры фермионов.***

10.4. Системное обобщение операций над множествами (на примере операции объединения булеанов) и обобщения локального коэффициента эмерджентности Хартли

В работе [240] рассматривается реализация математической операции объединения систем, являющаяся обобщением операции объединения множеств в рамках системного обобщения теории множеств. Эта операция сходна с операцией объединения булеанов классической теории множеств. Но в отличие от классической теории множеств в ее системном обобщении предлагается конкретный алгоритм объединения систем и обосновывается количественная мера системного (синергетического, эмерджентного) эффекта, возникающего за счет объединения систем. Для этой меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р. Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли и отражающим степень отличия системы от множества её базовых элементов[75]. Приводится ссылка на авторскую программу, реали-

---

[75] Предложен автором в работе [97] в 2002 году. Напоминать об этом приходится по причинам, изложенным в статье: Вяткин В.Б. Групповой плагиат: от студента до министра. - Троицкий вариант — Наука - http://trv-science.ru - [Электронный ресурс]. Адрес

зующую предложенный алгоритм и обеспечивающую численное моделирование объединения систем при различных ограничениях на сложность систем и при различной мощности порождающего множества, приводятся некоторые результаты численного моделирования.

В работе [241] предлагается общее математическое выражение для количественной оценки системного (синергетического) эффекта, возникающего при объединении булеанов (систем), являющихся обобщением множества в системном обобщении теории множеств и независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Для этой количественной меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Для локального коэффициента эмерджентности Хартли также предложено обобщение, независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Приводятся численные оценки системного эффекта при объединении двух систем с применением авторской программы, на которую дается ссылка.

В работе [240] в общем виде сформулирована, обоснована и предложена программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживании всех математических последствий этого во всех разделах математики, основанных на теории множеств или использующих ее результаты. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. чем ниже уровень системности, тем в меньшей степени система отличается от множества, а система с нулевым уровнем системности тождественно и есть множество. В работах [189, 191] приводится неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств. В работе [97] обосновываются количественные меры уровня системности (эмерджентно-

доступа: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/ или: http://trv-science.ru/2011/11/08/gruppovojj-plagiat-ot-studenta-do-ministra/print/

сти, синергетического или системного эффекта[76] [170, 253, 270]). В работе [97] приводится развернутый пример реализации этой программной идеи системного обобщения математики, в качестве которого выступает предложенная автором системная теория информации.

10.4.1. Реализация операции объединения систем в системном обобщении теории множеств (объединение булеанов)

Данный раздел основан на работах [240, 241] и посвящен разработке подхода к решению 9-й задачи, сформулированной в [189, 191]: «Разработать операции с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по реализации операции объединения систем».

В классической теории множеств, которую мы далее сокращенно будем называть «КТМ», операция объединения множеств реализуется следующим образом. «Объединение множеств (тж. сумма или соединение) [77] в теории множеств – множество, содержащее в себе все элементы исходных множеств. Объединение двух множеств *A* и *B* обычно обозначается $A \cup B$, но иногда можно встретить запись в виде суммы *A* + *B*». Графически операция объединения двух множеств может быть представлена в форме диаграммы Эйлера-Венна, приведенной на рисунке 1.

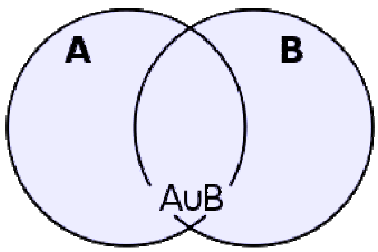


Рисунок 1. Диаграмма Эйлера-Венна объединения двух множеств[78]

---

[76] Системный эффект проявляется в отличии свойств системы от свойств ее элементов. Яркими примерами системного эффекта являются отличие свойств химических соединений от свойств химических элементов, их которых они состоят, дефект массы в физике, когда масса физической системы не совпадает с суммой масс ее частей. Системный эффект тем больше, чем сильнее взаимодействие элементов системы.

[77] http://ru.wikipedia.org/wiki/Объединение%20множеств

[78] http://ru.wikipedia.org/wiki/Диаграммы%20Эйлера-Венна

При объединении двух множеств с мощностями A и B образуется множество, включающее все элементы как 1-го, так и 2-го множеств с мощностью N_k, которая является просто *суммой* числа элементов 1-го и 2-го множеств:

$$N_k = A + B \quad (1)$$

$$N_k = A \cup B \quad (2)$$

В теории множеств выражения (1) и (2) считаются эквивалентными. Однако выражение (1) *внешне выглядит* так же, как арифметическое сложение двух количественных величин, которое совпадает по смыслу с объединением множеств только для непересекающихся множеств. Если же множества пересекаются, т.е. одно множество включают некоторые элементы, которые тождественны элементам другого множества, то при сложении эти элементы повторяются в сумме, а при объединении этих повторений в объединенном множестве нет (рисунок 2):

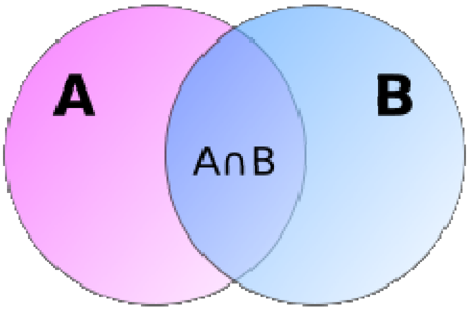


Рисунок 2. Диаграмма Эйлера-Венна пересечения двух множеств[79]

Особенно наглядно различие между арифметическим сложением и объединением видно, когда эти операции выполняются над тождественными множествами (3):

$$A + A = 2A$$
$$A \cup A = A \quad (3)$$

Запись операции объединения множеств с использованием операции арифметического сложения их мощностей предполагает вычитание мощности пересечения множеств из арифметической суммы с целью исключения повторения тождественных элементов (4):

[79] http://ru.wikipedia.org/wiki/Пересечение%20множеств

$$N_k = A \cup B = A + B - A \cap B \qquad (4)$$

где: N_k – мощность объединенного множества.

Для непересекающихся множеств:

$$A \cap B = \varnothing \qquad (5)$$

и в этом случае выражение (4) с учетом (5) приобретает вид (1) уже не только символически, но и фактически (арифметически).

По мнению автора это означает, что символика выражения (2) точнее или более удачно отражает смысл объединения множеств и его использование предпочтительнее.

В отличие от множеств, системы имеют иерархическое строение. Будем считать, что 1-м уровнем иерархии системы является множество *базовых* элементов, которое будем называть порождающим множеством.

В случае объединения двух систем, согласно системной теории множеств (СТМ), на втором и более высоких уровнях иерархии [189, 191] объединенной системы *могут* возникать новые <u>*составные*</u> элементы, *которых до объединения не было ни в одной из исходных систем* и состоящие из элементов *обоих* систем, что и приводит к системному эффекту *S*. В результате *мощность объединения систем превосходит мощность объединения их порождающих множеств A и B на величину системного эффекта S, возникающего за счет объединения систем*:

$$N_s = A \cup B + S \qquad (6)$$

Кроме того, в каждой из систем могут возникать составные элементы из ее *собственных* базовых элементов. Это приводит к системному эффекту, в результате которого система отличается от множества, т.е. содержит больше элементов, чем в порождающем множестве. Этот вид системного эффекта аналитически выражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли (3), который был получен *автором* в 2001 году [97] и назван так в честь этого ученого, внесшего большой вклад с разработку научной теории информации[80]:

---

[80] Приходится об этом напоминать, т.к. в ряде материалов, широко распространившихся в научной печати и в Internet, их авторы без ссылки на первичный источник информации о коэффициентах эмерджентности Хартли и Харкевича, *т.е. работы автора*, используют большие фрагменты из этих работ. Чтобы убедится в этом достаточно сделать запрос: «коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича»

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} \qquad (7)$$

где:

W – количество базовых элементов в системе;

m – сложность составного элемента системы, т.е. подсистемы (количество базовых элементов в составном элементе);

M – максимальная сложность подсистем (максимальное количество базовых элементов в составном элементе).

Фактически максимальная сложность подсистем M не может быть больше количества базовых элементов в системе W: $M \leq W$, т.к. самым сложным элементом системы может быть элемент, состоящий из всех базовых элементов. Но формально это ограничение можно не соблюдать, т.к. при $M > W$ согласно выражения (7) будут получаться *нулевые слагаемые* под логарифмом в числителе, отражающие тот факт, что соответствующих составных элементов просто не существует. Поэтому за соблюдением этого условия можно особо не следить и математически объединять выражения, указывая один *максимальный уровень сложности* из всех возможных при различных количествах базовых элементов в разных системах, что пригодится нам в будущем.

Будем считать, что составные элементы в системах не могут образовываться за счет многократного использования одних и тех же базовых элементов в одном составном (повторений):

– это предполагается самим видом математического выражения (7) и понятием комбинаторики «число сочетаний из n по m»;

– в противном случае уровень сложности элементов и системы в целом, а также ее мощность, могли бы *неограниченно* возрастать, например, за счет наличия в системе элементов, представляющих собой сколь угодно высокую степень любого из базовых элементов.

Коэффициент эмерджентности Хартли исследован автором в ряде работ, в частности [97, 170]. Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (7) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации в системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности (только в базовом уровне или порождающем множестве), т.е. *этот коэффициент отражает уровень системности объекта*.

Получим аналитические выражения для количества элементов в объединенной системе и величины системного эффекта, образующегося не за счет объединения базовых элементов в отдельно-взятой системе (что отражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли), а за счет объединения систем, а затем проведем и количественные оценки с использованием этих выражений и численного моделирования.

Аксиома о максимальной мощности системы системной теории множеств (СТМ) и СТИ [97]: в системе, основанной на множестве из *W* неповторяющихся элементов, которые мы будем называть *базовыми*, может содержаться не более N_{max} элементов, включающих как все базовые элементы, так и *составные элементы (подсистемы)*, образованные из всех возможных различных сочетаний базовых элементов по 2, 3, …, *W* элементов (без повторений):

$$N_{\max} = \sum_{m=1}^{W} C_W^m \qquad (8)$$

Эта аксиома СТМ аналогична аксиоме булеана[81] классической теории множеств, в которой постулируется существование и единственность множества всех подмножеств некоторого множества из *W* элементов, т.е. булеана, а также доказывается[82], что мощность булеана равна 2^W.

В этой связи необходимо сделать два замечания.

<u>Замечание 1:</u> мощность системы, базирующейся на *W* элементах, всегда на 1 меньше мощности булеана, образованного на тех же элементах:

$$\sum_{m=1}^{W} C_W^m = 2^W - 1 \qquad (9)$$

---

[81] http://ru.wikipedia.org/wiki/Аксиома%20булеана
[82] http://ru.wikipedia.org/wiki/Булеан

Это связано с тем, что по определению булеан включает как элемент самого себя, а система не включает в качестве элемента саму себя, но включает элемент наивысшего уровня сложности (иерархии), состоящий из всех базовых элементов, т.е. в систему входит элемент: «Система-в-целом».

Замечание 2: в самой аксиоме булеана классической теории множеств не содержится *алгоритма* или способа нахождения всех элементов образуемого множества, но такой алгоритм предлагается в рамках СТМ и его ***идея*** основана на аксиоме о максимальной мощности системы: это алгоритм формирования всех возможных различных (без повторений) ***сочетаний*** базовых элементов системы. Подобные алгоритмы известны[83] и поэтому здесь не приводятся.

Однако, фактически количество элементов в системе всегда меньше максимального, т.к. действуют определенные *правила запрета* на образование некоторых составных элементов [97][84]. Среди таких правил запрета могут быть, например, *ограничения* на *максимальное* (или/и минимальное) количество базовых элементов в составных элементах (т.е. на их сложность), а также запрет на *повторное* включение базовых элементов в составные (когда один и тот же базовый элемент не может несколько раз входить в один и тот же составной элемент).

Если система образована на основе W базовых элементов, то в ней существует M уровней иерархии, на 1-м из которых находятся сами базовые элементы и этот уровень иерархии системы тождественно является порождающему множеству, на 2-м – составные элементы, образованные различными сочетаниями базовых элементов по 2, на 3-м – по 3, и на последнем – по M. Если количество уровней иерархии в системе M (будем называть его

---

[83] См., например: Мамонтов Д.В., Волошин С.Б. Алгоритм формирования комбинаций при расчете перестановок, размещений и сочетаний. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.voloshin-sb.ru/Portals/0/Download/Works/combinator.pdf

[84] Автор просит прощения за большое количество *самоцитирований*, которое обусловлено тем, что практически все работы автора образуют единую систему и основываются друг на друге, в частности посвящены *развитию* предложенного в 2000-2001 годах автоматизированного системно-когнитивного анализа [97], его математической модели – системной теории информации (СТИ), и реализующего их программного инструментария – универсальной когнитивной аналитической системы «Эйдос».

рангом системы) равно количеству ее базовых элементов *W*, *то все базовые элементы входят в единственный элемент наивысшего уровня иерархии*. В системе отсутствуют составные элементы, включающие больше базовых элементов, чем ранг системы.

Чтобы учесть в выражении (7) 1-е ограничение (на максимальную сложность составных элементов *M)* и получить выражение для количества элементов в системе ранга *M*, модифицируем его следующим образом:

$$N_M = \sum_{m=1}^{M} C_W^m \tag{10}$$

В частности, если есть два множества, в 1-м из которых *A* элементов, а во 2-м – *B*, то *согласно системной теории множеств* (СТМ) на базе 1-го множества образуется система с числом элементов N_A:

$$N_A = \sum_{m=1}^{M} C_A^m , \tag{11}$$

а на базе 2-го – с числом элементов N_B:

$$N_B = \sum_{m=1}^{M} C_B^m , \tag{12}$$

В случае объединения этих 2-х систем *по правилам классической теории множеств (КТМ)* (4), т.е. считая систему множеством всех ее элементов: и базовых, и составных, количество элементов в объединенной системе N_k равно просто *сумме* числа элементов 1-й и 2-й систем (11) и (12), как в случае множеств:

$$N_k = N_A + N_B - N_A \cap N_B \tag{13}$$

где:

N_A – множество всех элементов (базовых и составных) системы *A*;

N_B – множество всех элементов (базовых и составных) системы *B*.

Выражение (13) является системным аналогом теоретико-множественного выражения (4), но проще его записать аналогично (2):

$$N_k = N_A \cup N_B \tag{14}$$

Подставим в выражение (14) переменные N_A и N_B из (11) и (12):

$$N_к = \sum_{m=1}^{M} C_A^m \cup \sum_{m=1}^{M} C_B^m \qquad (15)$$

В выражении (15) все элементы систем A и B (базовые и составные) по сути, рассматриваются как элементы множеств. Операторы суммирования вычисления количества сочетаний в выражении (15) понимаются не как арифметические операторы, а как символические порождающие операторы теории множеств, которые содержат обобщенное аналитическое описание алгоритма генерации элементов систем на базе порождающих множеств A и B.

Однако в системной теории множеств в случае объединения 2-х и более систем возникает системный (синергетический) эффект, состоящий в отклонении от аддитивности (6), т.е. в том, что сумма элементов в объединенной системе (16) *превосходит*[85] сумму элементов в исходных системах (15). Математически это можно выразить, добавив в выражение (15) еще одно слагаемое S, отражающее системный эффект:

$$N_s = \sum_{m=1}^{M} C_A^m \cup \sum_{m=1}^{M} C_B^m + S \qquad (16)$$

Это слагаемое S равно числу тех *составных* элементов объединенной системы, которые могли возникнуть *только* в результате объединения этих 2-х систем, т.е. которые включают элементы как 1-й, так 2-й систем, и которых до объединения этих систем не было и не могло быть ни в одной из них.

Например, при объединении 2-х систем, содержащих на 1-м уровне иерархии *простые числа*, а на 2-м уровне *составные числа*, являющиеся произведениями различных пар простых сомножителей, образуется объединенная система, 1-й уровень которой является объединением 1-х уровней исходных систем, а 2-й образуется по тому же алгоритму, что и в них (рисунок 3):

---

[85] Если же количество элементов в объединенной системе меньше числа элементов в исходных системах, то наблюдается эффект антисистемы [166].

1-я система	∪	2-я система	=	Объединенная система
2-й уровень: 6 10 14 15 21 35		2-й уровень: 143 187 209 221 247 323		2-й уровень: 6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень: 2 3 5 7		1-й уровень: 11 13 17 19		1-й уровень: 2 3 5 7 11 13 17 19

Рисунок 3. Объединение 2-х систем из простых чисел на базовом уровне и сложных чисел, образованных из пар простых, на 2-м уровне[86]

Может возникнуть впечатление, что пример объединения символических числовых систем носит какой-то абстрактный и узко-специальный характер и не имеет отношения к реальным системам. Но это не так, что ясно уже из того, что элементы базового уровня реальных систем в самых разных предметных областях могут быть *закодированы* с помощью простых чисел, а их составные элементы, образованные из базовых – соответствующими составными числами, образованными этими простыми сомножителями, и между этими числовыми кодами и элементами реальных систем будет установлено взаимно-однозначное соответствие. Таким образом, рассматриваемую в данном примере символическую систему можно рассматривать как универсальную и адекватную модель реальных систем. Так если закодировать элементы таблицы Д.И.Менделеева простыми числами, то различным образованным из них химическим соединениям будут соответствовать сложные числа, образованные *произведениями* соответствующих простых сомножителей. Аналогично, если символам алфавита поставить в соответствие простые числа, то словам будут соответствовать числа, представляющие собой их произведения[87]. Если же взять логарифм от составного числа, то он будет равен *сумме* логарифмов его простых сомножителей

---

[86] Пример разработан с помощью авторской программы, размещенной по адресу: http://www.twirpx.com/file/370725/ при параметрах «по умолчанию» и максимальным уровнем сложности

[87] Правда, для расчета количества подобных возможных сочетаний необходимо использовать формулы *числа сочетаний с повторениями*: $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_{n+k-1}^{n-1}$. С использованием этого выражения, приводимые в работе формулы, могут быть обобщены на случай, когда повторения допустимы (формально чаще всего для этого достаточно поставить черточку на символом числа сочетаний). В словах играет роль *порядок* букв, но нет принципиальных проблем для обобщения полученных выражений и на этот случай.

(что соответствует переходу к логарифмической шкале и в некоторых случаях удобнее, т.к. размер чисел меньше и *мультипликативность взаимно-однозначно заменяется аддитивностью*).

В таблицах 1–4 приведены данные о том, какие составные числа произведениями каких простых являются в рассматриваемом примере:

Таблица 1 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 1-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
15	2	3	5
21	2	3	7
35	2	5	7

Таблица 2 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 2-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 3 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
15	2	3	5

21	2	3	7
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
35	2	5	7
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 4 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДСИСТЕМЫ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЭЛЕМЕНТЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ЗА СЧЕТ СИСТЕМНОГО ЭФФЕКТА

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19

Числа, показанные на рисунке 3 черным цветом на 2-м уровне объединенной системы, есть на 2-м уровне либо 1-й системы, либо 2-й. Если бы системы объединялись как множества, то никаких других элементов на 2-м уровне объединенной системы и не было бы. Но при объединении систем в объединенной системе могут возникать элементы, образованные из сочетаний базовых элементов нескольких исходных систем одновременно, которых не было в исходных системах и которые могли образоваться только в объединенной системе. В нашем примере на рисунке 3 это числа, показанные более крупным шрифтом и красным цветом на 2-м уровне объединенной системы, образованные из различных пар простых чисел, одно из которых принадлежит 1-й системе, а 2-е – второй (см. таблицы 1–4).

Получим аналитическое выражение для этого числа элементов S. У нас уже есть одно выражение для мощности объединенной системы (16). Чтобы найти S, необходимо иметь *еще одно* независимое от выражения (16) выражение для N_s. Это выражение (17) совершенно аналогично выражениями (11) и (12), т.е. число всех элементов N_s в объеденной системе равно:

$$N_s = \sum_{m=1}^{M} C_{A+B}^{m} \tag{17}$$

или точнее:

$$N_s = \sum_{m=1}^{M} C_{A\cup B}^{m} \tag{18}$$

Выражения (17) и (18) эквивалентны и являются системным обобщением соответственно выражений (1) и (2) классической теории множеств в рамках СТМ.

При уменьшении сложности системы M система все в меньшей степени отличается от множества своих базовых элементов и при $M=1$ система переходит в это множество (т.к. составных элементов в нем нет) и выражение (16) преобразуется в (4):

$$N_s = A + B - A \cap B \tag{19}$$

т.е. преобразуется в выражение (4). Это и означает выполнение ***принципа соответствия***[88] между системным обобщением теории множеств (СТМ) и классической теорией множеств (КТМ), когда на основе базовых элементов множеств не создаются составные элементы, т.е. при уровне системности равном 1. Необходимо отметить, что *выполнение принцип соответствия является **обязательным** для более общей теории, и системное обобщение теории множеств удовлетворяет этому принципу*.

---

[88] http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20соответствия

Если найти S из выражения (16) и подставить в него выражение N_S из выражения (18), то получим:

$$\sum_{m=1}^{M} C_{A\cup B}^{m} = \sum_{m=1}^{M} C_{A}^{m} \cup \sum_{m=1}^{M} C_{B}^{m} + S \qquad (19)$$

откуда:

$$\boxed{S_{абс} = \sum_{m=1}^{M} C_{A\cup B}^{m} - \left(\sum_{m=1}^{M} C_{A}^{m} \cup \sum_{m=1}^{M} C_{B}^{m}\right)} \qquad (20)$$

Выражения (19) и (20) представляют собой искомые выражения для *абсолютной величины системного эффекта*, образующегося за счет объединения 2-х систем без повторяющихся элементов с правилом запрета в форме ограничения на максимальную сложность подсистем (составных элементов) или количество уровней иерархии в системе, равным M.

Обобщим выражения (19) и (20) на произвольное количество систем. Пусть дано не 2 системы, а семейство систем: $\{K_\alpha\}_{\alpha\in A}$. Как уже отмечалось выше в выражениях (20) и (21) в качестве значения M можно взять максимальный из уровней сложности всех систем:

$$M = \underset{\forall\alpha\in A}{Max}\{M_\alpha\} \qquad (22)$$

где: M_α – уровень сложности системы K_α. Тогда для случая многих систем выражения (20) и (21) обобщаются следующим образом:

$$\boxed{\sum_{m=1}^{M} C_{\bigcup\limits_{\alpha\in A} K_\alpha}^{m} = \bigcup_{\alpha\in A} \sum_{m=1}^{M} C_{K_\alpha}^{m} + S} \qquad (23)$$

В формуле (23) использованы символика и обозначения из статьи[89]. Непосредственно из (23) получаем выражение для величины системного эффекта S, получаемого при объединении систем семейства $\{K_\alpha\}_{\alpha\in A}$:

[89] http://ru.wikipedia.org/wiki/Объединение%20множеств

$$\boxed{S=\sum_{m=1}^{M} C^{m}_{\bigcup\limits_{\alpha\in A} K_\alpha} - \bigcup_{\alpha\in A}\sum_{m=1}^{M} C^{m}_{K_\alpha}} \tag{24}$$

Итак, _<u>абсолютная</u> величина системного эффекта_, образующегося за счет объединения систем, равна _количеству_ составных элементов (подсистем), которые включают базовые элементы обоих систем и, следовательно, могут образоваться только после этого объединения.

Однако проблема интерпретации и оценки *абсолютной величины системного эффекта* (20) состоит в том, что по самому этому количеству сложно понять, большое оно, среднее или незначительное, т.к. его *не с чем сравнивать*, т.е. нет базы сравнения. *В качестве естественной базы сравнения предлагается использовать суммарное количество элементов в исходных системах до объединения.*

В результате получим выражение для *относительной величины системного эффекта*, образующегося за счет объединения 2-х систем с правилом запрета в форме ограничения на максимальную сложность подсистем (составных элементов), равным M:

$$S_{отн}=\frac{\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A\cup B}-\left(\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A}\cup\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{B}\right)}{\left(\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A}\cup\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{B}\right)}=\frac{\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A\cup B}}{\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A}\cup\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{B}}-1$$

Или окончательно:

$$S_{отн}=\frac{\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A\cup B}}{\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{A}\cup\sum\limits_{m=1}^{M} C^{m}_{B}}-1 \tag{25}$$

Обратим внимание на то, что, как и в параметре ROI[90], вычитание 1 из отношения является одним из способов *нормировки*

---

[90] См., например: http://ru.wikipedia.org/wiki/ROI, http://shuvalov.wmsite.ru/materialy-stati/analiz-raschety/roi

выражения, равного 1 к 0 *при отсутствии системного эффекта*, что более естественно и лучше приспособлено для его использования в качестве *частного критерия* в аддитивном интегральном критерии. Другим способом нормировки, дающим тот же результат (с точностью до единиц измерения), является взятие логарифма из этого отношения:

$$\boxed{S_{отн} = Log_2 \frac{\sum_{m=1}^{M} C^m_{A\cup B}}{\sum_{m=1}^{M} C^m_A \cup \sum_{m=1}^{M} C^m_B}} \tag{26}$$

Этот вариант более интересен чем (25) из-за прозрачной аналогии с формулой А.Харкевича для количественной меры семантической целесообразности информации, что позволяет привлечь для исследований в области СТМ богатейший идейный арсенал теории информации, ее применения для управления и управления знаниями.

Обобщение выражения (26) на произвольное количество систем семейства: $\{K_\alpha\}_{\alpha\in A}$:

$$\boxed{S_{отн} = Log_2 \frac{\sum_{m=1}^{M} C^m_{\bigcup\limits_{\alpha\in A} K_\alpha}}{\bigcup\limits_{\alpha\in A} \sum_{m=1}^{M} C^m_{K_\alpha}}} \tag{27}$$

Рассмотрим связь системного обобщения теории множеств с теорией информации.

Понятие информации тесно связано с комбинаторными представлениями. По Р.Хартли[91] количество информации *I*, получаемое при идентификации элемента множества мощностью *W* при равновероятной встрече различных элементов, равно:

$$I = Log_2 W \tag{28}$$

---

[91] Хартли Р.В.Л. Передача информации. // Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1959 – с.5-35.

К.Шенноном на основе статистического подхода выражение Р.Хартли обобщено на случай неравновероятных событий[92]. А.Н.Колмогоров развил комбинаторный и алгоритмический подход к понятию сложности системы и на его основе разработал новое определение понятия информации и также получил формулу К.Шеннона[93], причем по некоторым данным даже значительно раньше самого К.Шеннона.

С современной точки зрения понятие информации теснейшим образом связано с понятием множества. Поэтому совершенно естественной выглядит мысль исследовать как меняется понятие информации при реализации программной идеи *системного обобщения математики* [186], т.е. в результате замены понятия множества более общим понятием системы. В работе [97] и ряде других [см.: 97-280] исследованы некоторые следствия реализации этой программы в теории информации. Продолжим эту работу с использованием результатов, полученных в данном разделе.

Если формулу (28) применить к системе, основанной на W базовых элементов с M уровней иерархии (10), то получим:

$$I = Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m \qquad (29)$$

Выражение (29) предложено автором в 2001 году и исследовано в работе [97]. Из применения выражения (29) для расчета количества информации, содержащегося в объединенной системе (18) и в исходных системах, рассматриваемых совместно как множества (15), следует выражение для *количества информации, получаемого при идентификации элемента подсистемы, возникшей за счет системного эффекта при объединении двух подсистем*:

---

[92] Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд. иностр. лит., 1963 – 830с.

[93] Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. – М.: Наука, 1987 – 304с.

$$I = Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{A \cup B}^{m} - Log_2 \left(\sum_{m=1}^{M} C_{A}^{m} \cup \sum_{m=1}^{M} C_{B}^{m} \right) \qquad (30)$$

Отметим, что из выражения (30) *непосредственно* вытекает (31)[94]:

$$\boxed{I = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{A \cup B}^{m}}{Log_2 \left(\sum_{m=1}^{M} C_{A}^{m} \cup \sum_{m=1}^{M} C_{B}^{m} \right)}} \qquad (31)$$

Это и есть окончательное выражение для *количества информации, получаемого при идентификации элемента подсистемы, возникшей за счет системного эффекта при объединении двух подсистем.*

По своей математической форме выражение (31) очень напоминает коэффициент эмерджентности Хартли (7), отражающий уровень системности локальной системы, т.е. степень ее отличия от множества. Поэтому у нас есть все основания назвать выражение (31) *обобщенным коэффициентом эмерджентности Хартли, который показывает степень отличия объединения систем от исходных систем за счет системного эффекта, возникающего за счет этого объединения.*

Полученные выражения стандартно обобщаются на случай объединения многих систем. Например, выражение (31) для случая объединения систем семейства $\{K_\alpha\}_{\alpha \in A}$ принимает вид (32):

$$\boxed{I = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{\bigcup_{\alpha \in A} K_\alpha}^{m}}{Log_2 \bigcup_{\alpha \in A} \sum_{m=1}^{M} C_{K_\alpha}^{m}}} \qquad (32)$$

---

94 $\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c| \quad \left(\frac{b}{c} > 0\right)$

Все полученные выражения стандартно обобщаются также на непрерывный случай путем замены факториалов при расчете числа сочетаний на гамма-функции [1].

Рассмотрим примеры объединения систем, в т.ч. численные.

Наиболее яркие примеры системного эффекта, возникающего при объединении систем, можно наблюдать в процессе биологической эволюции. Логично предположить, что если системный эффект, возникающий за счет объединения двух систем (31), например, при оплодотворении, настолько велик, что сопоставим с уровнем системности локальной системы (7), аналогичной исходным, то за счет этого системного эффекта могут возникать новые локальные системы, подобные исходным (33):

$$\frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{A \cup B}^{m}}{Log_2 \left(\sum_{m=1}^{M} C_A^m \cup \sum_{m=1}^{M} C_B^m \right)} \approx \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} \qquad (33)$$

На рисунке 4 приведен простой генетический алгоритм (ГА), являющийся моделью биологической эволюции [196]. Работа ГА представляет собой итерационный процесс, который продолжается до тех пор, пока поколения не перестанут существенно отличаться друг от друга, или не пройдет заданное количество поколений или заданное время. Для каждого поколения реализуются отбор, кроссовер (скрещивание), мутация и генерация следующего поколения. В этом алгоритме есть этапы, на которых проявляются системные эффекты, связанные с появлением следующего поколения в результате объединения особей предыдущего поколения. Рассмотрим этот алгоритм.

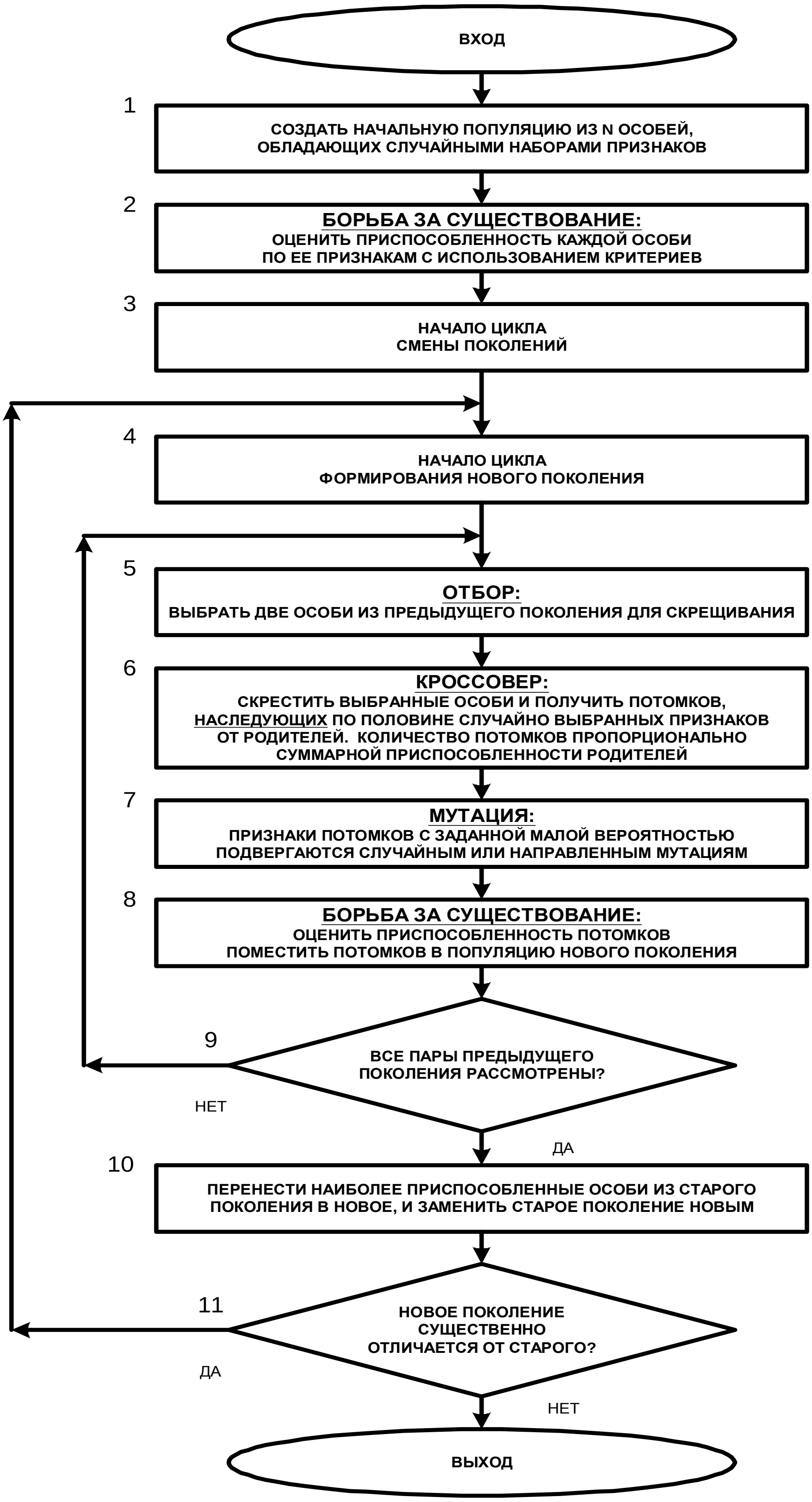


Рисунок 4. Простой генетический алгоритм

<u>Шаг 1:</u> генерируется начальная популяция, состоящая из ***N*** особей со случайными наборами признаков.

<u>Шаг 2 (борьба за существование):</u> вычисляется *абсолютная приспособленность* каждой особи популяции к условиям среды *f(i)* и суммарная приспособленность особей популяции, характеризующая приспособленность всей популяции. Затем при *пропорциональном отборе* для каждой особи вычисляется ее *относительный вклад в суммарную приспособленность популяции* $P_s(i)$, т.е. отношение ее абсолютной приспособленности *f(i)* к суммарной приспособленности всех особей популяции (34):

$$P_s(i) = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^{N} f(i)} \qquad (34)$$

В выражении (34) сразу обращает на себя внимание возможность сравнения абсолютной приспособленности *i-й* особи *f(i)* не с *суммарной* приспособленностью всех особей популяции, а со *средней* абсолютной приспособленностью особи популяции (35):

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(i) \qquad (35)$$

Тогда получим (36):

$$P(i) = \frac{f(i)}{\bar{f}} = \frac{f(i)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(i)} \qquad (36)$$

Если взять логарифм по основанию 2 от выражения (36), т.е. перейти к логарифмической шкале (что соответствует закону Фехнера[95]), то получим *количество информации, содержащееся в признаках особи о том, что она <u>выживет и даст потомство</u>* (37):

$$I(i) = Log_2 \frac{f(i)}{\bar{f}} \qquad (37)$$

[95] ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Фехнера

Необходимо отметить, что эта формула ***совпадает*** с формулой для семантического количества информации А.Харкевича, если «целью» биологической эволюции считать *индивидуальное выживание и продолжение рода (выживание вида)*. Это значит, что даже чисто формально *приспособленность особи представляет собой количество информации, содержащееся в ее фенотипе о продолжении ее генотипа в последующих поколениях.*

Поскольку количество потомства особи пропорционально ее приспособленности, то естественно считать, что *если это количество информации:*

– *положительно,* то данная особь выживает и дает потомство, численность которого пропорциональна этому количеству информации;

– *равно нулю,* то особь доживает до половозрелого возраста, но потомства не дает (его численность равна нулю);

– *меньше нуля,* то особь погибает до достижения половозрелого возраста.

Таким образом, можно сделать фундаментальный вывод, имеющий даже мировоззренческое звучание, о том, что ***естественный отбор представляет собой процесс генерации, накопления и передачи от прошлых поколений к будущим информации о выживании и продолжении рода в ряде поколений популяции, как системы.***

Это накопление информации происходит на различных уровнях иерархии ***популяции, как системы***, включающей:

– элементы системы: отдельные особи;

– взаимосвязи между элементами: отношения между особями в популяции, обеспечивающие передачу последующим поколениям максимального количества информации об их выживании и продолжении рода (путем скрещивания наиболее приспособленных особей и наследования рациональных приобретений);

– цель системы: сохранение и развитие популяции, реализуется через цели особей: индивидуальное выживание и продолжение рода.

Фенотип соответствует генотипу и представляет собой его внешнее проявление в признаках особи в условиях фактической среды. Особь взаимодействует с окружающей средой и другими особями в соответствии со своим фенотипом. В случае, если это взаимодействие удачно, то особь передает генетическую информацию, определяющую фенотип, последующим поколениям.

Шаг 3: начало цикла смены поколений.

Шаг 4: начало цикла формирования нового поколения.

Шаг 5 (отбор): осуществляется *пропорциональный* ***отбор*** особей, которые могут участвовать в продолжении рода. Отбираются только те особи популяции, у которых количество информации в фенотипе и генотипе о выживании и продолжении рода положительно, причем вероятность выбора пропорциональна этому количеству информации.

Шаг 6 (кроссовер): отобранные для продолжения рода на предыдущем шаге особи с заданной вероятностью P_c подвергаются ***скрещиванию*** или ***кроссоверу*** (***рекомбинации***). Если кроссовер происходит, то потомки получают по половине случайным образом определенных признаков от каждого из родителей.

Численность потомства пропорциональна суммарной приспособленности родителей, т.е. величине системного эффекта, возникающего за счет их объединения в систему (38).

$$I = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C^m_{A \cup B}}{Log_2 \left(\sum_{m=1}^{M} C^m_A \cup \sum_{m=1}^{M} C^m_B \right)} \qquad (38)$$

В некоторых вариантах ГА потомки после своего появления заменяют собой родителей и переходят к мутации. Если кроссовер не происходит, то исходные особи – несостоявшиеся родители, переходят на стадию мутации.

Шаг 7 (мутация): выполняются операторы ***мутации***. При этом признаки потомков с вероятностью P_m случайным образом изменяются на другие. Отметим, что использование механизма случайных мутаций роднит генетические алгоритмы с таким широко известным методом имитационного моделирования, как ***метод Монте-Карло***.

Шаг 8 (борьба за существование): оценивается приспособленность потомков (по тому же алгоритму, что и на шаге 2).

Шаг 9: проверяется, все ли отобранные особи дали потомство.

Если нет, то происходит переход на шаг 5 и продолжается формирование нового поколения, иначе – переход на следующий шаг 10.

Шаг 10: происходит смена поколений:

– потомки помещаются в новое поколение;

– наиболее приспособленные особи из старого поколения переносятся в новое, причем для каждой из них это возможно не более заданного количества раз;

– полученная новая популяция замещает собой старую.

Шаг 11: проверяется выполнение условия останова генетического алгоритма. ***Выход*** из генетического алгоритма происходит либо тогда, когда новые поколения перестают существенно отличаться от предыдущих, т.е., как говорят, "алгоритм сходится", либо когда пройдено заданное количество поколений или заданное время работы алгоритма (чтобы не было "зацикливания" и динамического зависания в случае, когда решение не может быть найдено в заданное время).

Если ГА сошелся, то это означает, что решение найдено, т.е. получено поколение, идеально приспособленное к условиям данной фиксированной среды обитания.

Иначе – переход на шаг 4 – начало формирования нового поколения.

В реальной биологической эволюции этим дело не ограничивается, т.к. любая популяция кроме освоения некоторой экологической ниши пытается также выйти за ее пределы освоить и другие ниши, как правило "смежные". Именно за счет этих процессов жизнь вышла из моря на сушу, проникла в воздушное пространство и поверхностный слой почвы, а сейчас осваивает космическое пространство.

Рассмотрим второй пример с объединением систем натуральных чисел, основанных на базовых элементах, являющихся простыми числами. Для этого автором разработана программа, которая обеспечивает:

1. Задание в диалоге двух диапазонов простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й систем, а также задание ***диапазона*** изменения М (ограничения на сложность подсистем - составных чисел).

Для всех М:

2. Генерацию простых чисел без повторов в заданных диапазонах, являющихся соответственно базовыми элементами 1-й и 2-й системы.

3. Объединение множеств простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й систем, и формирование множества базовых элементов объединенной системы (без повторов).

4. Генерацию на основе простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й системы, составных натуральных чисел, являющихся произведениями 2, 3,..., *M* простых чисел и образующих вместе с базовыми простыми числами 1-ю и 2-ю системы.

5. Генерацию на основе простых чисел, являющихся базовыми элементами объединенной системы, составных натуральных чисел, являющихся произведениями 2, 3,..., *M* простых чисел и образующих вместе с базовыми простыми числами объединенную систему.

6. Поиск в объединенной системе составных чисел, которых нет ни в одной из исходных систем. Эти числа и составляют новую подсистему, образование которой и представляет собой системный эффект, возникающий при этом объединении, нарушающую аддитивность объединения систем и отличающую операцию объединения систем в системном обобщении теории множеств от объединения множеств в классической теории множеств.

7. Количественный расчет коэффициентов эмерджентности Хартли для 1-й, 2-й и объединенной локальных систем и обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли, отражающего величину системного эффекта, возникающего при объединении этих двух числовых систем, образованных на простых числах заданных диапазонов. Печать поэлементного состава 1-й, 2-й и объединенной систем, а также подсистемы системного эффекта по уровням иерархии

8. Исследование зависимости системного эффекта от различных параметров объединяемых систем (количества базовых элементов, уровня сложности систем и других).

Экранная форма этой программы приведена на рисунке 5:

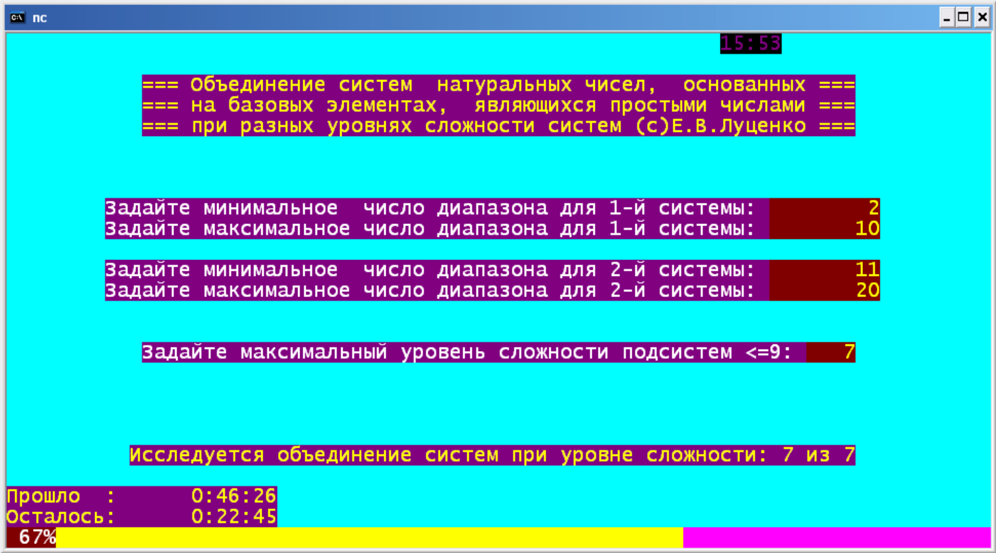


Рисунок 4. Экранная форма программы численного моделирования объединения систем натуральных чисел, основанных на базовых элементах, являющихся простыми числами

Исполнимый модуль, исходный текст (на языке программирования CLIPPER 5.01) и численный пример применения программы, моделирующий объединение 2-х систем с различными уровнями сложности приведены автором по адресу: http://www.twirpx.com/file/370725/.

Рассмотрим численные примеры объединения двух систем, смоделированные с помощью приведенной программы при различных параметрах.

При запуске программы с указанными ниже параметрами она формирует выходной файл с именем System.txt (считывается MS Word как DOS Text), приведенный ниже.

```
Объединение двух систем натуральных чисел, основанных
на базовых элементах, являющихся простыми числами,
при разных уровнях сложности систем.
(Системное обобщение теории множеств. Е.В.Луценко)

Диапазон базовых элементов 1-й системы:  2-10
Диапазон базовых элементов 2-й системы: 11-20
Диапазон уровней сложности: 1-7

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=1

1-я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ============================
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=4, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
======================================================

2-я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ============================
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=4, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
======================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ===================
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
```

```
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=8, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
======================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =======================
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=0, из них базовых: 0
======================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
A=4. B=4. AUB=8. AUB-A-B=0
======================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
======================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=2

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ============================
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=10, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6609640
======================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ============================
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=10, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6609640
======================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ===================
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=36, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.7233083
======================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =======================
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=16, из них базовых: 0
======================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.1962080
A=10. B=10. AUB=36. AUB-A-B=16
======================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
======================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=3

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ============================
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=14, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9036775
======================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ============================
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=14, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9036775
======================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ===================
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494
561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261 2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
```

```
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=92, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.1745207
=====================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf ======================
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494 561 595 627 646
663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=64, из них базовых: 0
=====================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.3569961
A=14. B=14. AUB=92. AUB-A-B=64
=====================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=4

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ===========================
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
210
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ===========================
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ==================
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090
2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106
7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494
561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261 2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=162, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.4466167
=====================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf ======================
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090 2145
2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293
7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494 561 595 627 646
663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=132, из них базовых: 0
=====================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.4958251
A=15. B=15. AUB=162. AUB-A-B=132
=====================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=5
```

```
1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ===========================
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
210
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ===========================
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ===================
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090
2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106
7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494
561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261 2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=218, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.5893948
======================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf ======================
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090 2145
2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293
7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494 561 595 627 646
663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=188, из них базовых: 0
======================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.5831175
A=15. B=15. AUB=218. AUB-A-B=188
======================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
======================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=6

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ===========================
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
210
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ===========================
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
```

```
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ==================
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190 248710 255255 277134
285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090
2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106
7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494
561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261 2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=246, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.6475048
======================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf ======================
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190 248710 255255 277134
285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090 2145
2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293
7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494 561 595 627 646
663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=216, из них базовых: 0
======================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6186451
A=15. B=15. AUB=246. AUB-A-B=216
======================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
======================================================

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=7

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf ===========================
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
210
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf ===========================
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
======================================================
```

```
ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf ===================
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
510510 570570 746130 881790 1385670 1939938 3233230 4849845
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190 248710 255255 277134
285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090
2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106
7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494
561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261 2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=254, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.6628949
======================================================

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =======================
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
510510 570570 746130 881790 1385670 1939938 3233230 4849845
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190 248710 255255 277134
285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630 15015 15470 16302
17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038 40755 41990 49742 51051 53295 57057
58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945 323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938 1995 2002 2090 2145
2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293
7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765 19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455 494 561 595 627 646
663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Всего элементов=224, из них базовых: 0
======================================================
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6280544
A=15. B=15. AUB=254. AUB-A-B=224
======================================================
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
======================================================
```

Из приведенного примера видно, что при уровне сложности равном 1, объединение систем ничем не отличается от объединения множеств их базовых элементов, чем и обеспечивается выполнение принципа соответствия. При увеличении уровня сложности наблюдается все больший и больший системный эффект, количественно измеряемый обобщенным коэффициентом эмерджентности Хартли.

При этих же параметрах и уровне сложности 2 сформирован пример, приведенный на рисунке 3 и в таблицах 1–4. Данные таблицы сформированы на основе файлов (которые считываются в MS Excel): Sys#_1.dbf, Sys#_2.dbf, Sys#_U.dbf и Sys#_eff.dbf, где: # – уровень сложности.

В результате запуска этой программы с последовательно увеличивающимся параметром «уровень сложности» при одних и тех же диапазонах базовых элементов, указанных выше, получим результаты, сведенные в таблице 5 и на рисунке 6:

Таблица 5 – ЗАВИСИМОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ И ОБОБЩЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ ОТ СЛОЖНОСТИ ОБЪЕДИНЯЕМЫХ СИСТЕМ

Уровень сложности	Локальный коэффициент эмерджентности Хартли			Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли
	1-й системы	2-й системы	Объединенной системы	
1	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000
2	1,6609640	1,6609640	1,7233083	1,1962080
3	1,9036775	1,9036775	2,1745207	1,3569961
4	1,9534453	1,9534453	2,4466167	1,4958251
5	1,9534453	1,9534453	2,5893948	1,5831175
6	1,9534453	1,9534453	2,6475048	1,6186451
7	1,9534453	1,9534453	2,6628949	1,6280544

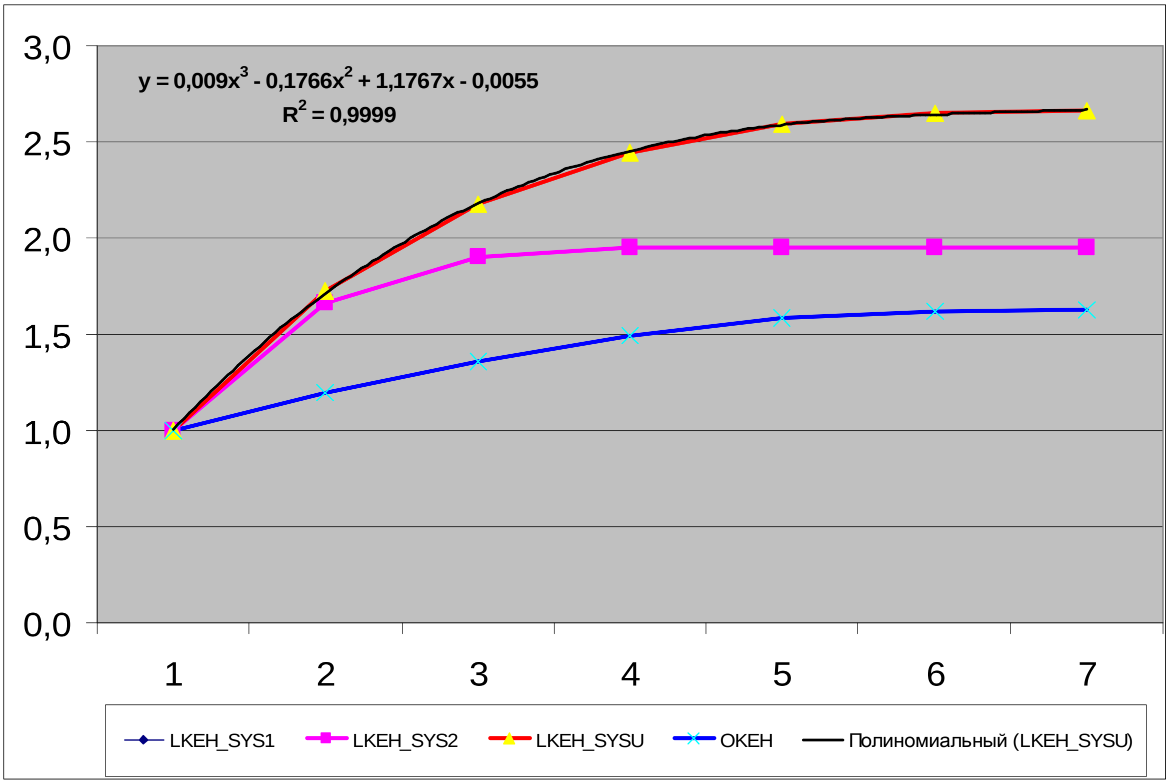


Рисунок 6. Зависимость локальных и обобщенного коэффициентов эмерджентности Хартли от сложности объединяемых систем

На рисунке 6 использованы обозначения:

– LKEH_SYS1 – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для систем Sys_1 и Sys_2;

– LKEH_SYSU – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для объединенной системы (объединения систем Sys_1 и

Sys_2), хорошо аппроксимируется кубическим степенным полиномом:

$$y = 0,009x^3 - 0,1766x^2 + 1,1767x - 0,0055$$
$$R^2 = 0,9999;$$

– ОКЕН – обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли.

Из таблицы 5 и рисунка 6 видно, что при повышении уровня сложности от 4 до 7 уровень системности 1-й и 2-й подсистем не увеличивается. Это связано с тем, что из-за небольшого количества базовых элементов в этих системах *отсутствуют* 5-й, 6-й и 7-й иерархические уровни, т.е. на них нет ни одного элемента. На других зависимостях также виден «эффект насыщения», проявляющийся в том, что с увеличением уровня сложности системный эффект увеличивается все медленнее и медленнее и выходит на некоторую асимптоту, определяемую количеством базовых элементов в исходных подсистемах.

Выводы. Итак, в разделе рассмотрена реализация операции объединения систем, являющаяся обобщением операции объединения множеств в рамках системного обобщения теории множеств. Эта операция сходна с операцией объединения булеанов классической теории множеств. Но в отличие от классической теории множеств в ее системном обобщении предлагается *конкретный алгоритм* объединения систем и обосновывается количественная мера системного (синергетического, эмерджентного) эффекта, возникающего за счет объединения систем. Для этой меры предложено название: «*Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли*» из-за сходства его математической формы с предложенным в 2001 году локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Приводится ссылка на авторскую программу, реализующую предложенный алгоритм и обеспечивающую численное моделирование объединения систем при различных ограничениях на сложность систем и при различной мощности порождающего множества, приводятся некоторые результаты численного моделирования.

Перспективы. В перспективе планируется более тщательно исследовать свойства объединения систем и разработать системные обобщения других операций над множествами[96].

10.4.2. Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли как количественная мера синергетического эффекта объединения булеанов в системном обобщении теории множеств

Данный раздел основан на работе [241]. В работе [240] предложено математическое выражение для обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли[97], количественно отражающего величину системного эффекта, возникающего при объединении систем. Для двух систем, образованных на базовых элементах множеств A и B (240):

$$I = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{A \cup B}^{m}}{Log_2 \left(\sum_{m=1}^{M} C_A^m \cup \sum_{m=1}^{M} C_B^m \right)} \qquad (1)$$

Для объединения M систем семейства $\{K_\alpha\}_{\alpha \in A}$ (2):

$$I = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_{\bigcup_{\alpha \in A} K_\alpha}^{m}}{Log_2 \bigcup_{\alpha \in A} \sum_{m=1}^{M} C_{K_\alpha}^{m}} \qquad (2)$$

При получении этих выражений в работе [240] в соответствии с системной теорией информации (СТИ) [97] предполагается, что количество подсистем N_A в системе, образованной на некотором множестве базовых элементов A, равно сумме числа сочетаний этих элементов от 1 до M:

$$N_A = \sum_{m=1}^{M} C_A^m \qquad (3)$$

---

[96] См.: http://ru.wikipedia.org/wiki/Операции%20над%20множествами

[97] Назван так автором в работе [1] в честь этого выдающегося ученого в связи со сходством математической формы данного коэффициента с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли [2], отражающим уровень системности локальной системы.

Обобщим выражения (1) и (2) без использования этого предположения. Пусть $\mathrm{P}(A)$ – булеан (система), образованная на множестве базовых элементов *A*, а $\mathrm{P}(B)$ – система, образованная на множестве базовых элементов *B*. В объединение этих систем $\mathrm{P}(A) \cup \mathrm{P}(B)$ входят все подсистемы обоих этих подсистем, тогда как в систему $\mathrm{P}(A \cup B)$, образованную на объединении базовых множеств $A \cup B$, *кроме того*, входят подсистемы, включающие базовые элементы как 1-го, так и 2-го базовых множеств *одновременно*.

Поэтому система, образованная на объединении базовых множеств, имеет большую мощность, чем мощность объединения систем, образованных на исходных базовых множествах:

$$\mathrm{P}(A \cup B) > \mathrm{P}(A) \cup \mathrm{P}(B) \tag{4}$$

Вышесказанное практически полностью совпадает с классическим определением системного (синергетического, эмерджентного) эффекта: «Свойства системы превосходят сумму свойств ее частей и не сводятся к ним». При этом степень отличия свойств системы от свойств составляющих ее элементов (базового множества) обоснованно считать ее уровнем системности [240, 97, 186, 189, 191, 170, 196, 281].

Поэтому *предлагается* считать, что разность в мощности этих систем (системы, образованной на объединении базовых множеств, и системы, являющейся объединением систем, образованных на исходных базовых множествах) представляет собой системный эффект, возникший за счет их объединения:

$$S = \mathrm{P}(A \cup B) - \mathrm{P}(A) \cup \mathrm{P}(B) \tag{5}$$

Используем классическую формулу Р.Хартли для количества информации, получаемого при идентификации элемента множества, состоящего из *N* элементов:

$$I = Log_2 N \tag{6}$$

для расчета *количества информации*, получаемого при идентификации одной из подсистем системы, образованной на объединении базовых множеств, и системы, являющейся объединением систем, образованных на исходных базовых множествах:

$$I_S = Log[\mathrm{P}(A \cup B)] - Log[\mathrm{P}(A) \cup \mathrm{P}(B)] \tag{7}$$

Откуда непосредственно[98] получаем выражение для обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли, независящее от предположения о способе образования подсистем на основе элементов базовых множеств:

$$\boxed{I_S = \frac{Log\left[\mathrm{P}(A \cup B)\right]}{Log\left[\mathrm{P}(A) \cup \mathrm{P}(B)\right]}} \qquad (8)$$

Заметим, что основание логарифма в выражении (7) не является существенным, т.к. берется их отношение.

Обобщим выражение (7) на произвольное количество систем. Пусть дано не 2 системы, а семейство систем: $\{K_\alpha\}_{\alpha \in A}$. Тогда для случая многих систем выражения (5) и (8) обобщаются следующим образом:

$$\boxed{S = \mathrm{P}\left(\bigcup_{\alpha \in A} K_\alpha\right) - \bigcup_{\alpha \in A} \mathrm{P}(K_\alpha)} \qquad (9)$$

$$\boxed{I_S = \frac{Log\ \mathrm{P}\left(\bigcup_{\alpha \in A} K_\alpha\right)}{Log \bigcup_{\alpha \in A} \mathrm{P}(K_\alpha)}} \qquad (10)$$

Кроме того, в каждой из систем могут возникать составные элементы из ее *собственных* базовых элементов. Это приводит к системному эффекту, в результате которого система отличается от множества, т.е. содержит больше элементов, чем в порождающем множестве. Этот вид системного эффекта аналитически выражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли (11), который был получен *автором* в 2001 году [97] и назван так в честь этого ученого, внесшего большой вклад с разработку научной теории информации[99]:

---

[98] $\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c| \quad \left(\frac{b}{c} > 0\right)$

[99] Приходится об этом напоминать, т.к. в ряде материалов, широко распространившихся в научной печати и в Internet, их авторы без ссылки на первичный источник информации о коэффициентах эмерджентности Хартли и Харкевича, *т.е. работы автора*, используют большие фрагменты из этих работ. Чтобы убедится в этом достаточно сделать запрос: «коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича»

$$\varphi = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W} \qquad (11)$$

где:

W – количество базовых элементов в системе;

m – сложность составного элемента системы, т.е. подсистемы (количество базовых элементов в составном элементе);

M – максимальная сложность подсистем (максимальное количество базовых элементов в составном элементе).

Обобщение локального коэффициента эмерджентности Хартли (11), независящее от способа образования подсистем, имеет вид (12):

$$\varphi = \frac{Log\ \mathrm{P}(W)}{Log\ W} \qquad (12)$$

Например, при объединении 2-х систем, содержащих на 1-м уровне иерархии *простые числа*, а на 2-м уровне *составные числа*, являющиеся произведениями различных пар простых сомножителей, образуется объединенная система, 1-й уровень которой является объединением 1-х уровней исходных систем, а 2-й образуется по тому же алгоритму, что и в них (рисунок 1):

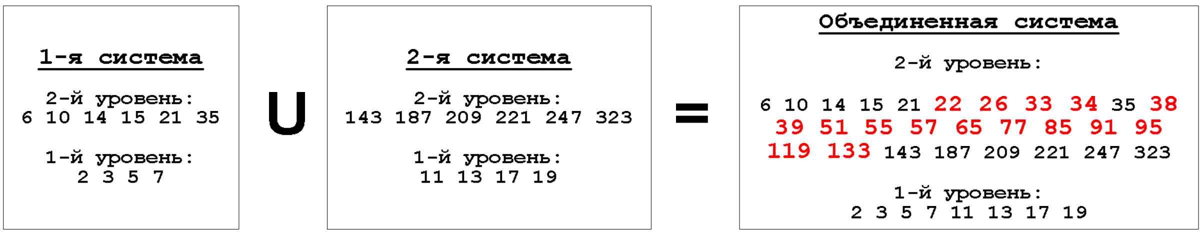


Рисунок 1. Объединение 2-х систем из простых чисел на базовом уровне и сложных чисел, образованных из пар простых, на 2-м уровне[100]

В таблицах 1–4 приведены данные о том, какие составные числа произведениями каких простых являются в рассматриваемом примере:

---

[100] Пример взят и работы (1) и разработан с помощью авторской программы, размещенной по адресу: http://www.twirpx.com/file/370725/ при параметрах «по умолчанию» и максимальным уровнем сложности

Таблица 1 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 1-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
15	2	3	5
21	2	3	7
35	2	5	7

Таблица 2 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 2-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 3 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
15	2	3	5
21	2	3	7
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
35	2	5	7
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11

91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 4 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДСИСТЕМЫ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЭЛЕМЕНТЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ЗА СЧЕТ СИСТЕМНОГО ЭФФЕКТА

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19

Числа, показанные на рисунке 3 черным цветом на 2-м уровне объединенной системы, есть на 2-м уровне либо 1-й системы, либо 2-й. Если бы системы объединялись как множества, то никаких других элементов на 2-м уровне объединенной системы и не было бы. Но при объединении систем в объединенной системе могут возникать элементы, образованные из сочетаний базовых элементов нескольких исходных систем одновременно, которых не было в исходных системах и которые могли образоваться только в объединенной системе. В нашем примере на рисунке 3 это числа, показанные более крупным шрифтом и красным цветом на 2-м уровне объединенной системы, образованные из различных пар простых чисел, одно из которых принадлежит 1-й системе, а 2-е – второй (см. таблицы 1–4).

Все полученные выражения стандартно обобщаются также на непрерывный случай путем замены факториалов при расчете числа сочетаний на гамма-функции [97].

В результате запуска этой программы с последовательно увеличивающимся параметром «уровень сложности» при одних и тех же диапазонах базовых элементов, указанных выше, получим результаты, сведенные в таблице 5 и на рисунке 2:

Таблица 5 – ЗАВИСИМОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ И ОБОБЩЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ ОТ СЛОЖНОСТИ ОБЪЕДИНЯЕМЫХ СИСТЕМ

Уровень сложности	Локальный коэффициент эмерджентности Хартли			Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли
	1-й системы	2-й системы	Объединенной системы	
1	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000
2	1,6609640	1,6609640	1,7233083	1,1962080
3	1,9036775	1,9036775	2,1745207	1,3569961
4	1,9534453	1,9534453	2,4466167	1,4958251
5	1,9534453	1,9534453	2,5893948	1,5831175
6	1,9534453	1,9534453	2,6475048	1,6186451
7	1,9534453	1,9534453	2,6628949	1,6280544
8	1,9534453	1,9534453	2,6647845	1,6292096
9	1,9534453	1,9534453	2,6647845	1,6292096

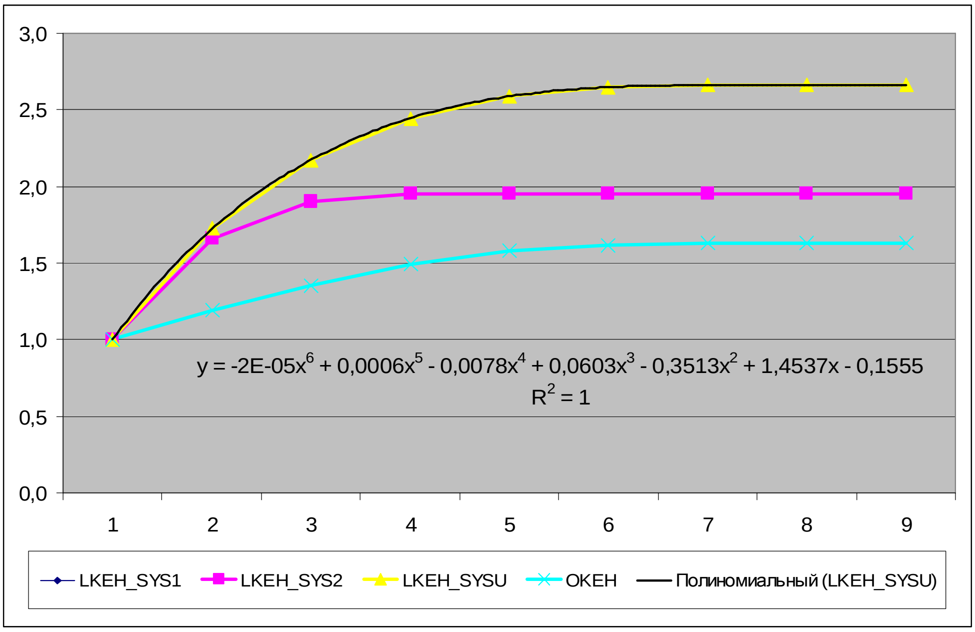


Рисунок 2. Зависимость локальных и обобщенного коэффициентов эмерджентности Хартли от сложности объединяемых систем

На рисунке 2 использованы обозначения:

– LKEH_SYS1 – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для систем Sys_1 и Sys_2;

– LKEH_SYSU – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для объединенной системы (объединения систем Sys_1 и Sys_2), хорошо аппроксимируется кубическим степенным полиномом:

$$y = -2E\text{-}05x^6 + 0{,}0006x^5 - 0{,}0078x^4 + 0{,}0603x^3 - 0{,}3513x^2 + 1{,}4537x - 0{,}1555$$
$$R^2 = 1$$

– ОКЕН – обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли.

Из таблицы 5 и рисунка 2 видно, что при повышении уровня сложности от 4 до 9 уровень системности 1-й и 2-й подсистем не увеличивается. Это связано с тем, что из-за небольшого количества базовых элементов этих системах *отсутствуют* иерархические уровни с 5-го по 9-й, т.е. на них нет ни одного элемента. На других зависимостях также виден «эффект насыщения», проявляющийся в том, что с увеличением уровня сложности системный эффект увеличивается все медленнее и медленнее и выходит на некоторую асимптоту, определяемую количеством базовых элементов в исходных подсистемах.

Выводы. В работе предлагается общее математическое выражение для количественной оценки системного (синергетического) эффекта, возникающего при объединении булеанов (систем), являющихся обобщением множества в системном обобщении теории множеств и независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Для этой количественной меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Для локального коэффициента эмерджентности Хартли также предложено обобщение, независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Приводятся численные оценки системного эффекта при объединении двух систем с применением авторской программы, на которую дается ссылка.

Перспективы. В перспективе планируется более тщательно исследовать свойства объединения систем, конкретизировать полученные математические выражения для различных способов образования подсистем на основе элементов базовых множеств [257], разработать системные обобщения других операций над множествами[101].

---

[101] См.: http://ru.wikipedia.org/wiki/Операции%20над%20множествами

ГЛАВА 11. КОГНИТИВНЫЕ ФУНКЦИИ КАК ОБОБЩЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОГО ПОНЯТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ В АСК-АНАЛИЗЕ И СИСТЕМНОЙ НЕЧЕТКОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Данный раздел основан на статье [280].

11.1. Классическое понятие функции в математике

Кратко рассмотрим классическое понятие функциональной зависимости или функции в математике.

Под функциональной зависимостью (функцией) понимается закон или правило, по которому осуществляется отображение множества числовых значений аргумента (область определения) на множество числовых значений функции (область значений). В более общем определении область определения и область значений могут быть произвольными множествами, не обязательно числовыми.

В математике для классических функций обычно вводится большое количество различных ограничений, накладывающих соответствующие ограничения на возможности их *практического* применения, но позволяющих использовать и развивать математические конструкции, основанные на описанном выше понятии функции в математике. К этим ограничениям, прежде всего, относятся то, что множества значений аргумента и значений функции являются числовыми, чаще всего континуальными (интервал, луч прямая), и между ними существует взаимно-однозначное соответствие, т.е. функция является биективной. Обычно предполагается также, что эти множества или не обладают никакой структурой, или имеют алгебраическую структуру группы, кольца, поля или аналогичную.

Вместе с тем при определении и использовании функций необходимо различать математические, прагматические и компьютерные числа, учитывать, что множества могут быть нечеткими или случайными, элементами множеств могут быть не только числа, но и лингвистические переменные, а также результаты измерений в различных шкалах, в частности, в порядковых, кроме того множества могут образовывать системы. Всем этим обусловлены существенные ограничения, которые накладываются на возможности применения классического математического понятия функции для моделирования социально-экономических объектов. Как следствие, возникает необходимость разработки математического аппарата, снимающего эти ограничения. Кратко рассмотрим совокупность поставленных вопросов вопросы ниже.

11.2. Ограничения классического понятия функции и формулировка проблемы

Математика – язык науки [1, с.18]. С появлением новых объектов обсуждения, изучения и практического применения этот язык развивается. «Между математикой и практикой всегда существует двусторонняя связь; математика предлагает практике понятия и методы исследования, которыми она уже располагает, а практика постоянно сообщает математике, что ей необходимо» [1, с.53].

В настоящей работе мы рассматриваем необходимость расширения математического понятия функциональной зависимости (функции) с целью учета присущих реальности нечеткости, интервальности, системности, а также основы соответствующего предлагаемого нами нового перспективного направления теоретической и вычислительной математики – системной нечеткой интервальной математики (СНИМ) [92]. Анализируя, следуя А.Н. Колмогорову [2], математику в ее историческом развитии, констатируем, что ее основой являются действительные числа и множества. Как подчеркнуто выше, функции обычно определяются с помощью множеств (области определения, области значений и подмножества декартова произведения этих областей, задающего отображение области определения на область значений. Число же является основным понятием математики с древнейших времен, и стержнем развития математики вплоть до XIX в. является развитие понятия числа. Еще один символ математики – фигуры и тела. И посвящена элементарная геометрия. Однако развитие этой области математики прекратилось в начале XX в. Сейчас элементарная геометрия – предмет изучения в средней школе, новые научные результаты в ней не появляются. Ее наследники - современные геометрические дисциплины, такие, как проективная геометрия, дифференциальная геометрия, общая топология, алгебраическая топология и др. – далеки от реального мира. Их чисто теоретические результаты практически не используются при решении прикладных задач.

Поэтому сосредоточимся на рассмотрении только двух понятий - числа и множества.

Констатируем необходимость расширения математического аппарата с целью учета присущих реальности нечеткости и интервальности. Такая необходимость отмечалась в ряде публикаций [25, 26, 27], но пока еще не стала общепризнанной. На описании неопределенностей с помощью вероятностных моделей не останавливаемся, поскольку такому подходу посвящено множество работ.

Подробное обоснование необходимости подобных подходов дано в 1-й части данной работы.

11.2.8. Система как обобщение множества. Системное обобщение математики и задачи, возникающие при этом

В науке принято два основных принципа определения понятий:

– через подведение определяемого понятия под *более общее* понятие и выделение из него определяемого понятия путем указания одного или нескольких его *специфических* признаков (например, млекопитающие – это животные, выкармливающие своих детенышей молоком);

– процедурное определение, которое определяет понятие путем указания *пути* к нему или способа его достижения (магнитный северный полюс – это точка, в которую попадешь, если все время двигаться на север, определяя направление движения с помощью магнитного компаса).

Как это ни парадоксально, но понятия системы и множества могут быть определены друг через друга, т.е. трудно сказать, какое из этих понятие является более общим.

<u>Определение системы через множество.</u>

Система есть множество элементов, взаимосвязанных друг с другом, что дает системе новые качества, которых не было у элементов. Эти новые системные свойства еще называются эмерджентными (т.е. «возникающими»), т.к. не очень просто понять, откуда они берутся. Чем больше сила взаимодействия элементов, тем сильнее свойства системы отличаются от свойств множества и тем выше уровень системности и синергетический эффект. Получается, что система – это множество элементов, но не всякое множество, а только такое, в котором элементы взаимосвязаны (это и есть специфический признак, выделяющий системы среди множеств), т.е. множество – это более общее понятие.

Определение множества через систему.

Но можно рассуждать и иначе, считая более общим понятием систему, т.е. мы ведь можем определить понятие множества через понятие системы. *Множество – это система, в которой сила взаимодействия между элементами равна нулю* (это и есть отличительный признак, выделяющий множества среди систем). Тогда более общим понятием является система, а множества – это просто системы с нулевым уровнем системности.

Вторая точка зрения объективно является предпочтительной, т.к. совершенно очевидно, что *понятие множества является предельной абстракцией от понятия системы и реально в мире существуют только системы, а множеств в чистом виде не существует, как не существует математической точки*. Точнее сказать, что множества, конечно, существуют, но всегда исключительно и *только в составе систем как их базовый уровень иерархии*, на котором они основаны.

Из этого вытекает очень важный **вывод**: ***все понятия и теории, основанные на понятии множества, допускают обобщение путем замены понятия множества на понятие системы и тщательного прослеживания всех последствий этой замены***. При этом более общие теории будут удовлетворять принципу соответствия, обязательному для всех более общих теорий, т.е. в *асимптотическом* случае, когда сила взаимосвязи элементов систем стремится к нулю, системы будут все меньше отличаться от множеств и системное обобщение теории перейдет к классическому варианту, основанному на понятии множества. В *предельном* случае, когда сила взаимосвязи *точно* равна нулю, системная теория будет давать *точно* такие же результаты, как основанная на понятии множества.

Этот вывод верен для всех теорий, но в данной работе для авторов наиболее интересным и важным является то, что очень многие, если не практически все понятия *современной математики* основаны на понятии множества, в частности на математической теории множеств. В частности, к таким понятиям относятся понятия:

– математической операции: преобразования одного или нескольких исходных множеств в одно или несколько результирующих;

– функциональной зависимости: отображение множества значений аргумента на множество значений функции для однозначной функции одного аргумента или отображение множеств значений аргументов на множества значений функций для многозначной функции многих аргументов;

– «количество информации»: функция от свойств множества.

В работе [186] впервые сформулирована и обоснована программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживании всех последствий этого. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. при понижении уровня системности система по своим свойствам становится все ближе к множеству и система с нулевым уровнем системности и есть множество. Приводится развернутый пример реализации этой программной идеи в области теории информации, в качестве которого выступает предложенная в 2002 году системная теория информации [97], являющаяся системным обобщением теории информации Найквиста – Больцмана – Хартли – Шеннона и семантической теории информации Харкевича. Основа этой теории состоит в обобщении комбинаторного понятия информации Хартли $I = Log_2N$ на основе идеи о том, что количество информации определяется не мощностью множества N, а мощностью системы, под которой предлагается понимать *суммарное* количество подсистем различного уровня иерархии в системе, начиная с базовых элементов исходного множества и заканчивая системой в целом. При этом в 2002 году, когда было предложено системное обобщение формулы Хартли, число подсистем в системе, т.е. мощность системы N_s, предлагалось рассчитывать по формуле:

$$N_s = \sum_{m=1}^{n} C_n^m = 2^n - 1 .$$

Соответственно, системное обобщение формулы Хартли для количества информации в системе из *n* элементов предлагалось в виде:

$$I_s = Log_2 N_s = Log_2 \sum_{m=1}^{n} C_n^m$$

В работе [270] дано системное обобщение формулы Хартли для количества информации для квантовых систем, подчиняющиеся статистике как Ферми-Дирака, так и Бозе-Эйнштейна, и стало ясно, что предложенные в 2002 году в работе [97] вышеприведенные выражения имеют силу только для систем, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака.

В работе [188] кратко описывается семантическая информационная модель системно-когнитивного анализа (СК-анализ), вводится универсальная информационная мера силы и направления влияния значений факторов (независимая от их природы и единиц измерения) на поведение объекта управления (основанная на лемме Неймана – Пирсона), а также неметрический интегральный критерий сходства между образами конкретных объектов и обобщенными образами классов, образами классов и образами значений факторов. Идентификация и прогнозирование рассматривается как *разложение* образа конкретного объекта в ряд по обобщенным образам классов (объектный анализ), что предлагается рассматривать как возможный вариант решения *на практике* 13-й проблемы Гильберта.

В статьях [189, 191] обоснована идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант системной теории информации [97, 201]. В данной работе осуществлена попытка сделать второй шаг в этом же направлении: на концептуальном уровне рассматривается один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации. Предполагается, что этот подход может стать основой для системного обобщения теории множеств и создания математической теории систем. Сформулированы задачи, возникающие на пути достижения этой цели (разработки системного обобщения математики) и предложены или намечены пути их решения:

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2: сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий: "элемент системы" и "система".

Задача 4: предложить способы аналитического описания (задания) подсистем как элементов системы.

Задача 5: описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство).

Задача 6: описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция [97] формализуется многослойной системой эйдос-пространств (термин автора) различных размерностей.

Задача 8: показать, что системная теория информации позволяет непосредственно на основе эмпирических данных определять вид функций принадлежности, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

Задача 9: сформулировать перспективы: разработка операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

11.2.9. Формулировка проблемы

Постоянно работая в области математического моделирования социально-экономических объектов и явлений и учитывая наличие всех вышеперечисленных ограничений, авторы пришли к выводу, что классическое математическое понятие функциональной зависимости недостаточно для адекватного отражения силы и величины причинно-следственной (или иной) связи между факторами, действующим на экономический (или иной) объект, и поведением этого объекта. Одно и тоже значение фактора влияет на переход экономического объекта в различные состояния, но в различной степени или даже с различным знаком, и переход объекта в каждое из состояний обусловлен действием большого количества различных факторов, вообще говоря, взаимодействующих между собой. Это значит, что одному значению аргумента соответствует не одно, а много различных значений функции, а каждому значению функции соответствует много различных значений аргумента, причем это соответствие может быть различным по величание и знаку. Очевидно, что простое представление о биективной функции не пригодно для формального математического моделирования подобных зависимостей. Обобщение классического понятия функции может осуществлено различными способами, – на основе теории нечеткости, интервальной математики, системного анализа.

11.3. Теоретическое решение проблемы в АСК-анализе

Очевидно, смысл процесса измерения в том, что в его результате мы получаем определенное количество ***информации*** о степени выраженности тех или иных свойств объекта измерения или о его состоянии. Информация может рассматриваться с двух точек зрения: с количественной и с качественной, т.е. содержательной, семантической. Парадокс заключается в том, что традиционно внимание обращается только на *содержание* информации, полуденной в процессе измерения, тогда как на *количество* этой информации обычно вообще не обращают никакого внимания. Между тем количество информации полученной в результате измерений также очень важно, т.к. непосредственно определяется *точностью* измерений.

По мнению авторов необходимо четко осознать, что когда мы спрашиваем чему равно значение некоторой функции при определенном значении ее аргумента, то, по сути, мы хотим получить *некое количество информации* об этом значении функции из значения ее аргумента, т.е. о том, *какое количество информации об этом значении функции содержится в данном значении ее аргумента*. *Парадоксально*, но мы никогда не спрашиваем, какое же конкретно *количество информации* мы получили при ответе на этот наш вопрос.

Ответом на этот вопрос являются когнитивные функции. Если мы отобразим в графической форме результаты измерения степени выраженности некоторого свойства объекта в зависимости от величины влияющего на нее фактора в виде функции с указанием не только самих значений функции, но и количества информации в ее аргументе о том, что функция будет иметь эти значения, то это и будет когнитивная функция.

С точки зрения теории управления когнитивная функция представляет собой зависимость вероятностей перехода объекта управления в будущие состояния, соответствующие классам, под влиянием различных значений некоторого фактора. Наглядные примеры когнитивных функций будут приведены ниже.

Когнитивная функции строится для ***подматриц*** матрицы информативностей (матрицы знаний) системы «Эйдос», образованных различными классификационными и описательными шкалами (одна из подматриц выделена жирной линией и фоном) (таблица 6):

Таблица 6 – К ПОЯСНЕНИЮ ПОНЯТИЯ: «ПОДМАТРИЦЫ МАТРИЦЫ ЗНАНИЙ»

		1-я классификационная шкала			2-я классификационная шкала			3-я классификационная шкала		
		1-я градация	2-я градация	3-я градация	1-я градация	2-я градация	3-я градация	1-я градация	2-я градация	3-я градация
1-я описательная шкала	1-я градация									
	2-я градация									
	3-я градация									
2-я описательная шкала	1-я градация									
	2-я градация									
	3-я градация									
3-я описательная шкала	1-я градация									
	2-я градация									
	3-я градация									

Если взять несколько информационных портретов факторов, соответствующих градациям одной описательной шкалы, отфильтровать их по диапазону градаций некоторой классификационной шкалы и взять из каждого информационного портрета *по одному* состоянию, на переход в которое объекта управления данное значение фактора оказывает наибольшее влияние, то мы и получим когнитивную функциональную зависимость, отражающую вероятность перехода объекта управления в будущие состояния под влиянием различных значений некоторого фактора, т.е. полностью редуцированную когнитивную функцию.

Когнитивные функции являются наиболее развитым средством изучения причинно-следственных зависимостей в моделируемой предметной области, предоставляемым системой "Эйдос". Необходимо отметить, что на вид функций влияния математической моделью СК-анализа не накладывается никаких ограничений, в частности, они могут быть и *нелинейные [273]*.

Введем определение когнитивной функции: когда функция используется для отображения причинно-следственной зависимости, т.е. информации (согласно концепции Шенка-Абельсона [235]), или *знаний*, если эта информация полезна для достижении целей, то будем называть такую функцию *когнитивной функцией* [166, 218, 226, 235, 239, 108, 243, 244, 254, 280], от англ. «*cognition*»[102].

Смысл когнитивной функциональной зависимости в том, что в значении аргумента содержится определенное количество информации о том, какое значение примет функция, т.е. когнитивная функция отражает знания о степени соответствия значений функции значениям аргумента.

Очень важно, что этот подход позволяет автоматически решить проблему сопоставимой обработки многих факторов, измеряемых в различных единицах измерения, т.к. ***в этом подходе рассматриваются не сами факторы, какой бы природы они не были и какими бы шкалами не формализовались, а количе-***

---

[102] http://lingvo.yandex.ru/cognition/с%20английского/

ство информации, которое в них содержится о поведении моделируемого объекта *[280].*

Необходимо также отметить, что представление о полностью линейных объектах (системах) является *абстракцией* и реально все объекты являются принципиально нелинейными. Вместе с тем для большинства систем нелинейные эффекты можно считать эффектами второго и более высоких порядков и такие системы *в первом приближении* можно считать линейными. Возможны различные модели *взаимодействия факторов*, в частности, развиваемые в форме системного обобщения теории множеств [189, 191]. Этот подход в перспективе может стать одним из вариантов развития теории нелинейных систем.

Отметим, что математическая модель АСК-анализа (системная теория информации) *органично* учитывает принципиальную нелинейность всех объектов. Это проявляется в нелокальности нейронной сети системы «Эйдос» [138], приводящей к зависимости ***всех*** информативностей от ***любого*** изменения в исходных данных, а не как в методе обратного распространения ошибки[103]. В результате ***значения матрицы информативностей количественно отражают факторы не как множество, а как систему***.

Объект может перейти в некоторое будущее состояние под действием различного количества факторов, но какая бы система факторов не обусловливала (детерминировала) этот переход, в ней не может содержаться информации больше, чем можно получить, точно узнав, что объект переходит в данное состояние. Это количество информации в АСК-анализе называется «Теоретически максимальное количество информации» и определяется только количеством классов (будущих состояний объекта), которые в детерминистском случае равновероятны, т.к. между классами и факторами выполняется взаимнооднозначное соответствие, когда каждое будущее состояние однозначно определяется единственным фактором. Формула А.Харкевича видоизменена в работе [97] таким образом, чтобы удовлетворять принципу соответствия с формулой Р.Хартли в детерминистском случае. Поэтому, чем

[103] http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод%20обратного%20распространения%20ошибки

меньше факторов, тем жестче ими детерминировано поведение объекта, и наоборот, чем больше этих факторов, тем меньше влияние каждого из них на поведение объекта. Например, если переход объекта в некоторое состояние однозначно определяется единственным фактором, то добавление в модель еще одного *точно такого же* фактора приводит к тому, что в сумме эти два фактора будут оказывать тоже самое влияние, которое делится между ними поровну.

Так в математической модели АСК-анализа учитывается *взаимодействие* факторов и отличие *системы* факторов от *множества* факторов [273], являющееся источником нелинейности моделируемого объекта.

Итак, *в матрице информативнстей количественно отражены сила и направление влияния каждого значения фактора на переход объекта в каждое из состояний, а также учтено, что совокупность факторов является системой, а не множеством, т.е. учтены взаимодействие факторов и нелинейность моделируемого объекта. Результаты решения задач идентификации, прогнозирования, принятия решений и научного исследования моделируемой предметной области (в частности кластерно-конструктивного анализа), на основе матрицы информативностей* ***инвариантны*** *относительно формы частотного распределения объектов исследуемой выборки по классам, единиц измерения значений факторов и типа шкал, используемых для формализации факторов.*

Это позволяет корректно использовать в АСК-анализе аддитивный интегральный критерий в форме *суммы* частных критериев не только для линейных, но и для нелинейных объектов.

Различие между матрицей информативностей и матрицей знаний. Если в модели отражены лишь причинно-следственные связи между факторами и будущими состояниями объекта, но не отражена степень желательности ли нежелательности этих будущих состояний, то мы имеем дело с матрицей информативностей. Если же некоторые из будущих событий классифицируются как желательные, т.е. целевые, а другие как нежелательные, то появляется возможность количественной оценки степени *полезности* информации о действии факторов для перевода объекта в эти состояния, т.е. для преобразования информации в знания.

Процесс преобразования информации в знания – это процесс оценки степени полезности информации для достижения желаемых будущих состояний, т.е. целей.

Таким образом, матрица знаний количественно отражает степень полезности (а также бесполезности и вредности) факторов для достижения целей: она содержит знания в количественной форме о *величине и направлении* влияния каждого значения фактора на перевод объекта в каждое из будущих состояний, как желаемое, так и нежелательное.

Факт – это единство экстенсионального и интенсинального описания *события*, обнаруженного эмпирическим путем, т.е. по сути, *факт это определение события*. Пример факта: «Кошка кормит котят молоком». Пример определения в науке: «Млекопитающее – это животное (более общее, интенсиональное понятие), вскармливающее своих детей молоком (экстенсиональный специфический признак)».

Закономерности – это причинно-следственные зависимости, выявленные на исследуемой выборке и распространяемые лишь на саму эту выборку.

Эмпирический закон – это причинно-следственные зависимости, выявленные на исследуемой выборке и распространяемые на некоторую предметную область, более широкую, чем исследуемая выборка, в которой действуют *те же причины действвия* причинно-следственных зависимостей, что и в исследуемой выборке, на которой он обнаружены. Эта более широкая предметная область называется генеральной совокупностью, по отношению к которой исследуемая выборка репрезентативна. Эмпирический закон является феноменологическим, т.е. внешним описанием зависимости последствий от причин, который не раскрывает механизма или способа, которым реализуется эта зависимость.

Научный закон – это содержательная интерпретация механизма действия эмпирического закона, т.е. *способа* преобразования причин в следствия. Научный закон является содержательным *объяснением* и интерпретацией эмпирического закона. Это объяснение, когда оно разрабатывается, не сразу становится научным законом, а сначала имеет статус научной гипотезы и приобретает статус научного закона лишь после того, как *на практике*, т.е. эмпирически, подтверждаются предсказания существования новых, ранее неизвестных явлений, сделанные на основе научной гипотезы. Таким образом, научный закон – это научная гипотеза, адекватность и прогностическая сила которой подтверждены (верифицированы) эмпирически. Процесс преобразования научной гипотезы в научный закон – это процесс подтверждения на практике адекватности этой научной гипотезы.

Необходимо подчеркнуть, что существует принципиальная возможность создания *многих различных моделей*, одинаково адекватно отражающих одну и ту же предметную область. Иногда такие модели и действительно созданы. Тогда возникает вопрос о *критериях выбора* одной модели, в определенном смысле «наилучшей» из многих. Среди этих критериев следует отметить адекватность, удовлетворение принципу соответствия и широту адекватно отражаемой предметной области, а также ее простоту и красоту. Из многих моделей предпочтительная та, которая более адекватна, та, которая адекватно отражает более широкую предметную область и включает в себя на основе принципа соответствия другие известные модели, а также более простая и красивая модель. Однако часто бывает, что разработка многих моделей (научных теорий) весьма затруднительна и есть или известна всего лишь одна-единственная модель. Тогда эта модель автоматически становится наилучшей из всех известных.

Возникает соблазн неоправданно и необоснованно считать, что реальность устроена именно таким образом, какой она отражается в этой наилучшей по сформулированным выше критериям модели или научной теории, т.е. *необоснованно придать онтологический статус абстрактной модели*. В этом состоит широко распространенная малозаметная ошибка познания, называемая «Гипостазирование[104]». Однако эта ошибка влечет за собой целый шлейф весьма заметных последствий, важнейшим из которых является отрицание существования фактов, закономерностей и эмпирических законов, не вписывающихся в те или иные научные теории, даже если эти факты в буквальном смысле слова *оче-*

---

[104] http://yandex.ru/yandsearch?text=гипостазирование

видны. Например, апологеты воздухоплавания отрицали возможность летательных аппаратов тяжелее воздуха, не смотря на птиц, которые садились и взлетали перед ними (или даже смотря на них, но не осознавая, что они видят). При этом они исходили из того, что принцип действия летальных аппаратов может быть основан только на законе Архимеда, как это следовало из единственной известной им научной теории полета. Однако существуют и другие принципы полета: в частности, баллистический, аэродинамический, ракетный, электромагнитный, на которых может быть основан принцип действия летательных аппаратов тяжелее воздуха, причем эти аппараты ни в коей мере не нарушают закон Архимеда и полностью ему подчиняются.

Признание существования факта не зависит от обнаружения закономерности. Признание существования закономерности не зависит от обнаружения соответствующего эмпирического закона. Признание существования эмпирических законов не зависит от наличия верифицированной содержательной интерпретации или научного закона, а если она есть, то от того, является ли она «правильной» или «неправильной» по тем или иным критериям или по чьему-то мнению. Таким образом, *признание существования факта не зависит от наличия теории, которая его объясняет, и отсутствие такой теории не является основанием для отрицания существования или непризнания существования факта*.

Когнитивные функции представляют собой новый перспективный инструмент отражения и наглядной визуализации закономерностей и эмпирических законов. Разработка содержательной научной интерпретации когнитивных функций представляет собой способ познания природы, общества и человека.

Когнитивные функции могут быть:

– прямые, отражающие зависимость классов от признаков, обобщающие информационные портреты признаков;

– обратные, отражающие зависимость признаков от классов, обобщающие информационные портреты классов;

– позитивные, показывающие чему способствуют система детерминации;

– негативные, отражающие чему препятствуют система детерминации;

– средневзвешенные, отражающие совокупное влияние всех значений факторов на поведение объекта;

– с различной степенью редукции или степенью детерминации, которая отражает в графической форме (в форме полосы) количество знаний в аргументе о значении функции и является аналогом и обобщением доверительного интервала.

Примеры когнитивных функций будут приведены ниже.

Прямая и обратная, а также позитивная и негативная когнитивные функции *полностью совпадают (тождественны)* друг с другом только для жестко (т.е. полностью) детерминированных систем. Это связано с тем, что матрица знаний, моделирующая полностью детерминированную систему, в которой между значениями аргумента и значениями функции существует взаимнооднозначное соответствие, представляет собой диагональную матрицу [273]. Можно обоснованно предположить, что *степень совпадения прямой и обратной когнитивных функций пропорциональна степени детерминированности моделируемой системы*. Если *интерпретировать* значения факторов, обусловливающих поведение системы, как ее экстенициональное описание, относящееся к ее прошлому времени, а классы – как интенсиональное описание ее будущих состояний, то можно сказать, что степень детерминации поведения системы тем выше, чем более сходным являются влияние на нее прямой и обратной причинности, т.е. если влияние прошлого на будущее совпадет с влиянием будущего на прошлое. Чем сильнее влияние прошлого на будущее отличается от влияния будущего на прошлое, тем слабее детерминированность в поведении системы, тем ближе оно к случайному. При этом рассмотрение вопросов о физическом механизме прямой и обратной причинности, как и самом существовании обратной причинности, не входит в задачи данной работы.

Матрица информативности может быть использована для выявления и визуализации *когнитивных функциональных зависимостей* в фрагментированных и зашумленных данных большой размерности. Кратко поясним суть этого метода. Матрица информативностей рассчитывается на основе системной теории информации [97] непосредственно на основе эмпирических данных и представляет собой таблицу, в которой столбцы соответствуют *обобщенным* образам классов, т.е. будущим состояниям моделируемой системы, строки – значениям факторов, влияющих на эту систему, а на пересечениях строк и столбцов находится количество информации, которое содержится в факте действия значения фактора, соответствующего строке, на переход системы в состояние, соответствующее столбцу. Максимальное количество информации, которое может быть в значении фактора, определяется числом будущих состояний моделируемой системы. Модуль количества информации отражает силу влияния значения фактора, а знак – направление этого влияния, т.е. то, способствует он или препятствует наступлению данного состояния. Если последовательности классов и значений факторов образуют порядковые шкалы или шкалы отношений, т.е. соответственно, на них определены отношения «больше-меньше» или, кроме того, единица измерения, начало отсчета и арифметические операции, то матрица информативностей допускает наглядную графическую визуализацию, *традиционного* для функций типа, когда значения факторов рассматриваются в качестве значений аргумента, а классы, о наступлении которых в этих значениях факторов содержится *максимальное* количество информации – в качестве значений функции. Другие классы, менее обусловленные данным значением фактора, а также те, наступлению которых это значение препятствует в большей или меньшей степени, также могут отображаться соответствующими цветами, и это также может представлять интерес, т.к. позволяет задействовать мощные способности человека к анализу изображений. Когнитивные функции, представляемые в форме матрицы информативностей, соответствуют очень общему виду функциональной зависимости: *многозначной функции многих аргументов*, т.к. каждое значение фактора влияет на все состояния моделируемого объекта, и каждое его состояние обусловлено всеми значениями факторов. Простой пример визуализации матрицы информативностей, полученной на выборке, отражающей зависимость амплитуды затухающего гармонического колебания от времени, приведен на нижеследующем рисунке 1, в котором степень детерминации значения функции значением аргумента показана различными цветами: теплые цвета – высокая степень детерминации, холодные – низкая.

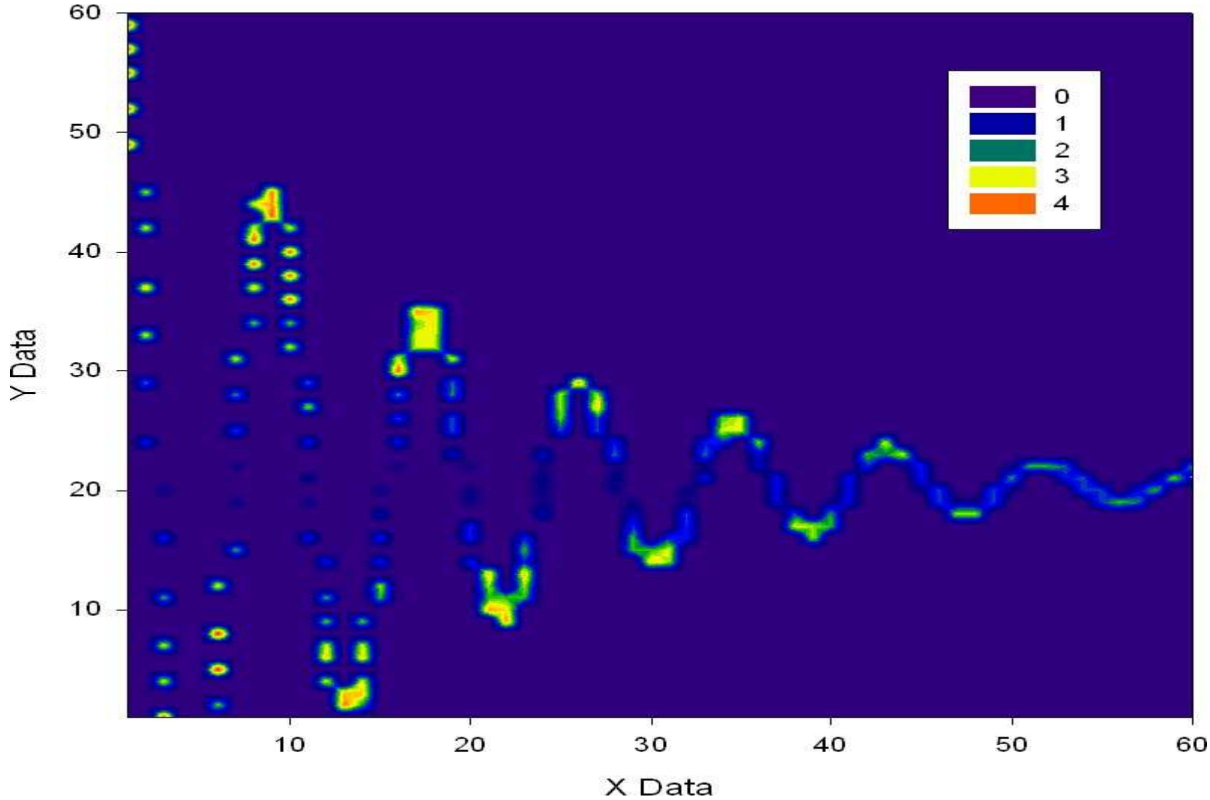


Рисунок 1. Количество информации в значении аргумента о значении функции для нечеткой взаимнооднозначной когнитивной функции

11.3.2. Системное обобщение понятия функции и функциональной зависимости. Когнитивные функции. Матрицы знаний как нечеткое с расчетной степенью истинности отображение системы аргументов на систему значений функции

Выше кратко рассматривается программная идея системного обобщения понятий математики (в частности теории информации), основанных на теории множеств, путем тотальной замены понятия множества на более содержательное понятие системы и прослеживания всех последствий этого. Частично эта идея была реализована автором при разработке автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализа) [97], математическая модель которого основана на системном обобщении формул для количества информации Хартли и Харкевича [97].

В работе [166] реализуется следующий шаг: предлагается системное обобщение понятия функциональной зависимости, и вводятся термины "когнитивные функции" и "когнитивные числа". На численных примерах показано, что АСК-анализ обеспечивает выявление когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных.

В работе [140] намечены принципы применения многозначных функций многих аргументов для описания сложных систем и предложено матричное представление этих функций.

В работе [218] обсуждается возможность восстановления значений одномерных и двумерных функций как между значениями аргумента (интерполяция), так и за их пределами (экстраполяция) на основе использования априорной информации о взаимосвязи между *признаками аргумента* и значениями функции в опорных точках с применением системно-когнитивного анализа и его инструментария – системы «Эйдос». Приводятся численные примеры и визуализация результатов. Предлагается применение аппарата многомерных когнитивных функций для решения задач распознавания и прогнозирования на картографических базах данных.

В работе [226] на примере решения проблемы управления агропромышленным холдингом рассматривается технология когнитивных функций СК-анализа, обеспечивающая как выявление знаний из эмпирических данных, так и использование этих знаний для поддержки принятия решений по управлению холдингом в целом на основе управления характеристиками входящих в него предприятий.

В работе [235] рассматривается применение метода автоматизированного системно-когнитивного анализа и его программного инструментария – системы «Эйдос» для выявления причинно-следственных зависимостей из эмпирических данных. В качестве инструментария для формального представления причинно-следственных зависимостей предлагаются когнитивные функции.

Когнитивные функции *представляют собой многозначные интервальные функции многих аргументов, в которых различные значения функции в различной степени соответствуют различным значениям аргументов, причем количественной мерой этого соответствия выступает знание, т.е. информация о причинно-следственных зависимостях в эмпирических данных, полезная для достижения целей.*

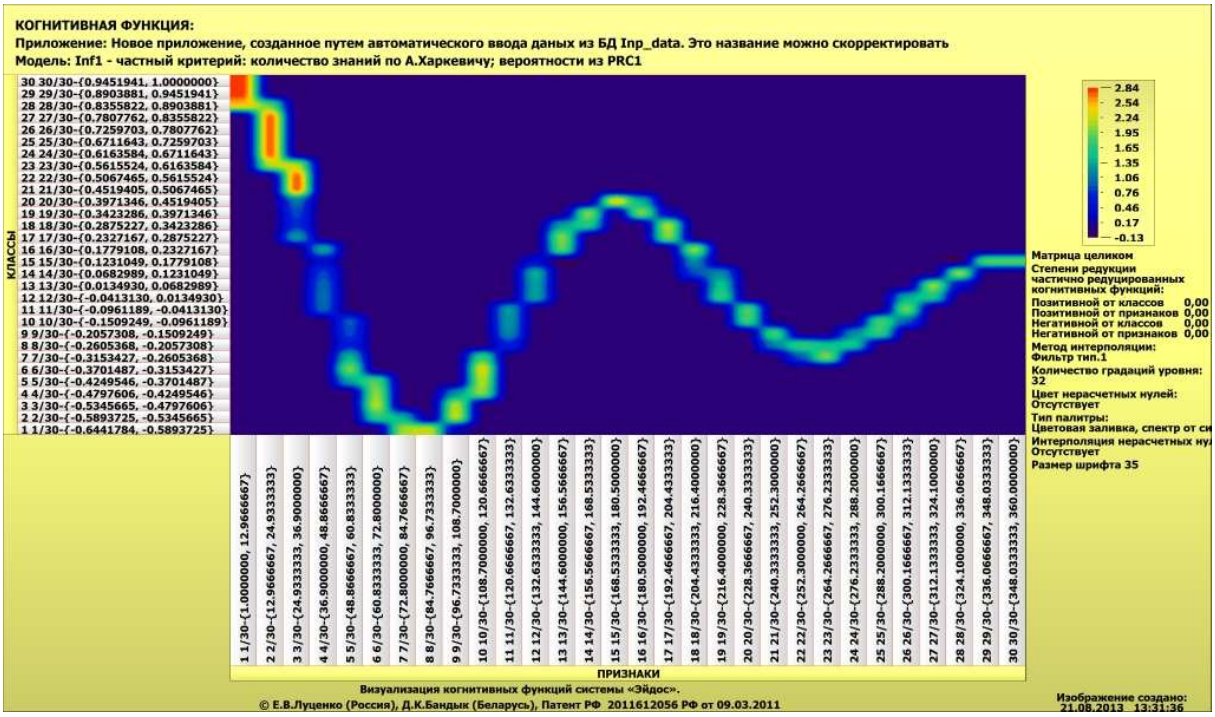
В работе [239] на основе применения аппарата когнитивных функций впервые исследована зависимость параметров движения полюса Земли от положения небесных тел Солнечной системы. В последующем эти результаты развиты в монографии [108].

Наиболее полно ***метод визуализации когнитивных функций,*** как новый инструмент исследования эмпирических данных большой размерности, раскрыт в работе [243].

В работе [244] рассматривается новая версия системы искусственного интеллекта «Эйдос-астра» для решения прикладных задач с эмпирическими данными большой размерности. Приложение, написанное на языке JAVA, обеспечивает GUI (графический интерфейс пользователя) и позволяет подготовить и выполнить визуализацию матрицы знаний без ограничений, налагаемых реализацией предыдущих версий системы «Эйдос-астра». Отметим, что в системе Эйдос-Х++ все эти ограничения на размерность моделей также сняты в универсальной форме, не зависящей от предметной области.

В работе [254] рассмотрена глубокая взаимосвязь между теорией автоматизированного и автоматического управления и системно-когнитивным анализом и его программным инструментарием – системой «Эйдос» в их применении для интеллектуального управления сложными системами. Предлагается технология, позволяющая на практике реализовать интеллектуальное автоматизированное и даже автоматическое управление такими объектами управления, для которых ранее управление реализовалось лишь на слабоформализованном уровне, как правило, без применения математических моделей и компьютеров. К таким объектам управления относятся, например, технические системы, штатно качественно-изменяющиеся в процессе управления, биологические и экологические системы, социально-экономические и психологические системы. Намечены возможности получения ***когнитивных передаточных функций*** сложных многопараметрических нелинейных объектов управления на основе зашумленной фрагментированной эмпирической информации об их фактическом поведении под действием различных сочетаний значений факторов различной природы.

Приведем простейший пример (рисунок 2) когнитивной функции затухающего синусоидального колебания, восстановленной по табличным данным, включающим 360 значений функции, при разном числе *интервальных* значений аргумента и функции: 30 (верхний график) и 60 (нижний график):



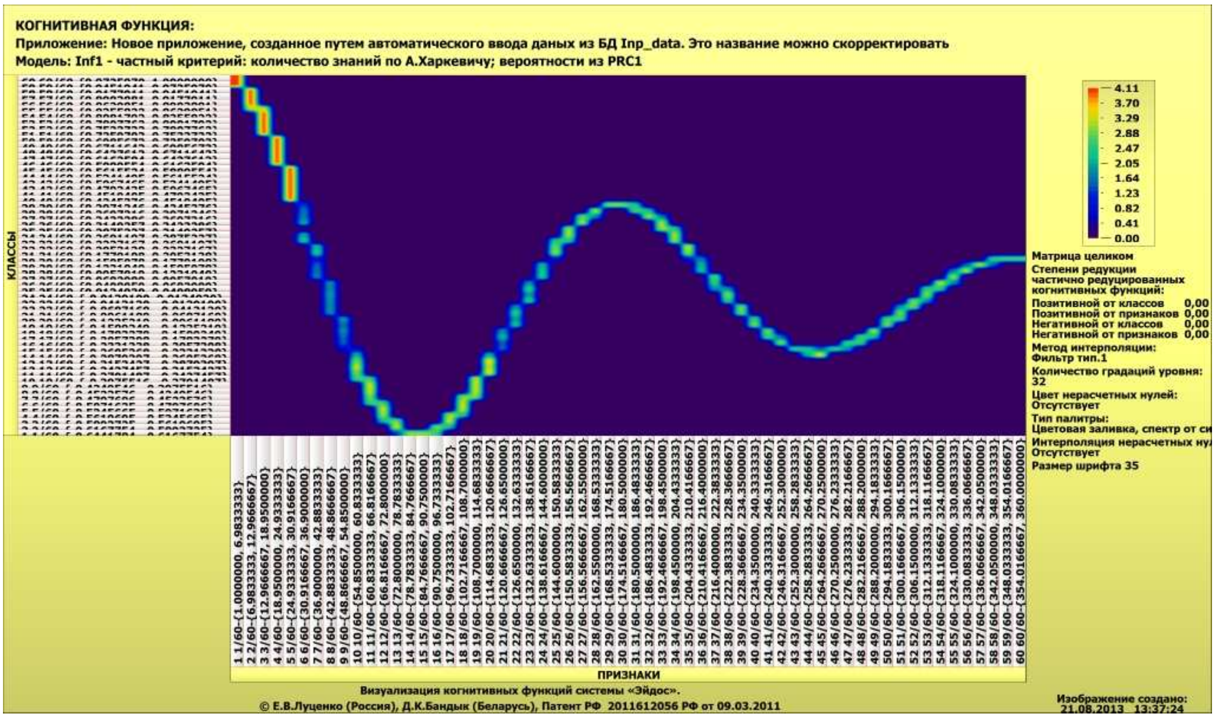


Рисунок 2. Когнитивная функция затухающего синусоидального колебания, восстановленная по табличным данным, включающим 360 значений функции, при 30 (вверху) и 60 (внизу) интервальных значениях аргумента и функции

Ясно, что если величина интервала будет стремиться к нулю, то интервальные функции, к которым относятся и когнитивные функции, будут асимптотически приближаться к абстрактным математическим функциям, которые можно считать интервальными функциями с нулевой величиной интервала. Соответственно при уменьшении величины интервала будет увеличиваться и ***суммарное*** количество информации, содержащееся в модели, т.е. в значениях аргумента о значениях когнитивной функции (эту зависимость планируется исследовать в новых работах). Поэтому интервальная математика может рассматриваться как более общая, чем точная математика с бесконечно малыми и для нее выполняется известный *принцип соответствия*, обязательный для более общих теорий.

В когнитивных функциях, представленных на рисунке 2, цветом отображено ***количество информации*** в интервальном значении аргумента об интервальном значении функции. Или выражаясь точнее, цветом отображено ***количество информации*** в интервальном значении аргумента о том, что (при этом значении аргумента) функция примет определенное интервальное значение. Или еще точнее, цветом отображено ***количество информации*** о том, что при значении аргумента, попадающем в данный интервал, функция примет определенное значение, попадающее в соответствующий интервал.

Из рисунка 2 мы видим, что об одних значениях функции в значениях аргумента содержится больше информации, а о других меньше. Это значит, что различные значения аргумента ***с разной степенью определенности*** обуславливают соответствующие значения функции. Иначе говоря, зная одни значения аргумента, мы весьма определенно можем сказать о соответствующем значении функции, а по другим значениям мы можем судить о значении функции лишь приблизительно, т.е. с гораздо большей погрешностью или неопределенностью.

Таким образом, *когнитивная функция содержит информацию не только о соответствии значений функции значениям аргумента, как абстрактная математическая функция, но и о достоверности высказывания о том, что именно такое их соответствие имеет место в действительности, причем эта достоверность меняется от одних значений аргумента и функции к другим*.

Получается, что в каждом значении аргумента содержится определенная информация о каждом значении функции. Эта информация может быть больше или меньше, она может быть положительная или отрицательная, т.е. *в когнитивной функции каждому значению аргумента соответствуют все значения функции, но в различной степени*. Из этого следует также, что *каждое значение функции обуславливается различными значениями аргумента, но каждое из них обусловливает это значение в различной степени*. Поэтому ***когнитивные функции являются многозначными функциями многих аргументов***.

Это понятие напоминает доверительный интервал, но с той разницей, что доверительный интервал всегда растет со значением аргумента, а количество информации может и возрастать, и уменьшаться. *Если осуществляется интерполяция или прогноз значения когнитивной функции, то при этом одновременно определяется и достоверность этой интерполяции или этого прогноза*. На когнитивной функции, представленной на рисунке 3, *эта* достоверность представлена в форме полупрозрачной полосы, ширина которой обратно пропорциональна достоверности (как в доверительном интервале), т.е. чем точнее известно значение функции, тем уже полоса, и чем оно более неопределенно, тем она шире.

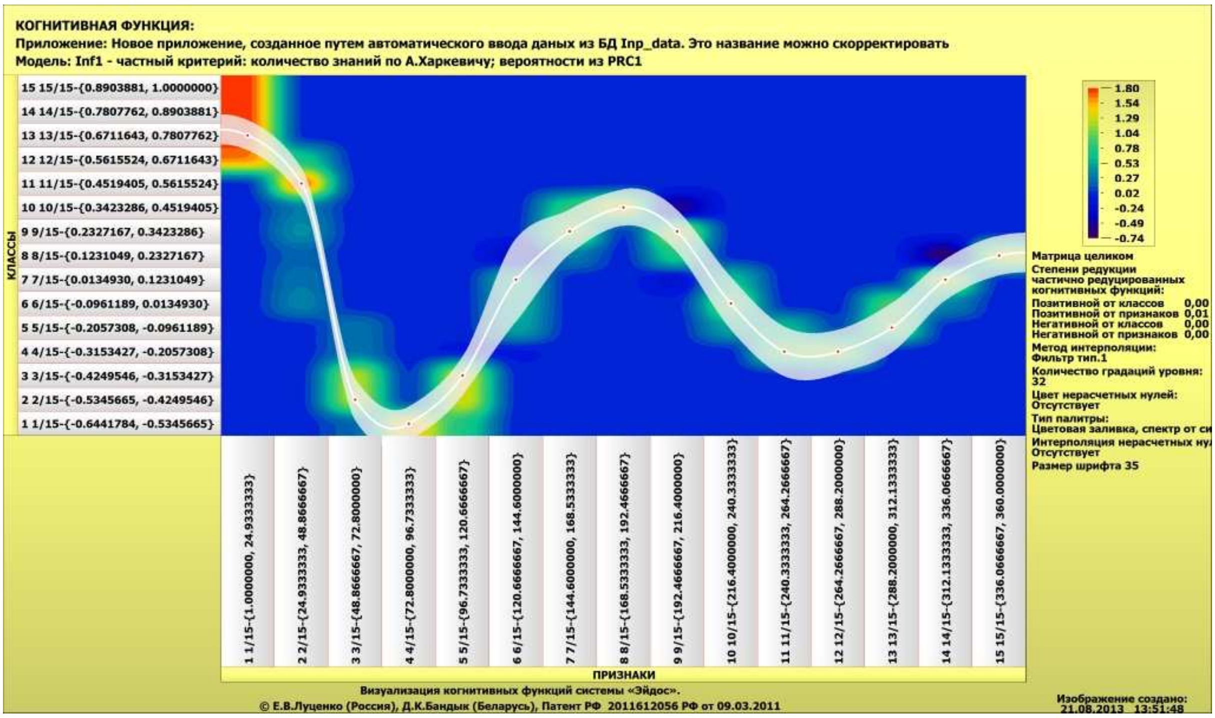


Рисунок 3. Когнитивная функция затухающего синусоидального колебания, восстановленная по табличным данным, включающим 360 значений функции, при 15 интервальных значениях аргумента и функции с указанием степени достоверности не только цветом, но и в форме частично-редуцированной когнитивной функции, аналогичной по смыслу доверительному интервалу

В теоретической математике нет меры причинно-следственной связи. Математика оперирует абстрактными понятиями, а **понятие причинно-следственной связи является *содержательным* понятием, относящимся к конкретной изучаемой, в том числе и *эмпирически*, *<u>реальной</u>* *предметной области***. Математические понятия функциональной зависимости или корреляция не являются такой мерой. Правда, в *статистике* есть критерий хи-квадрат, который действительно является мерой причинно-следственной связи, но статистика специально разработана с целью изучения конкретных явлений и этим существенно отличается от абстрактной теоретической математики.

Мы рассматриваем числовые и лингвистические данные, как сырые данные, полученные непосредственно из опыта и еще не подвергнутые какой-либо обработке. Эти эмпирические данные могут быть преобразованы в информацию путем их анализа. Информация есть осмысленные данные. Смысл согласно концепции смысла Шешка-Абельсона, которой мы придерживаемся, представляет собой знание причинно-следственных зависимостей. Причинно-следственные зависимости возможны только между событиями, а не между данными. Поэтому анализ данных, в результате которого они преобразуются в информацию, включает два этапа:

– нахождение событий в данных;

– выявление причинно-следственных связей между событиями.

Знания представляют собой информацию, полезную для достижения ***цели***. Если такой целью является решение задач прогнозирования, принятия решений и исследования моделируемой предметной области путем исследования ее модели (это корректно, если модель адекватна), то информационная модель является и когнитивной моделью, т.е. интеллектуальной моделью или моделью знаний.

Поэтому *когнитивные функции являются наглядным графическим отображение наших* ***знаний о причинно-следственных связях*** *между интервальными или лингвистическими значениями аргумента и интервальными или лингвистическими значениями функции*.

Когнитивные функции представляют собой графическое отображение сечений многомерного эйдос-пространства (базы знаний) системы «Эйдос-Х++» плоскостями, содержащими заданные описательные и классификационные шкалы с фактически имеющимися у них интервальными значениями (градациями).

11.3.3. Примеры известных функций, которые могут рассматриваться как аналоги когнитивных функций

11.3.3.1. Оцифрованные сигналы: аудио, графика, видео

В оцифрованных аудио, видео и других сигналах мы всегда знаем глубину кодирования, а значит и количество информации в значении аргументе о значении функции. В любых таблицах и базах данных числа всегда представлены с ограниченным числом знаков после запятой, а значит само множество таких чисел ограничено, и всегда можно посчитать, какие количество информации содержится в факте выборки как-то одного конкретного из этих чисел.

11.3.3.2. Таблично заданные функции, например таблицы Брадиса

Например, в известной таблице Брадиса[105] приводится 4 знака значения синуса после запятой. Это значит, что заданному углу соответствует одно из 9999 значений. По формуле Хартли получаем: $I=Log_2N=Log_2 9999\sim 13.29$ бит.

11.3.3.3. Доверительные интервалы как аналог количества информации в аргументе о значении функции и прогнозирование достоверности прогнозирования

В статистике принято не просто что-либо утверждать, а обязательно сопровождать каждое утверждение оценкой степени его достоверности. Например, для этой цели при решении задачи прогнозирования путем экстраполяции, т.е. оценки значения функции за пределами эмпирических значений аргумента, используется так называемый «доверительный интервал». Доверительный интервал представляет собой определенный диапазон значений функции, зависящий от значения аргумента, в который истинное значение функции попадает с определенной вероятностью (обычно 0,95). Наиболее известным свойством доверительного интервала при решении задачи прогнозирования является его монотонное увеличение по мере удаления от эмпирически известных значений аргумента и функции. Используя определение информации как количественной меры степени снятия неопределенности (энтропийная мера Больцмана) можно сказать, что чем больше величина доверительного интервала, тем меньше информации в значениях аргумента о значениях функции, т.е. тем выше неопределенность значений функции.

В теории и практике когнитивных функций оценкой достоверности прогноза о значении функции является количество информации в аргументе о том, что функция примет данное значение. Это количество информации может быть наглядно изображено цветом и толщиной частично-редуцированной когнитивной функции. Существенно, что это количество информации не обязательно уменьшается при удалении от области эмпирически из-

---

[105] См., например: http://www.vsetabl.ru/056.htm

вестных значений, но может и уменьшаться и возрастать, в отличие от доверительного интервала [97]. Это означает, что АСК-анализ позволяет не только прогнозировать развитие процесса, но и позволяет прогнозировать достоверность этого прогнозирования. Это возможно также по разбросу точечных прогнозов [97].

11.3.3.4. Что представляют собой классические функции с точки зрения теории и практики когнитивных функций?

Рассмотрим с позиций теории информации, чем отличаются когнитивные функции от *абстрактных* математических функций. Формально по точному значению аргумента любой *абстрактной* математической функции возможно точно узнать ее точное значение. Но на практике это возможно лишь тогда, когда и значения аргумента, и значения функции являются целыми числами. Если же они являются иррациональными числами, то совершенно ясно, что точное их значение никогда не может быть ни вычислено на любом компьютере с ограниченной вычислительной мощностью, ни записано, ни на каких носителях с ограниченной информационной емкостью, ни передано ни по каким каналам связи с ограниченной пропускной способностью. Поэтому точное знание значения иррациональной функции означает доступ к бесконечному количеству информации. На практике же мы, конечно, всегда имеем дело с ограниченной точностью или знаем значения функции с некоторой погрешностью, т.е. оперируем конечным количеством информации в значениях аргумента о значениях функции. Но каким именно количеством информации? До разработки математического аппарата и программного инструментария когнитивных функций это вопрос как-то ребром не ставился и был в тени приоритетных направлений исследований. Ответом на это вопрос и является ***теория когнитивных функций, где каждому значению аргумента соответствует не только значение функции, но и количество информации в битах, содержащееся в этом значении аргумента о том, что ему соответствует данное значение функции***.

Конкретные численные примеры когнитивных функций приведены в разделе 4.2.

Разработаны нередуцированные, частично и полностью редуцированные прямые и обратные когнитивные функции, а также программный инструментарий для их расчета (сама система Эйдос-X++) и модуль визуализации когнитивных функций [133]. Однако в данной работе не целесообразно их рассматривать, т.к. этому посвящены многочисленные работы, ссылки на которые даны выше.

Таким образом, с точки зрения теории и практики когнитивных функций классические функции это предел, к которому стремятся полностью редуцированные когнитивные функции при неограниченном увеличении количества наблюдений, т.е. когнитивные функции, в значениях аргумента которых содержится ***бесконечное*** количество информации о значении функции (т.к. значение функции предполагается известным ***абсолютно точно***). Ясно, что вообще говоря, на практике это невозможно в реальности классическим математическим функциям ничего не соответствует, т.е. они являются чистой абстракцией наподобие математической точки, бесконечно малой величины и т.п.

11.4. Практическое решение проблемы в программном инструментарии АСК-анализа – интеллектуальной системе «Эйдос»

11.4.1. Интеллектуальная система Эйдос-X++ как инструментарий АСК-анализа, реализующий идеи системного нечеткого интервального обобщения математики

Система «Эйдос» за многие годы применения хорошо показала себя при проведении научных исследований в различных предметных областях и занятий по ряду научных дисциплин, связанных с искусственным интеллектом, представлениями знаний и управлению знаниями [234]. Однако в процессе эксплуатации системы были выявлены и некоторые недостатки, ограничивающие возможности и перспективы применения системы. Поэтому создана качественно новая версия системы (система Эйдос-X++), в которой преодолены ограничения и недостатки предыдущей версии и реализованы новые важные идеи по ее развитию и применению в качестве программного инструментария системно-когнитивного анализа (СК-анализ) [260].

Авторы считают, что система Эйдос-X++ является программным инструментарием, реализующим ряд идей системного нечеткого интервального обобщения математики.

11.4.2. Развернутый численный пример построения когнитивных функций на основе зашумленных данных в системе «Эйдос»

В системе «Эйдос» для учебных целей реализована возможность исследования зашумленных когнитивных функций. В качестве функции, на примере которой это осуществляется в настоящее время выбран затухающий свип-сигнал, т.е. гармонический сигнал с уменьшающейся амплитудой и изменяющийся частотой.

Рассмотрим последовательность действий при исследовании зашумленных когнитивных функций в системе «Эйдос» и их результаты этого исследования. Для генерации исходной выборки запустим диспетчер приложений, т.е. режим 1.3 (рисунок 4):

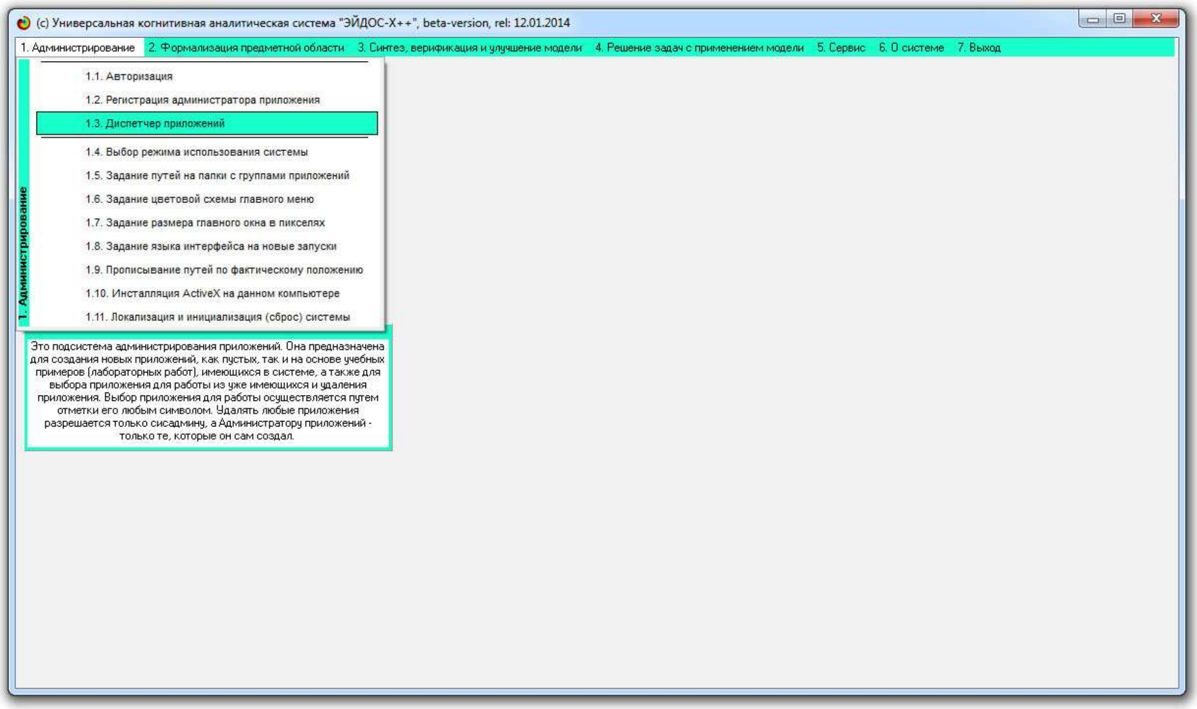


Рисунок 4. Запуск диспетчера приложений системы «Эйдос» (режим 1.3)

Появляется окно данного режима (рисунок 5):

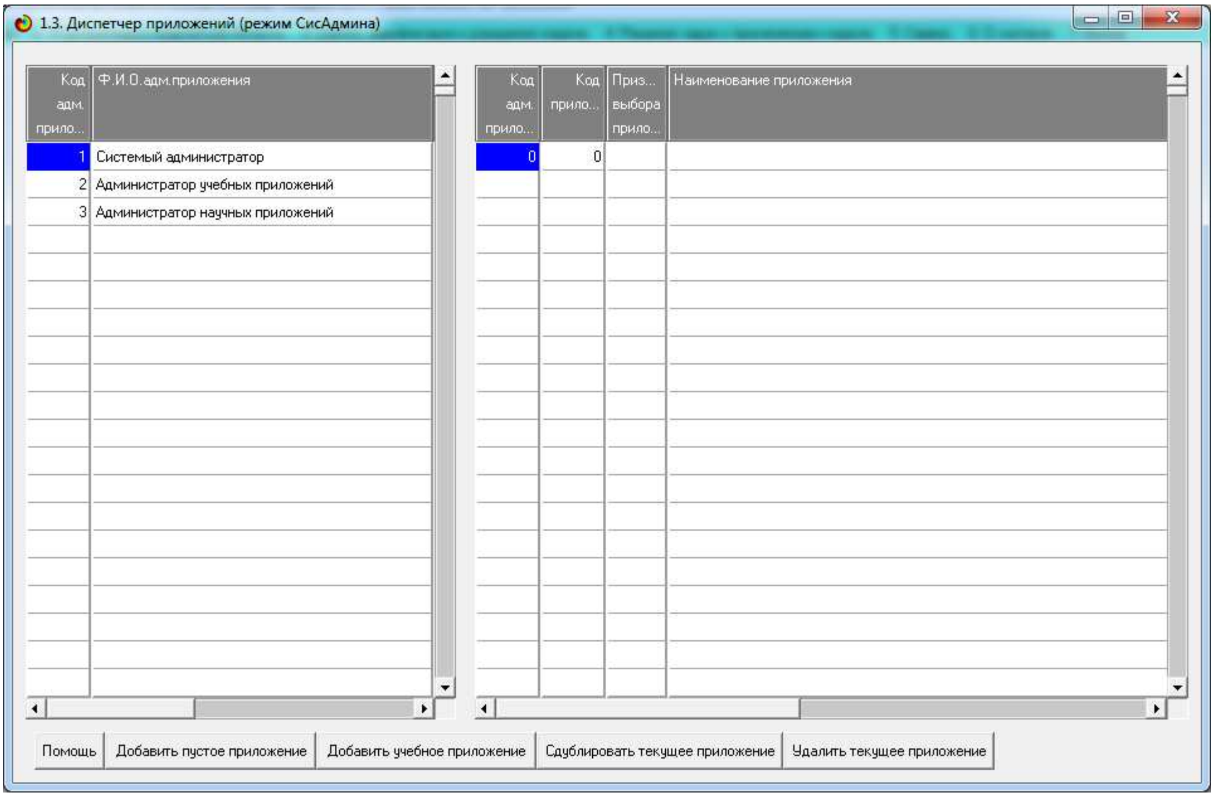


Рисунок 5. Окно диспетчера приложений системы «Эйдос» (режим 1.3)

По клику на кнопке «Добавить учебное приложение» появляется окно (рисунок 6):

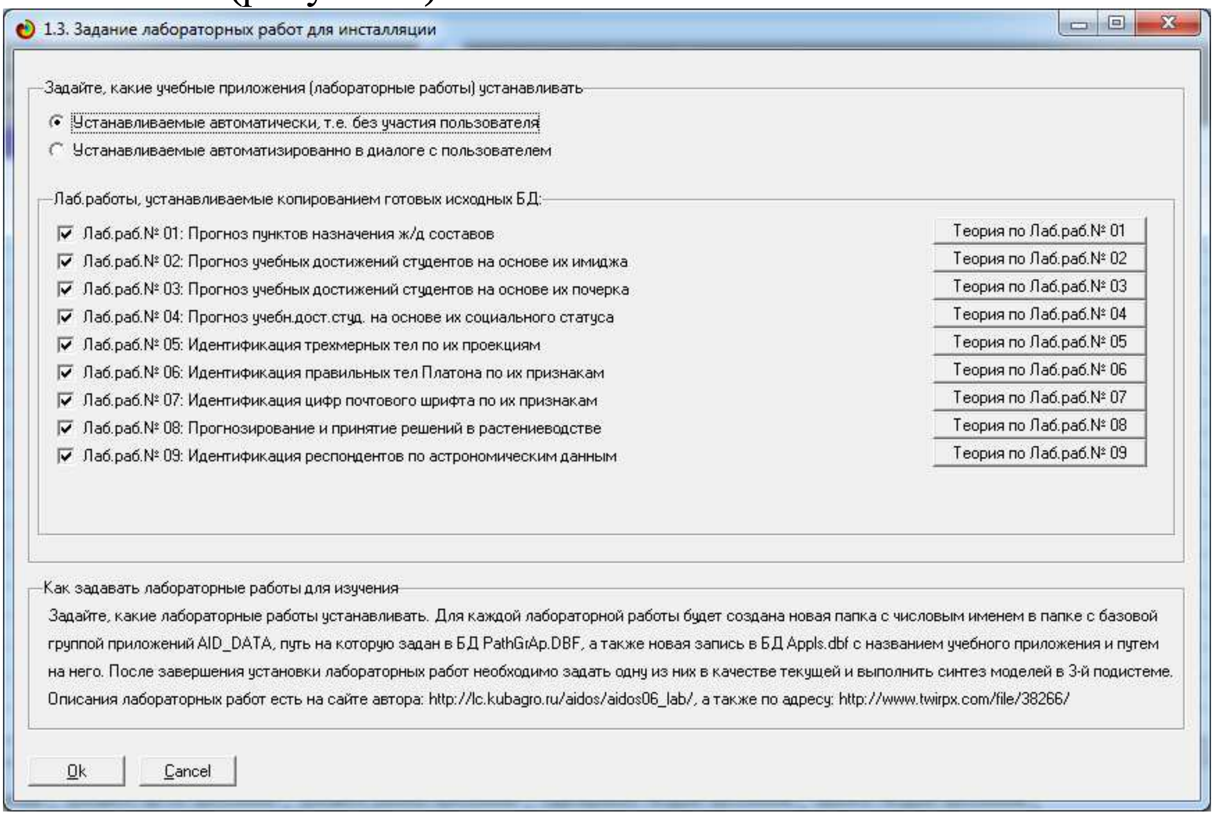


Рисунок 6. Первое окно режима выбора учебных приложений для инсталляции

Выбираем опцию: «Устанавливаемые автоматизировано в диалоге с пользователем» и получаем (рисунок 7):

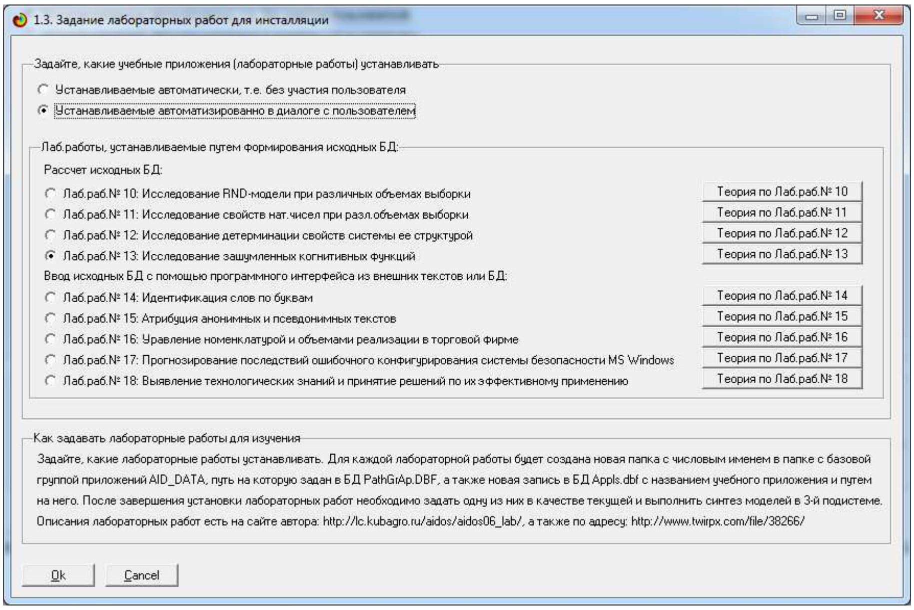


Рисунок 7. Второе окно режима выбора учебных приложений для инсталляции

Выбираем учебное приложение №13 и нажимаем «ОК». Получаем окно, представленное на рисунке 8:

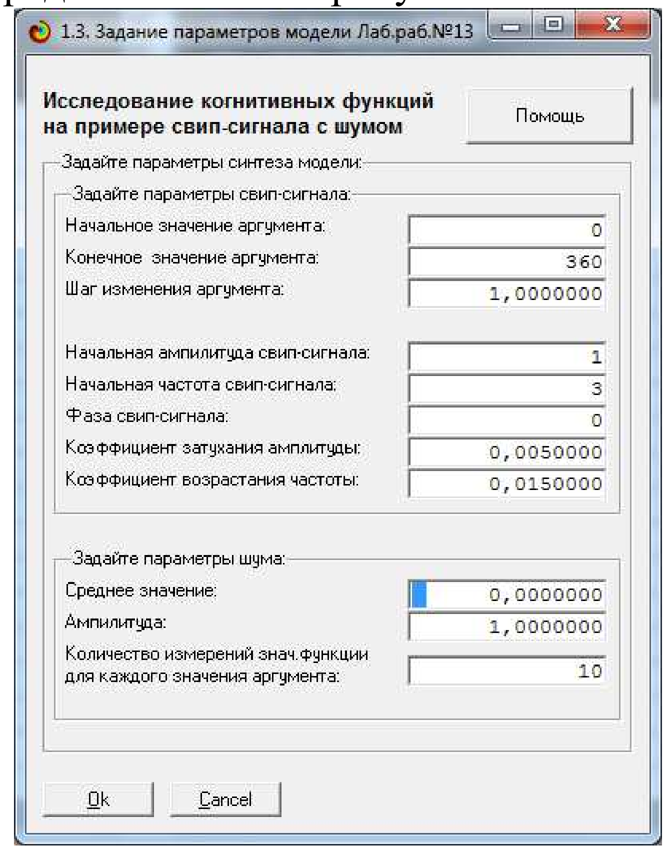


Рисунок 8. Окно задания параметров генерации зашумленного свип-сигнала для исследования зашумленных когнитивных функций

Стадия процесса генерации обучающей выборки и прогноз времени исполнения отображается на окне, представленном на рисунке 9:

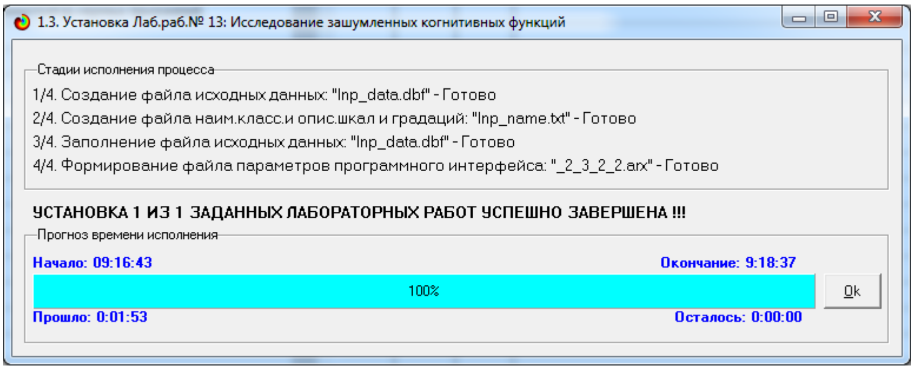


Рисунок 9. Окно отображения стадия процесса генерации обучающей выборки и прогноза времени исполнения

В результате выполнения данного режима генерируется обучающая выборка, состоящая из двух файлов: Inp_data.dbf с значениями функции для различных значений аргумента, причем для каждого значения аргумента просчитано 10 значений функций, и Inp_name.txt с наименованиями колонок файла Inp_data.dbf. Файл Inp_data.dbf представлен в таблице 7:

Таблица 7 – ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ СИНТЕЗА МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАШУМЛЕННОЙ КОГНИТИВНОЙ ФУНКЦИИ (ФРАГМЕНТ)

Наименование объекта обучающей выборки	Значения функции			Значение шума		Значение аргумента
	Равномерно зашумленное (эмпирическое)	Нормально зашумленное (эмпирическое)	Истинное (теоретическое)	Равномерное распределение	Нормальное распределение	
0	0,6507407	0,8494331	0,9986295	-0,3478888	-0,1491964	0,0000000
0	0,6423481	0,8423761	0,9986295	-0,3562814	-0,1562534	0,0000000
0	1,4927462	1,2906329	0,9986295	0,4941167	0,2920034	0,0000000
0	0,7181546	0,9006307	0,9986295	-0,2804749	-0,0979988	0,0000000
0	1,1079167	1,0137574	0,9986295	0,1092872	0,0151279	0,0000000
0	0,9321988	0,9930294	0,9986295	-0,0664308	-0,0056001	0,0000000
0	1,3841246	1,1805820	0,9986295	0,3854951	0,1819525	0,0000000
0	1,7984084	1,6942263	0,9986295	0,7997788	0,6955968	0,0000000
0	0,3177716	0,4729162	0,9986295	-0,6808579	-0,5257134	0,0000000
0	1,1989542	1,0491026	0,9986295	0,2003246	0,0504731	0,0000000
1	0,8676704	0,9706996	0,9894791	-0,1218087	-0,0187795	1,0000000
1	1,8432152	1,7656193	0,9894791	0,8537361	0,7761402	1,0000000

1	1,7012114	1,5580637	0,9894791	0,7117323	0,5685846	1,0000000
1	1,8043663	1,7074563	0,9894791	0,8148872	0,7179772	1,0000000
1	0,9903626	0,9894801	0,9894791	0,0008835	0,0000010	1,0000000
1	0,6544930	0,8508427	0,9894791	-0,3349860	-0,1386363	1,0000000
1	1,1558018	1,0243804	0,9894791	0,1663227	0,0349013	1,0000000
1	1,5639833	1,3760441	0,9894791	0,5745042	0,3865650	1,0000000
1	0,4903830	0,6919209	0,9894791	-0,4990961	-0,2975581	1,0000000
1	0,2341416	0,3587870	0,9894791	-0,7553375	-0,6306920	1,0000000
2	1,2346845	1,0601969	0,9776125	0,2570720	0,0825845	2,0000000
2	0,0278706	0,0550427	0,9776125	-0,9497419	-0,9225698	2,0000000
2	1,7419907	1,6213866	0,9776125	0,7643783	0,6437741	2,0000000
2	1,8483406	1,7794321	0,9776125	0,8707281	0,8018196	2,0000000
2	0,5440427	0,7496685	0,9776125	-0,4335697	-0,2279440	2,0000000
2	-0,0229405	-0,0232402	0,9776125	-1,0005530	-1,0008527	2,0000000
2	0,4398505	0,6355278	0,9776125	-0,5377619	-0,3420847	2,0000000
2	1,3910291	1,1857304	0,9776125	0,4134166	0,2081179	2,0000000
2	0,2706143	0,4156645	0,9776125	-0,7069982	-0,5619480	2,0000000
2	0,5239797	0,7291730	0,9776125	-0,4536328	-0,2484394	2,0000000
3	1,5783846	1,4013130	0,9630885	0,6152962	0,4382245	3,0000000
3	1,7041258	1,5732261	0,9630885	0,7410373	0,6101377	3,0000000
3	1,4467041	1,2435161	0,9630885	0,4836157	0,2804276	3,0000000
3	1,9246833	1,9038979	0,9630885	0,9615948	0,9408095	3,0000000
3	1,0482806	0,9722919	0,9630885	0,0851921	0,0092034	3,0000000
3	1,0711801	0,9778882	0,9630885	0,1080917	0,0147997	3,0000000
3	0,0678112	0,1239575	0,9630885	-0,8952772	-0,8391310	3,0000000
3	0,4612102	0,6624084	0,9630885	-0,5018783	-0,3006801	3,0000000
3	1,8572679	1,8005462	0,9630885	0,8941794	0,8374577	3,0000000
3	0,3946094	0,5839555	0,9630885	-0,5684791	-0,3791330	3,0000000

Эти данные аналогичны тем, которые мы получаем при многократных измерениях некоторой эмпирической величины. При этом все время получаются разные эмпирические значения, являющиеся суммой истинного значения и шума. Если шум обусловлен независимыми факторами, влияющими на результаты процессы измерения, то такой шум распределен нормально и называется аддитивным гауссовским шумом. В системе «Эйдос» генерируются последовательности значений функции и с гауссовским, и с равномерным шумом (рисунки 10 и 11):

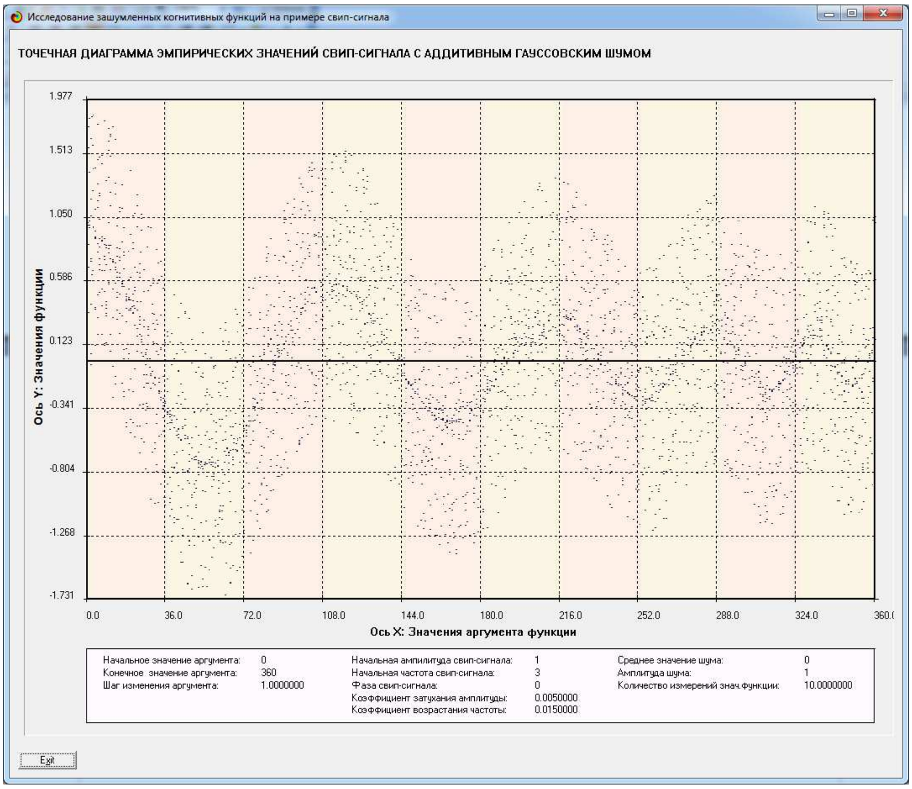


Рисунок 10. Экранная форма с графическим представлением исходных данных с гауссовским аддитивным шумом

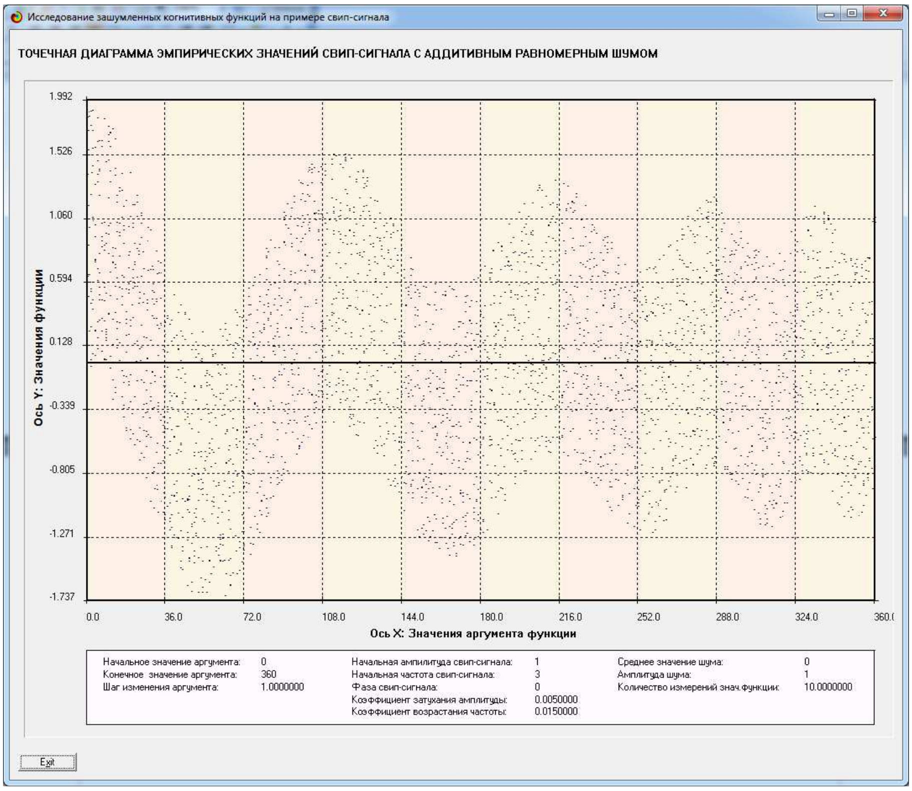


Рисунок 11. Экранная форма с графическим представлением исходных данных с равномерным аддитивным шумом

Если вид модели эмпирических данных, представленных в таблице 7 и на рисунках 10 и 11 чем-то не устраивает, то на этой стадии можно повторить процесс генерации исходных данных, т.к. никакого приложения еще не создано.

Чтобы теперь создать приложение необходимо запустить универсальный программный интерфейс импорта данных из внешних баз данных в систему «Эйдос», т.е. режим 2.3.2.2 при параметрах, созданных автоматически на предыдущем шаге (рисунок 12):

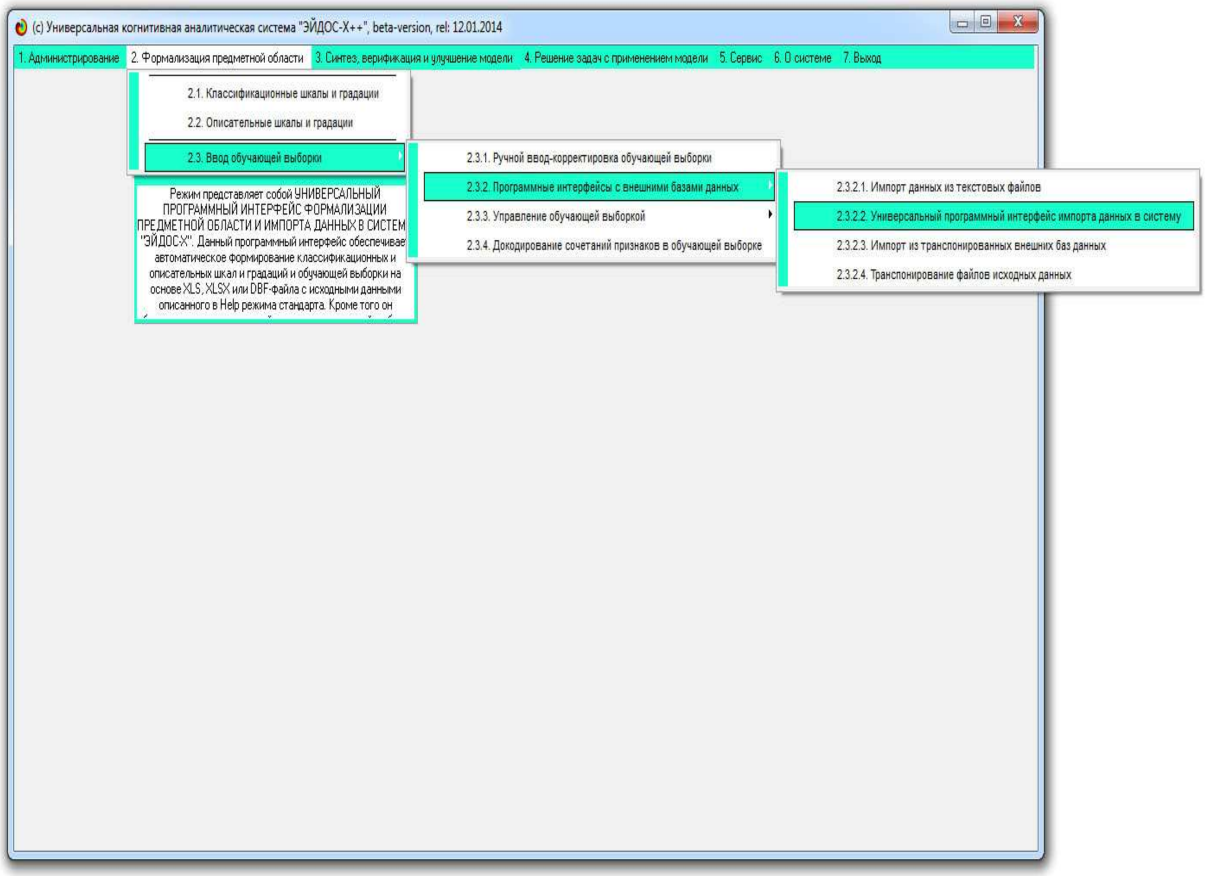


Рисунок 12. Запуск универсального программного интерфейса импорта данных из внешних баз данных в систему «Эйдос» (режим 2.3.2.2)

На рисунке 13 приведено первое окно режима 2.3.2.2:

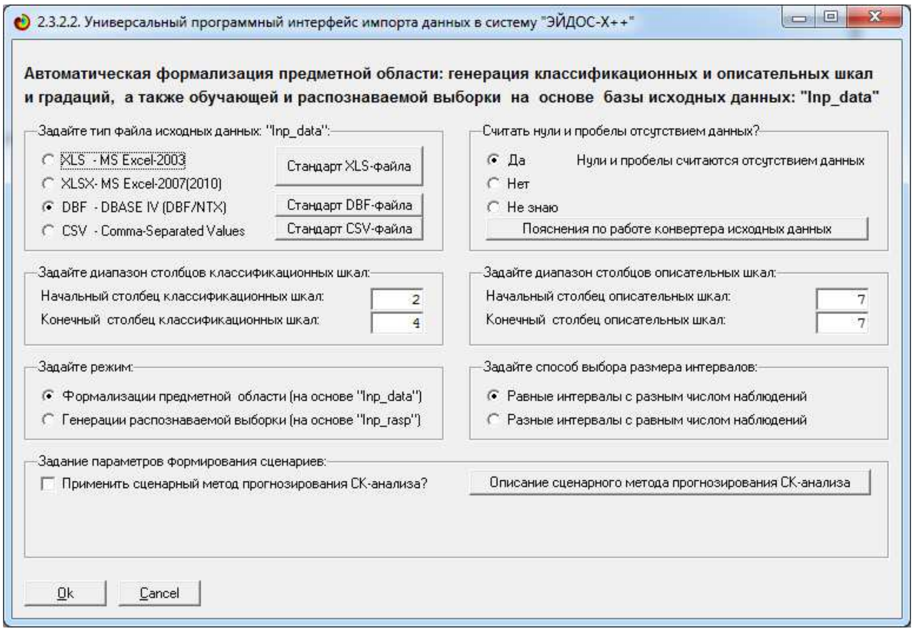


Рисунок 13. Первое окно универсального программного интерфейса импорта данных из внешних баз данных в систему «Эйдос» (режим 2.3.2.2)

Обратим внимание на то, что в системе «Эйдос» реализованы режимы выбора либо равных интервальных значений в которых будет получаться разное число наблюдений, либо адаптивных интервалов разной величины, в которых будет получаться практически равное число наблюдений. Второй вариант соответствует рекомендациям, основанным на теореме Котельникова «Об отсчетах», т.к. размер интервала при этом подходе определяется распределением плотности наблюдений по шкале аргумента. При этом подходе, чем выше кривизна функции, тем чаще будут стоять отсчеты и тем меньше будут значения числовых интервалов, что обеспечивает максимальную точность модели при минимальном суммарном числе интервалов.

На экранной форме, представленной на рисунке 13, просто кликаем «ОК», т.к. все необходимые параметры импорта данных заданы по умолчанию на предыдущем этапе. Тогда появляется второе окно данного режима, представляющее собой калькулятор для выбора числа градаций числовых классификационных и описательных шкал (рисунок 14):

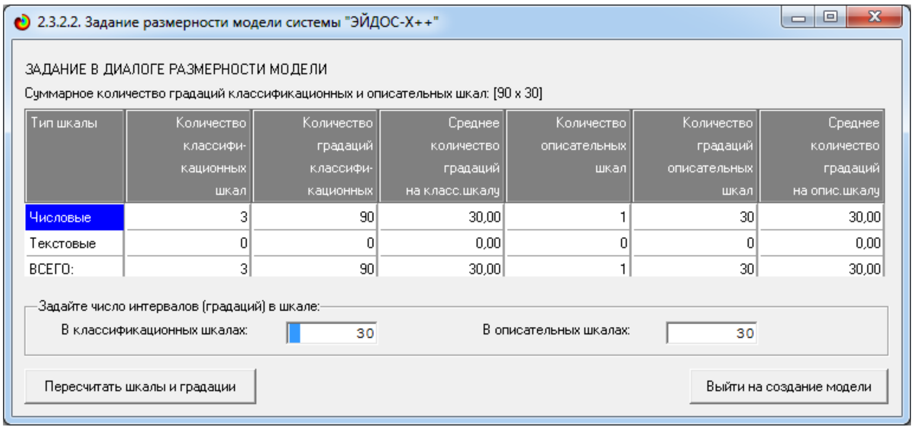


Рисунок 14. Второе окно универсального программного интерфейса импорта данных из внешних баз данных в систему «Эйдос» (режим 2.3.2.2)

Здесь мы можем задать любое число градаций как в классификационных, так и в описательных числовых шкалах (в данном случае задано 30). Обратим внимание на то, что число градаций по классификационным и описательным шкалам задается раздельно и может не совпадать. В случае перезадания числа градаций необходимо выполнить пересчет шкал и градаций, кликнув на соответствующей кнопке в данной экранной форме. Если все устраивает необходимо выйти на создание модели. Экранная форма отображения стадии процесса и прогнозирования времени исполнения представлена на рисунке 15:

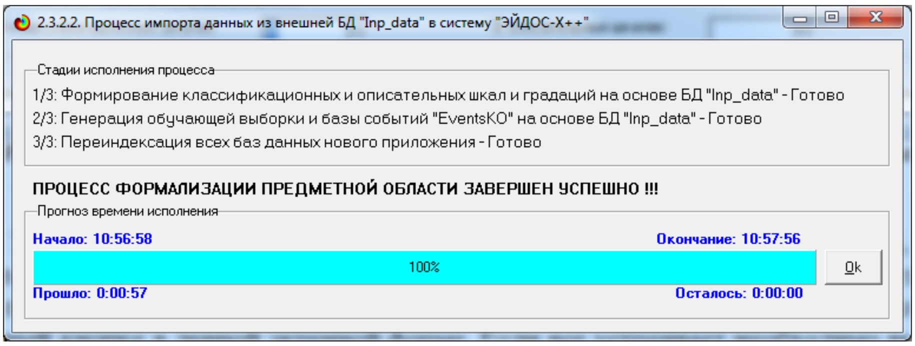


Рисунок 15. Третье окно универсального программного интерфейса импорта данных из внешних баз данных в систему «Эйдос» (режим 2.3.2.2): отображение стадии процесса и прогнозирования времени исполнения

В результате работы программного интерфейса создается новое приложение (рисунок 16), название которого может быть изменено вручную, что нами и было сделано.

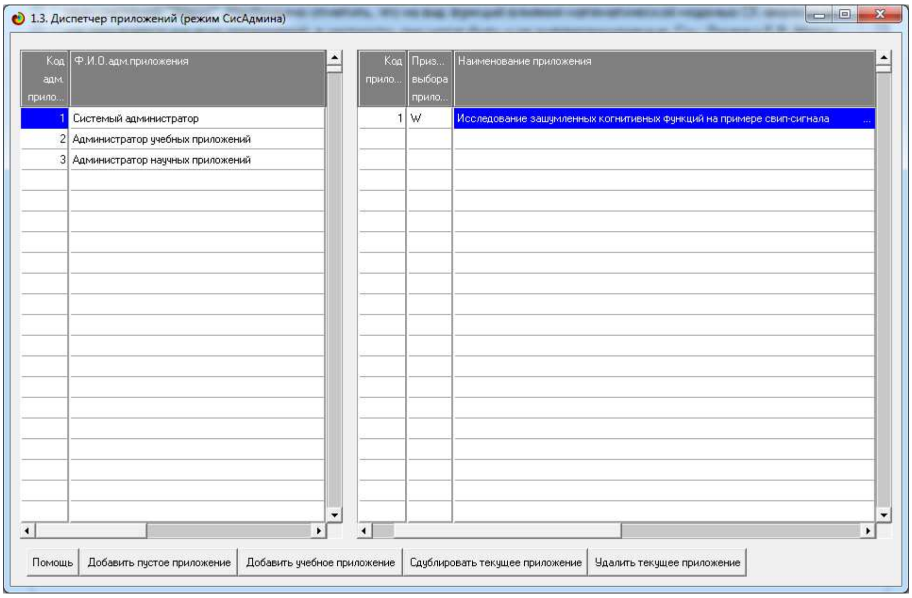


Рисунок 16. Окно диспетчера приложений с информацией о том, что новое приложение создано

Данное приложение автоматически определяется как текущее (рабочее). Универсальным программным интерфейсом созданы классификационные и описательные шкалы и градации в этом новом текущем приложении. Затем исходные данные закодированы с помощью классификационных и описательных шкал и градаций и тем самым преобразованы в обучающую выборку.

Таким образом, универсальный программный интерфейс автоматизирует выполнение этапа формализации предметной области АСК-анализа (рисунок 17). Дальнейшие процедуры преобразования, предусмотренные в АСК-анализе, осуществляются также в соответствии с диаграммой, приведенной на рисунке 17.

Кратко рассмотрим соотношение содержания понятий: «данные», «информация» и «знания» (рисунок 24). Данные – это информация, рассматриваемая безотносительно к ее смысловому содержанию, находящаяся на носителях или в каналах связи и представленная в определенной системе кодирования или на определенном языке (т.е. в формализованном виде). Информация – это *осмысленные* данные. Смысл, семантика, содержание (согласно концепции смысла Шенка-Абельсона [149]) – это знание причинно-следственных зависимостей. Знания – это информация, *полезная* для достижения целей, т.е. для управления, которая представляет собой технологию или «ноу-хау».

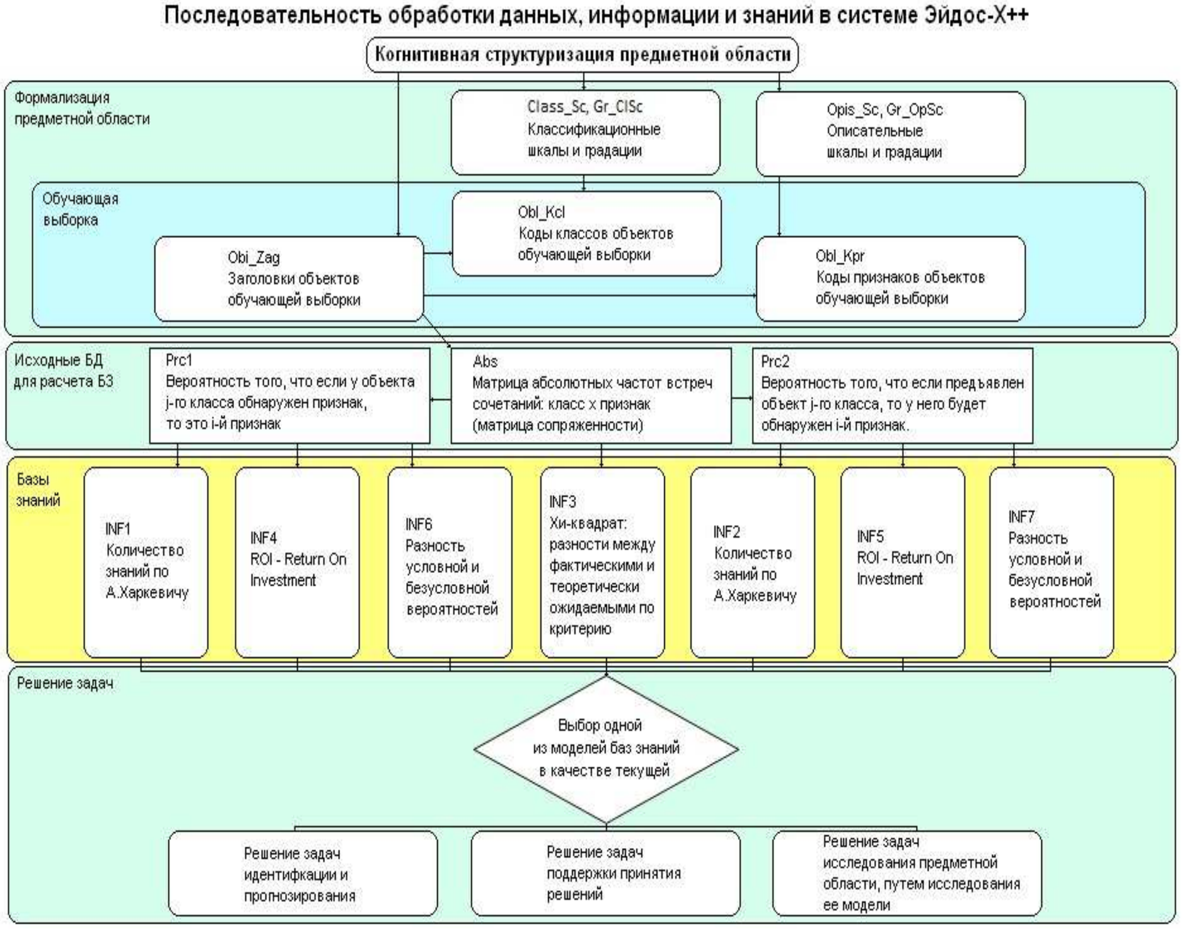


Рисунок 17. Последовательность преобразования исходных данных в информацию, а ее в знания в системе «Эйдос-Х++»

Знания могут быть представлены в различных формах, характеризующихся различной *степенью формализации*:

– вообще неформализованные знания, т.е. знания в своей собственной форме, ноу-хау (мышление без вербализации есть медитация);

– знания, формализованные на естественном вербальном языке;

– знания, формализованные в виде различных методик, схем, алгоритмов, планов, таблиц и отношений между ними;

– знания в форме технологий, организационных производственных, социально-экономических и политических структур;

– знания, формализованные в виде математических моделей и методов представления знаний в автоматизированных интеллектуальных системах (логическая, фреймовая, сетевая, продукционная, нейросетевая, нечеткая и другие).

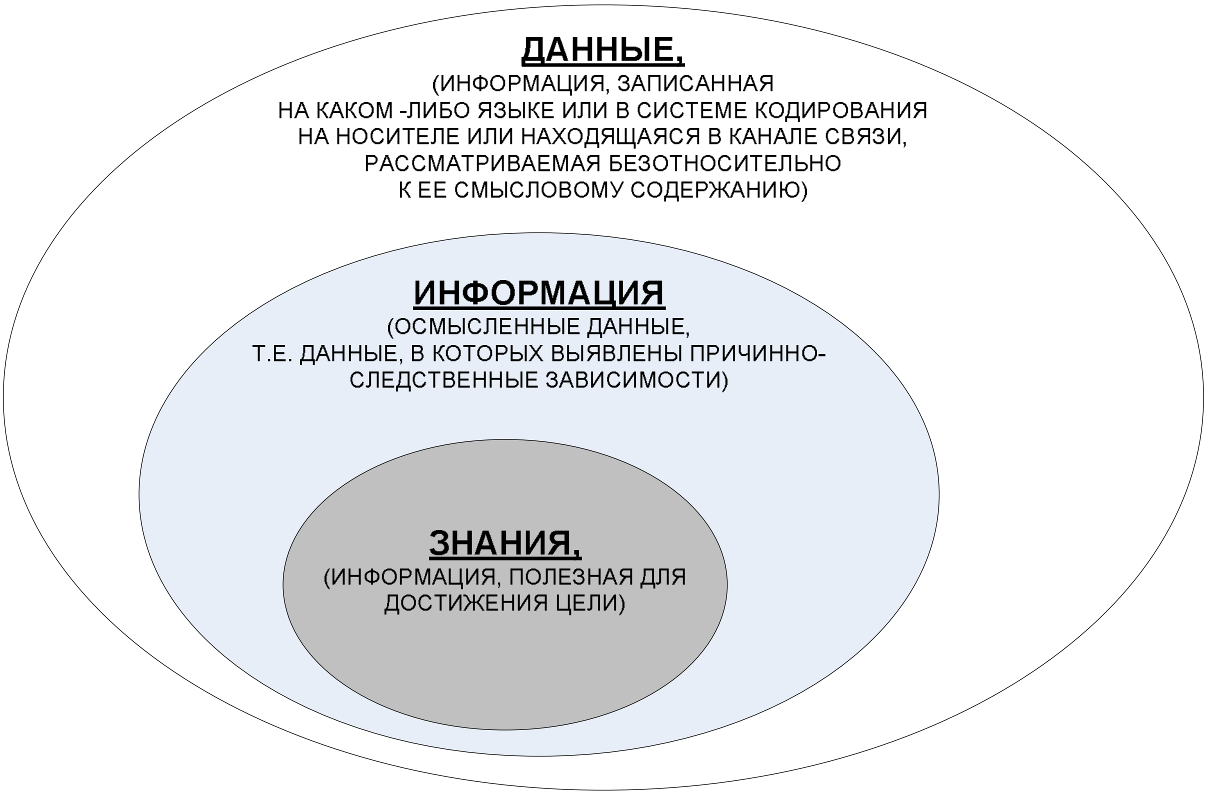


Рисунок 5. Соотношение содержания понятий: «данные», «информация», «знания»

Таким образом, для решения задачи метризации шкал в АСК-анализе необходимо осознанно и целенаправленно ***последовательно повышать степень формализации*** исходных данных до уровня, который позволяет ввести исходные данные в интеллектуальную систему, а затем:

– преобразовать исходные данные в информацию;

– преобразовать информацию в знания;

– использовать знания для решения задач прогнозирования, принятия решений и исследования предметной области.

Для этого в АСК-анализе предусмотрены следующие этапы [17]:

1. Когнитивная структуризация предметной области, при которой определяется, что мы хотим прогнозировать и на основе

чего (конструирование классификационных и описательных шкал).

2. Формализация предметной области:

– разработка градаций классификационных и описательных шкал (номинального, порядкового и числового типа);

– использование разработанных на предыдущих этапах классификационных и описательных шкал и градаций для формального описания (кодирования) исследуемой выборки.

3. Синтез и верификация (оценка степени адекватности) модели.

4. *Если модель адекватна*, то ее использование для решения задач идентификации, прогнозирования и принятия решений, а также для исследования моделируемой предметной области [97].

Для синтеза моделей в АСК-анализе в настоящее время используется 7 частных критериев знаний, а для верификации моделей и решения задачи идентификации и прогнозирования 2 интегральных критерия [97].

Итак, в результате работы универсального программного интерфейса получены классификационные и описательные шкалы и градации и обучающая выборка (рисунки 19, 20, 21):

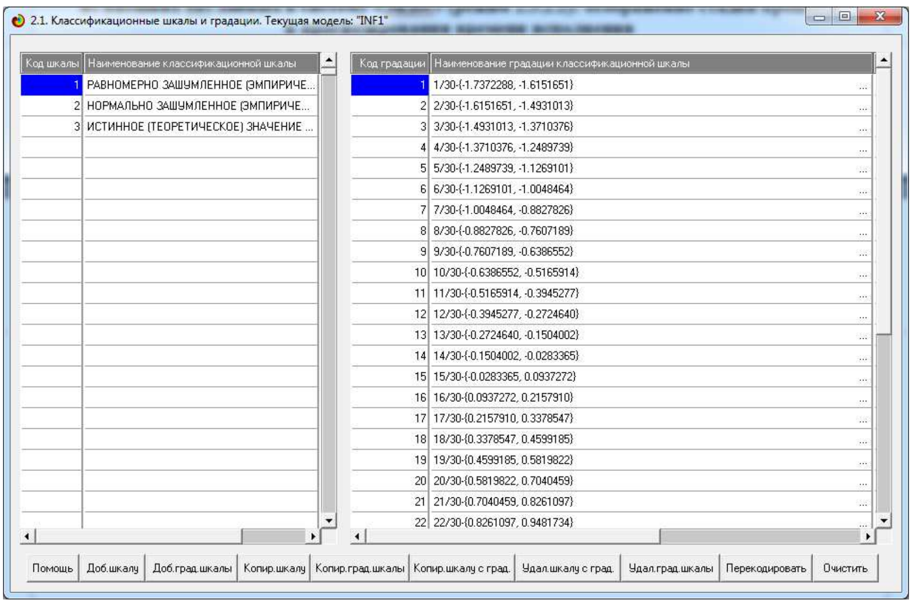


Рисунок 19. Экранная форма с классификационными шкалами и градациями

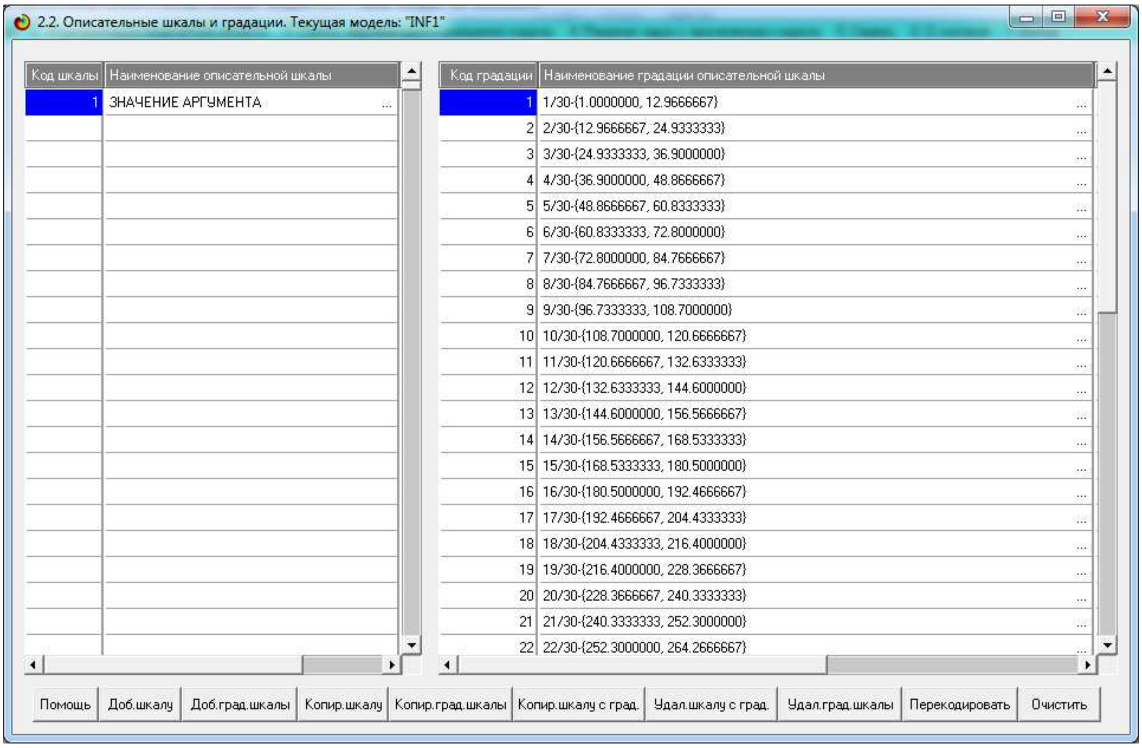


Рисунок 20. Экранная форма с описательной шкалой и градациями

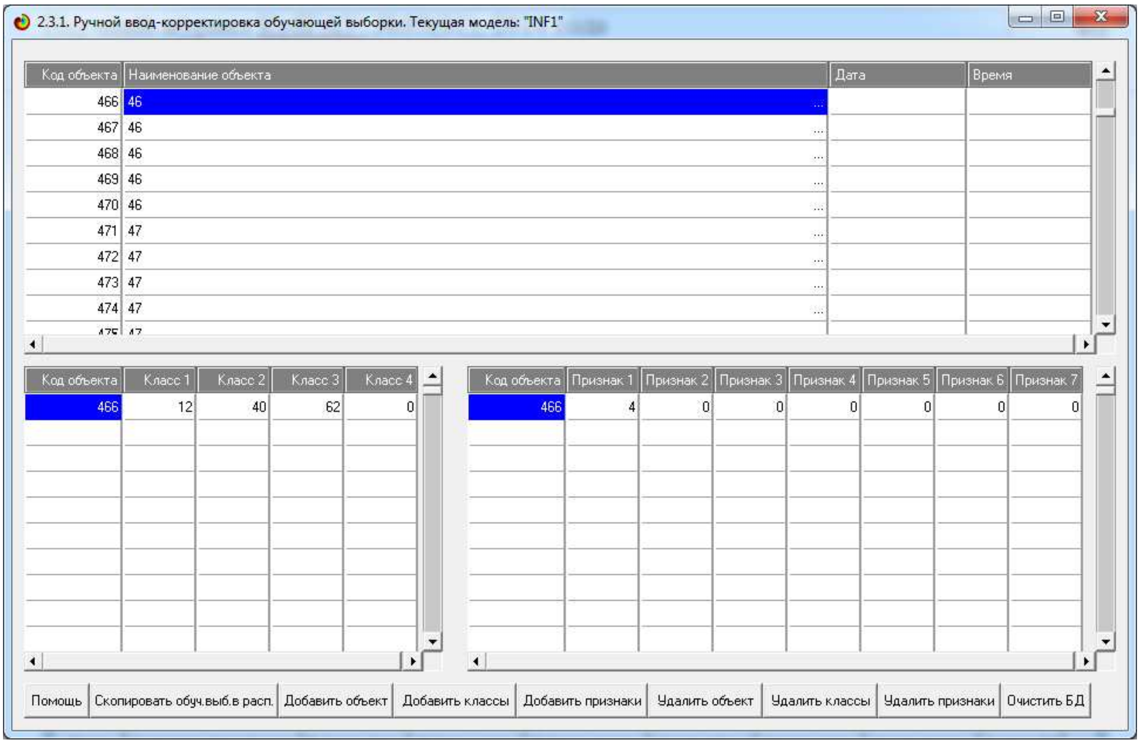


Рисунок 21. Экранная форма с обучающей выборкой

Затем запускается режим синтеза всех частных моделей 3.4 (рисунок 22):

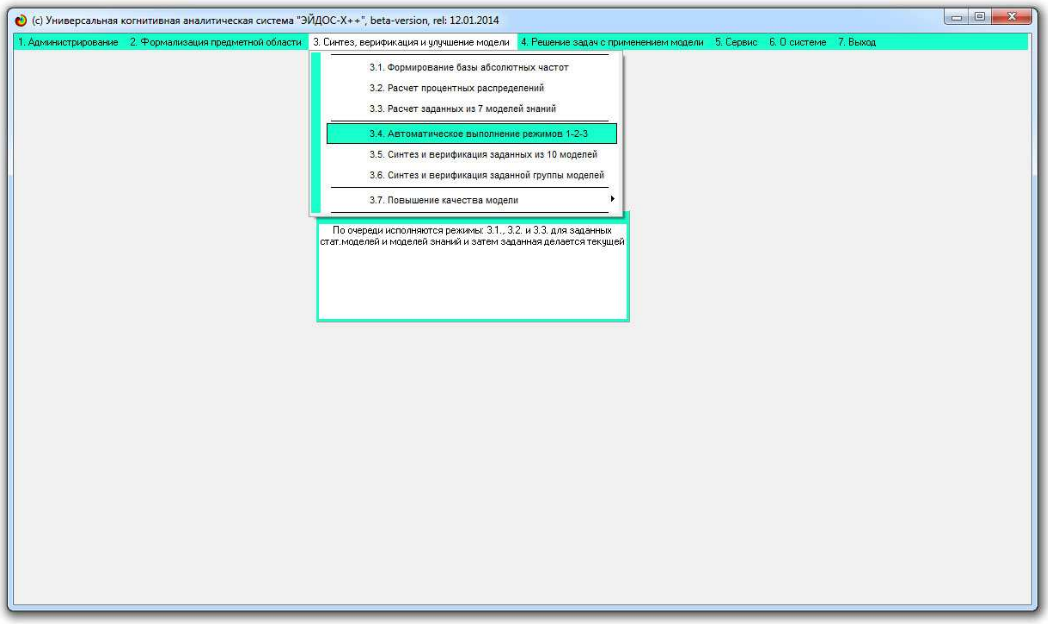


Рисунок 22. Запуск режима синтеза всех частных моделей 3.4

Затем необходимо выбрать все частные модели и кликнуть «ОК» (рисунок 23):

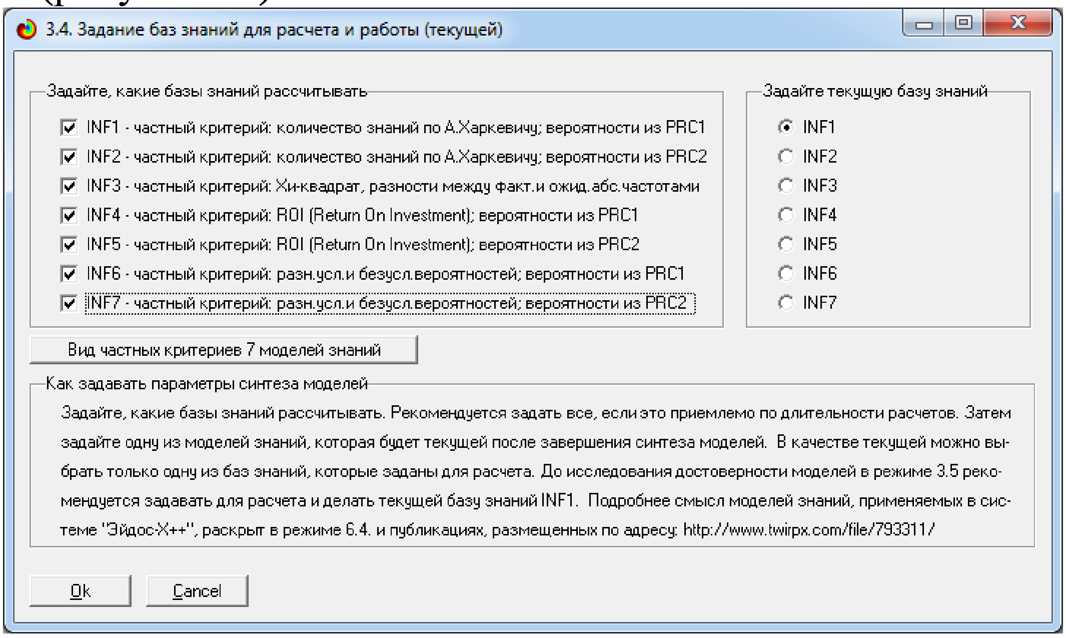


Рисунок 23. Первая экранная форма режима синтеза всех частных моделей 3.4

В результате будут созданы статистические модели и модели знаний с частными критериями, приведенными в таблице 5. На рисунке 24 приведена результирующая экранная форма режима 3.4:

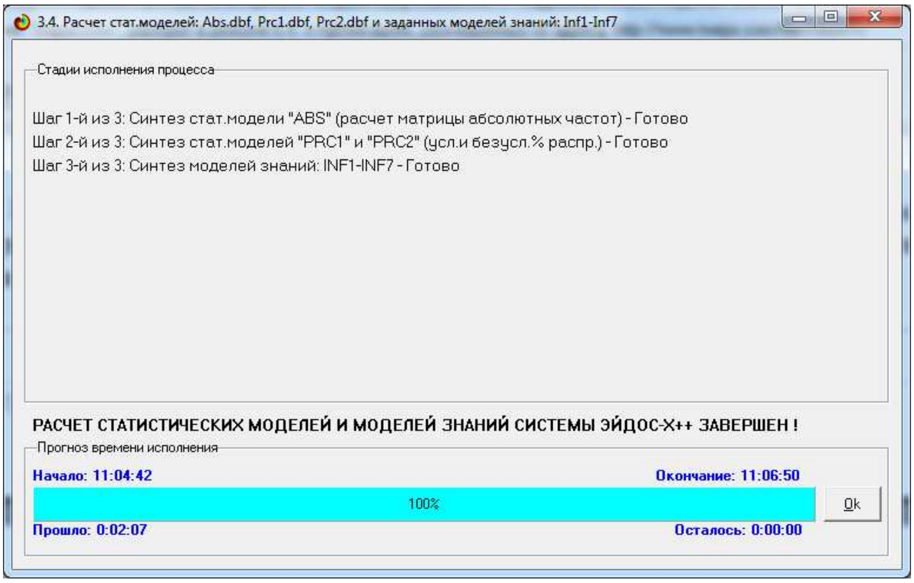


Рисунок 24. Результирующая экранная форма режима 3.4

В результате выполнения этих операций созданы базы знаний с различными частными критериями, представленными в таблице 5. Подматрицы этих баз знаний могут быть представлены в наглядной графической форме в виде когнитивных функций. Для получения этих когнитивных функций необходимо вызвать режим 4.5 (рисунок 25):

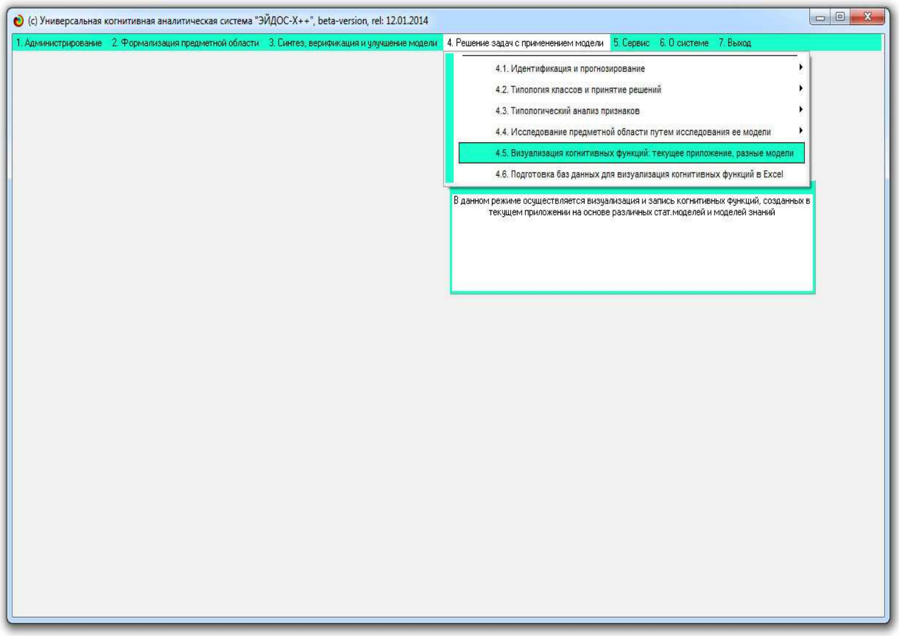


Рисунок 25. Запуск режима визуализации когнитивных функций

На рисунке 26 приведена первая экранная форма режима визуализации когнитивных функций:

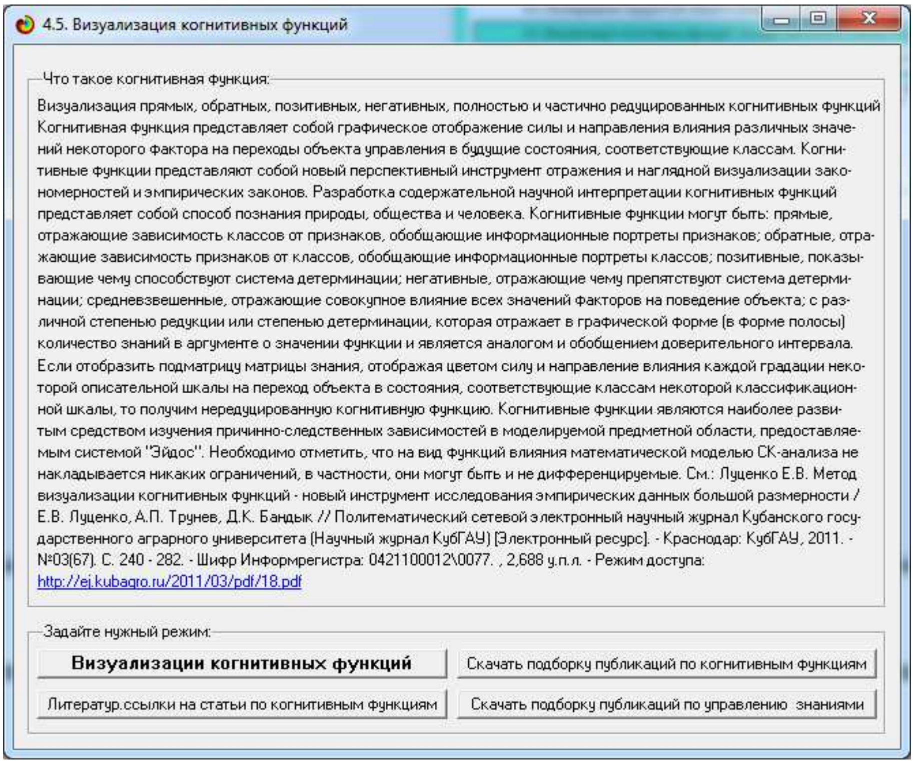


Рисунок 26. Первая экранная форма режима визуализации когнитивных функций:

Для запуска модуля визуализации когнитивных функций [40] кликаем по соответствующей кнопке и выходим на главное окно модуля визуализации (рисунок 27):

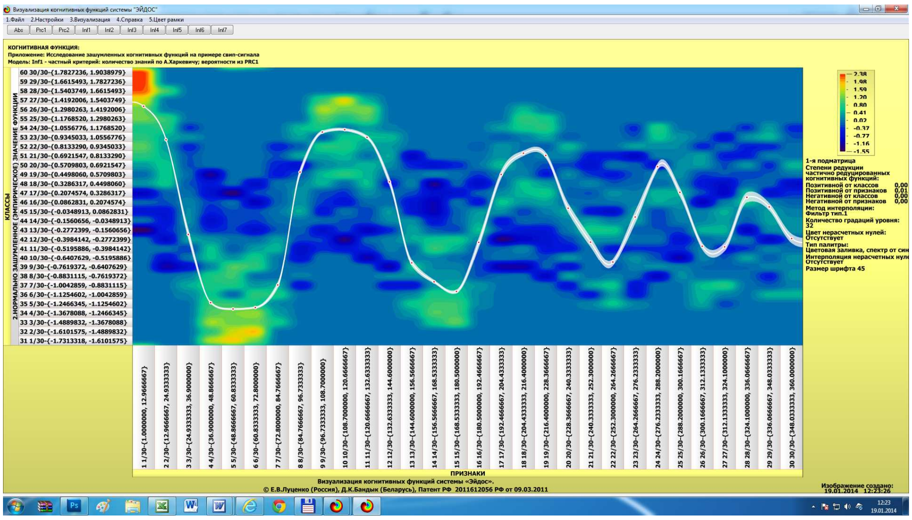


Рисунок 27. Главное окно модуля визуализации когнитивных функций

Ниже, на рисунке 28 приведены когнитивные функции, полученные с помощью данного модуля визуализации подматриц баз знаний модели INF1 на основе частного критерия знаний А.Харкевича, а на рисунке 29 – на основе модели INF3 (хи-квадрат):

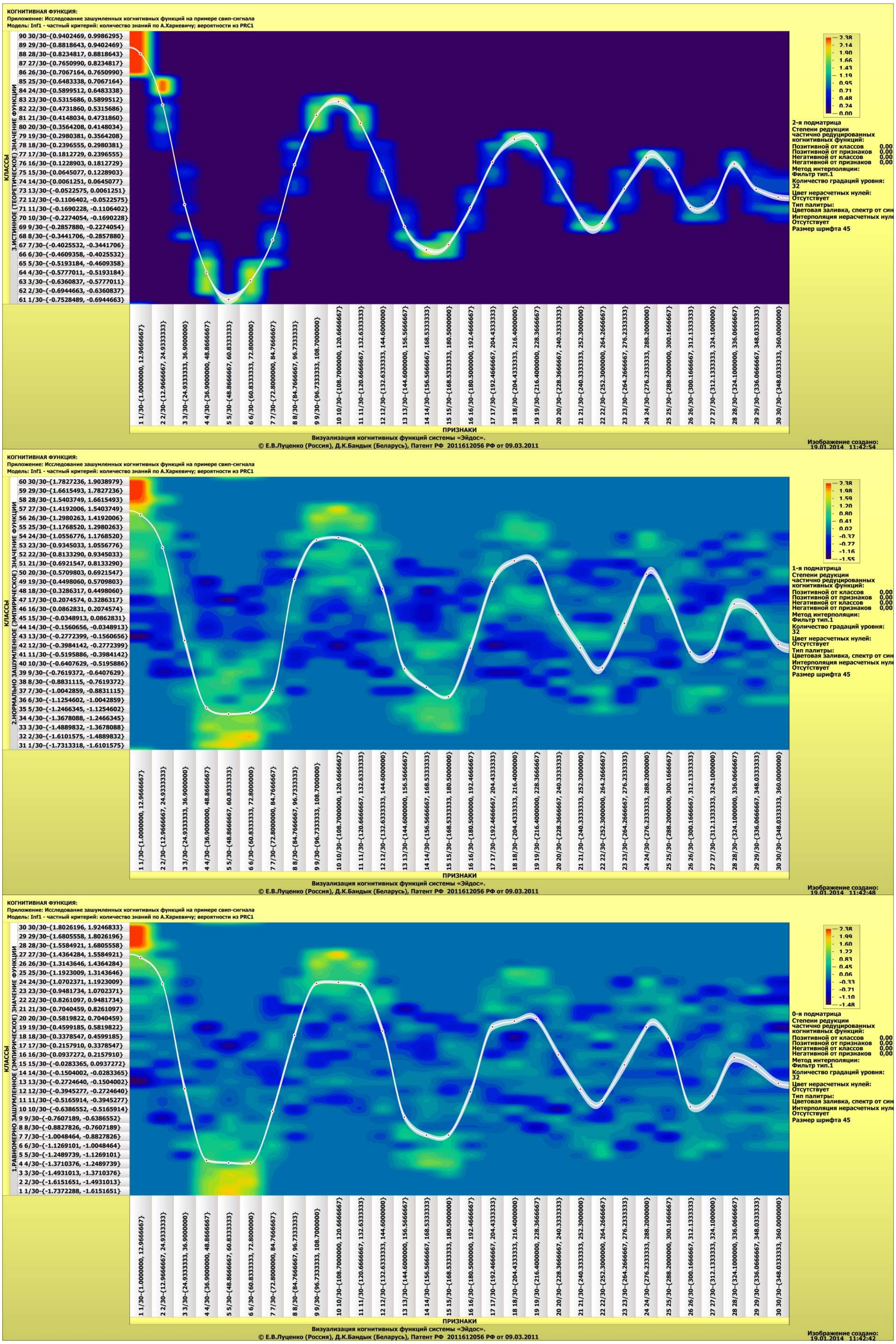


Рисунок 28. Когнитивные функции, полученные на основе частного критерия А.Харкевича

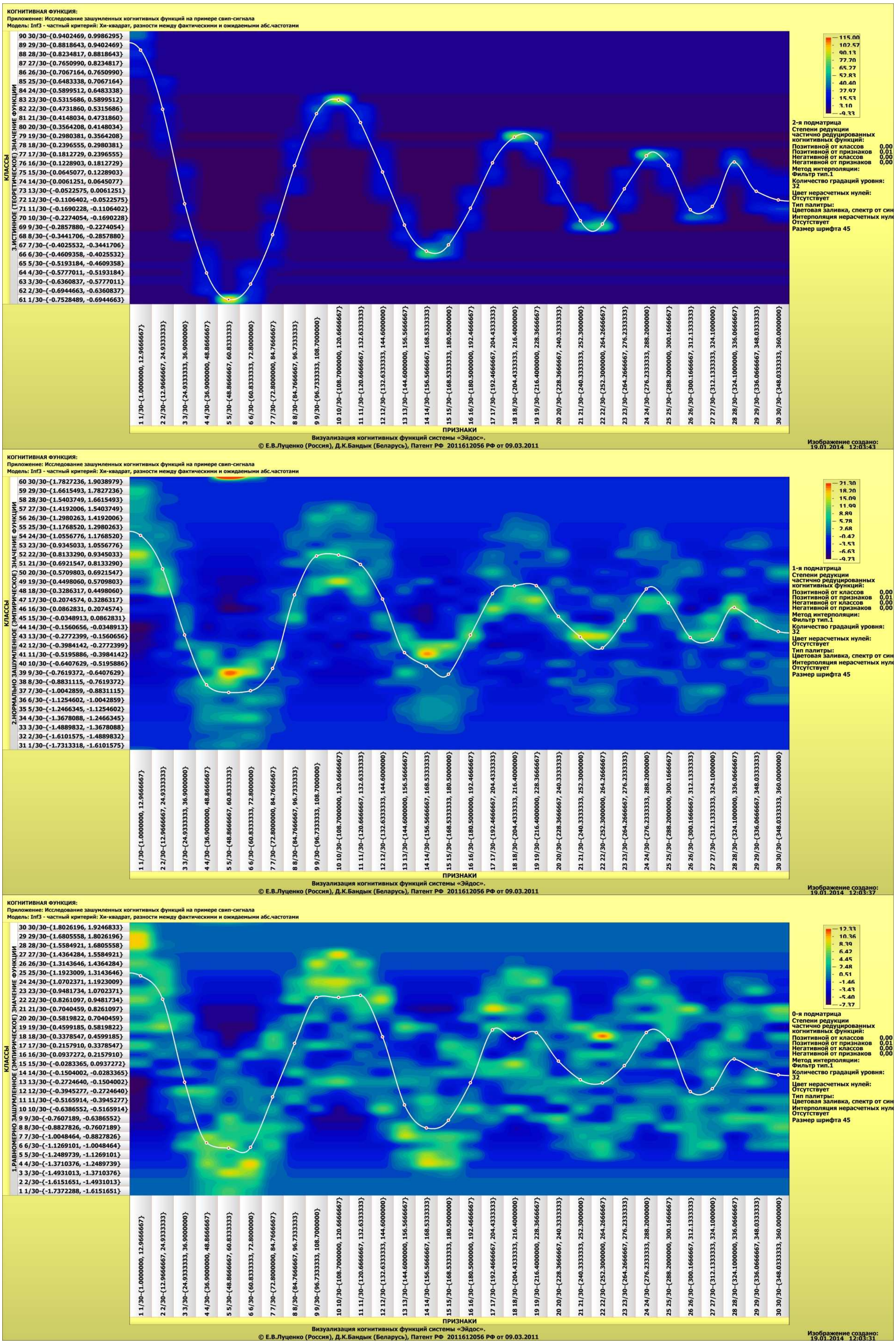


Рисунок 29. Когнитивные функции, полученные на основе частного критерия хи-квадрат

Из сравнения вида когнитивных функций, приведенных на рисунках 28 и 29 можно сделать выводы о том, что они вполне позволяют выявлять зависимости в зашумленных эмпирических данных.

11.5. Выводы

Кратко рассматриваются классическое понятие функциональной зависимости в математике, определяются ограничения применимости этого понятия для адекватного моделирования реальности и формулируется проблема, состоящая в поиске такого обобщения понятия функции, которое было бы более пригодно для адекватного отражения причинно-следственных связей в реальной области. Далее рассматривается теоретическое и практическое решения поставленной проблемы, состоящие в том, что

а) предлагается универсальный не зависящий от предметной области способ вычисления количества информации в значении аргумента о значении функции, т.е. когнитивные функции;

б) предлагается программный инструментарий: интеллектуальная система «Эйдос», позволяющая на практике осуществлять эти расчеты, т.е. строить когнитивные функции на основе фрагментированных зашумленных эмпирических данных большой размерности.

Предлагаются понятия нередуцированных, частично и полностью редуцированных прямых и обратных, позитивных и негативных когнитивных функций и метод формирования редуцированных когнитивных функций, являющийся обобщением известного взвешенного метода наименьших квадратов на основе учета в качсетве весов наблюдений количества информации в значениях аргумента о значениях функции.

Таким образом, предлагается теория (АСК-анализ), и реализующий ее программный инструментарий (система «Эйдос») для когнитивного функционального анализа. Эта технология была успешно применена при проведении ряда научных исследований [97-286] и может применяться как в научных исследованиях, так и при проведении лекционных и лабораторных занятий по дисциплинам: «Управление знаниями», «Интеллектуальные системы», «Представление знаний в интеллектуальных системах», «Функционально-стоимостной анализ при управлении персоналом» и других.

В качестве перспективы хотелось бы отметить возможность обобщения понятия когнитивных функций на многомерный случай с возможностью 3D-визуализации, а также визуализации в динамике. Эти идеи развивались в работаъ по системному обобщению математики.

ГЛАВА 12. ПОВЫШЕНИЕ СТЕПЕНИ ФОРМАЛИЗАЦИИ ВЗВЕШЕННОГО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПУТЕМ ВЫБОРА В КАЧЕСТВЕ ВЕСОВ НАБЛЮДЕНИЙ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ В НИХ О ЗНАЧЕНИЯХ ФУНКЦИИ И АВТОМАТИЗАЦИИ ИХ РАСЧЕТА ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ АСК-АНАЛИЗА

Использование взвешенного метода наименьших квадратов (МНК) позволяет исследователю ***вручную*** регулировать вклад тех или иных данных в результаты построения моделей. Это необходимо в тех случаях, когда известно, что на зависимую переменную оказывали влияние какие-либо факторы кроме аргумента, заведомо не включенные в модель. В такой ситуации нужно попытаться исключить влияние неучтенных факторов заданием весов наблюдений. Обычно в статистических пакетах набор весов это числа от 0 до 100. По умолчанию все данные учитываются с единичными весами. Задание наблюдениям веса меньше 1 снижает их вклад в модель, а больше единицы увеличивает этот вклад. *Ключевым моментом при применении взвешенного МНК является способ выбора и задания весов наблюдений*. Считается[106], что разумным вариантом является выбор весов пропорционально ошибкам не взвешенной регрессии.

Подбор этих весов наблюдений вручную может являться сложной и практически неразрешимой задачей, как из-за сложной структуры данных (например, непостоянства дисперсии и среднего ошибок наблюдений), так и из-за возможной очень большой размерности данных. Таким образом, ***возникает задача <u>автоматического</u> определения весов наблюдений*** *и разработка алгоритмов и программного инструментария, обеспечивающего автоматизацию определения и взвешивания весов наблюдений в МНК*.

---

[106] Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. *Математические методы в экономике: Учебник* /Московский государственный университет. - М.: ДИС, 1997. - 368 с. Носач В.В. Решение задач аппроксимации с помощью персональных компьютеров / М.: Микап, 1994. - 382 с.

Предлагается новое, ранее не встречавшееся в специальной литературе, решение этой задачи и соответствующее обобщение метода наименьших квадратов (МНК), в котором ***точки (наблюдения) имеют вес***, *равный количеству информации в значении аргумента о значении функции*. Ясно, что по сути, ***речь идет о применении когнитивных функций в взвешенном МНК***.

Для этого предлагается два варианта.

<u>11.1. Вариант 1-й:</u> применение когнитивных функций в взвешенном МНК

Можно рассматривать точки когнитивных функций как «мультиточки», состоящие из определенного количества «элементарных точек», соответствующего их весу. При этом вес элементарной точки может быть принят равным единице младшего разряда.

В таблице 8 приведен фрагмент матрицы информативностей модели INF1 – мера А.Харкевича (см. таблицу 5, глава 9).

Таблица 5 – МАТРИЦА ИНФОРМАТИВНОСТИ МОДЕЛЬ INF1 – МЕРА А.ХАРКЕИВЧА В БИТАХ (ФРАГМЕНТ)

Код	Наименование	Классы					
		1	2	3	4	5	6
1	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-1/30-{1.0000000, 12.9666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-2/30-{12.9666667, 24.9333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-3/30-{24.9333333, 36.9000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,562	0,533
4	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-4/30-{36.9000000, 48.8666667}	1,408	1,408	1,199	1,165	0,892	0,708
5	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-5/30-{48.8666667, 60.8333333}	1,893	1,610	1,683	0,754	0,563	0,849
6	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-6/30-{60.8333333, 72.8000000}	1,408	1,765	1,527	1,366	0,691	0,142
7	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-7/30-{72.8000000, 84.7666667}	0,000	0,000	0,074	0,114	0,407	0,626
8	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-8/30-{84.7666667, 96.7333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-9/30-{96.7333333, 108.7000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-10/30-{108.7000000, 120.6666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-11/30-{120.6666667, 132.6333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-12/30-{132.6333333, 144.6000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-13/30-{144.6000000, 156.5666667}	0,000	0,000	0,000	0,397	0,563	-0,343
14	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-14/30-{156.5666667, 168.5333333}	0,000	0,000	0,074	1,305	1,048	0,298
15	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-15/30-{168.5333333, 180.5000000}	0,000	0,000	0,558	1,165	0,799	0,626
16	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-16/30-{180.5000000, 192.4666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,407	-0,343
17	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-17/30-{192.4666667, 204.4333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-18/30-{204.4333333, 216.4000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-19/30-{216.4000000, 228.3666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-20/30-{228.3666667, 240.3333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,060
21	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-21/30-{240.3333333, 252.3000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,077	0,298
22	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-22/30-{252.3000000, 264.2666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,691	0,626
23	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-23/30-{264.2666667, 276.2333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,077	-0,827
24	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-24/30-{276.2333333, 288.2000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-25/30-{288.2000000, 300.1666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-26/30-{300.1666667, 312.1333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,563	0,425
27	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-27/30-{312.1333333, 324.1000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,077	0,626
28	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-28/30-{324.1000000, 336.0666667}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
29	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-29/30-{336.0666667, 348.0333333}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,298
30	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-30/30-{348.0333333, 360.0000000}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,425

Чтобы применить предлагаемый подход, умножим в таблице 8 все значения на 1000 и оставим только целую часть, тогда получим таблицу 9.

Таблица 6 – МАТРИЦА ИНФОРМАТИВНОСТИ МОДЕЛЬ INF1 – МЕРА А.ХАРКЕИВЧА В МИЛЛИБИТАХ (ФРАГМЕНТ)

Код	Наименование	Классы						
		1	2	3	4	5	6	7
1	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-1/30-{1.0000000, 12.9666667}							
2	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-2/30-{12.9666667, 24.9333333}							
3	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-3/30-{24.9333333, 36.9000000}					-562	533	105
4	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-4/30-{36.9000000, 48.8666667}	1408	1408	1199	1165	892	708	717
5	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-5/30-{48.8666667, 60.8333333}	1893	1610	1683	754	563	849	434
6	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-6/30-{60.8333333, 72.8000000}	1408	1765	1527	1366	691	142	434
7	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-7/30-{72.8000000, 84.7666667}			74	114	407	626	341
8	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-8/30-{84.7666667, 96.7333333}							-535
9	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-9/30-{96.7333333, 108.7000000}							
10	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-10/30-{108.7000000, 120.6666667}							
11	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-11/30-{120.6666667, 132.6333333}							
12	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-12/30-{132.6333333, 144.6000000}							-252
13	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-13/30-{144.6000000, 156.5666667}				397	563	-343	773
14	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-14/30-{156.5666667, 168.5333333}			74	1305	1048	298	516
15	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-15/30-{168.5333333, 180.5000000}			558	1165	799	626	590
16	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-16/30-{180.5000000, 192.4666667}					407	-343	341
17	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-17/30-{192.4666667, 204.4333333}							
18	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-18/30-{204.4333333, 216.4000000}							
19	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-19/30-{216.4000000, 228.3666667}							
20	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-20/30-{228.3666667, 240.3333333}						-60	-252
21	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-21/30-{240.3333333, 252.3000000}					-77	298	341
22	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-22/30-{252.3000000, 264.2666667}					691	626	233
23	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-23/30-{264.2666667, 276.2333333}					-77	-827	105
24	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-24/30-{276.2333333, 288.2000000}							
25	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-25/30-{288.2000000, 300.1666667}							-1020
26	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-26/30-{300.1666667, 312.1333333}					563	425	341
27	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-27/30-{312.1333333, 324.1000000}					-77	626	233
28	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-28/30-{324.1000000, 336.0666667}							
29	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-29/30-{336.0666667, 348.0333333}						298	-51
30	ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА-30/30-{348.0333333, 360.0000000}						425	233

В таблице 9 рассматриваем *отдельно* только положительные числа или только отрицательные. Рассмотрим фрагмент таблицы 9, выделенный светло-желтым фоном:

– аргументу 14 соответствует 74 точки 3 класса, и 1305 точек 4-го класса;

– аргументу 15 соответствует 558 точек 3 класса, и 1165 точек 4-го класса.

После этого преобразования можно применять стандартный МНК.

<u>11.2. Вариант 2-й:</u> средневзвешенные значения функции в взвешенном МНК

Перед применением стандартного МНК для каждого значения аргумента предварительно рассчитывается средневзвешенное значение функции из всех ее значений с их весами.

Для двух точек выбор координаты средневзвешенной точки соответствует «правилу рычага», т.е. ее положение выбирается таким, чтобы рычаг, образованный двумя точками с координатами Y_1 и Y_2 и весами I_1 и I_2, находился в равновесии, если его опора будет в средневзвешенной точке с координатой Y:

$$(Y_1 - Y_2)I_2 = (Y - Y_1)I_1$$

Откуда находим Y. При двух точках, соответствующих одному значению аргумента, координата Y средневзвешенной точки, имеет вид:

$$Y = \frac{Y_1 I_1 + Y_2 I_2}{I_1 + I_2}.$$

Если же таких точек N, то предыдущее выражение принимает вид:

$$Y = \frac{\sum_{j=1}^{N} Y_j I_j}{\sum_{j=1}^{N} I_j}.$$

В результате средневзвешенная точка находится тем ближе к некоторой точке, чем больше абсолютное и относительное количество информации в значении аргумента о том, что функция примет значение, соответствующее этой точке.

После этого преобразования можно применять стандартный МНК.

В модуле визуализации когнитивных функций [133] этот метод реализован программно для отображения частично и полностью редуцированных когнитивных функций. Математическому описанию этого метода планируются посвятить одну из будущих статей авторов.

Отметим, что кроме количества информации в значении аргумента о значении функции в качестве весов могут быть использованы и другие частные критерии из таблицы 5 главы 9.

ГЛАВА 13. МЕТОД КОГНИТИВНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ИЛИ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ ЗНАНИЙ (Кластеризация в системно-когнитивном анализе и интеллектуальной системе «Эйдос»)

«Мышление – это обобщение, абстрагирование, сравнение, и классификация»
Патанджали[107], II в. до н. э.

“Истинное знание – это знание причин”
Френсис Бэкон (1561–1626 гг.)

Кластерный анализ[108] (англ. *Data clustering*) – это задача разбиения заданной выборки *объектов* (ситуаций) на подмножества, называемые кластерами, так, чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно отличались. Кластерный анализ очень широко применяется как в науке, так и в различных направлениях практической деятельности. Значение кластерного анализа невозможно переоценить, оно широко известно[109] и нет необходимости его специально обосновывать.

Существует *большое количество* различных методов кластерного анализа, хорошо описанных в многочисленной специальной литературе[110] и прекрасных обзорных статьях[111]. Поэтому в данной работе мы не ставим перед собой задачу дать еще одно подобное описание, а обратим основное внимание на **проблемы**,

---

[107] http://ru.wikipedia.org/wiki/Патанджали
[108] http://ru.wikipedia.org/wiki/Кластерный%20анализ
[109] http://yandex.ru/yandsearch?text=кластерный%20анализ
[110] Мандель И.Д. Кластерный анализ. - М.: Финансы и статистика. 1988. – 176с.
[111] Леонов В.П. Краткий обзор методов кластерного анализа. Сайт:
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_2.htm
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_3.htm
Леонов В.П. Литература и сайты по кластерному анализу. Сайт:
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_4.htm
Сайт Института Космических Исследований РАН:
http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general
Сайт Internet-сообщества закупщиков: http://zakup.vl.ru/132-metodi_klastern.html

существующие в кластерном анализе и вариант их решения, предлагаемый в автоматизированном системно-когнитивном анализе (АСК-анализ). Эти проблемы, *в основном*, хорошо известны специалистам, и поэтому наш краткий обзор будет практически полностью основан на уже упомянутых работах. Необходимо специально отметить, что специалисты небезуспешно работают над решением этих проблем, предлагая все новые и новые варианты, которые и являются различными вариантами кластерного анализа. Мы в данной работе также предложим еще один ранее не описанный в специальной литературе (т.е. новый, авторский) теоретически обоснованный и программно-реализованный вариант решения некоторых из этих проблем, а также проиллюстрируем его на простом численном примере.

Почему же разработано так много различных методов кластерного анализа, почему это было необходимо? Кажутся почти очевидными мысли о том, что различные методы кластерного анализа дают результаты *различного качества*, т.е. одни методы *в определенном смысле* «лучше», а другие «хуже», и это действительно так[112], и, следовательно, по-видимому, *должен* существовать только один-единственный метод кластеризации, *всегда* (т.е. на любых данных) дающий «правильные» результаты, тогда как все остальные методы являются «неправильными». Однако если задать аналогичный вопрос по поводу, например, автомобиля или одежды, то становится ясным, что нет просто наилучшего автомобиля, а есть лучшие по определенным критериям-требованиям или лучшие для определенных *целей*. При этом сами критерии также должны быть обоснованы и не просто могут быть различными, но и должны быть различными при различных целях, чтобы отражать цель и соответствовать ей. Так автомобиль, лучший для семейного отдыха не являются лучшим для гонок Формулы-1

---

[112] Баран О.И., Григорьев Ю.А., Жилина Н.М. Алгоритмы и критерии качества кластеризации // Общественное здоровье и здравоохранение: материалы XLV науч.-практ. конф. с международным участием «Гигиена, организация здравоохранения и профпатология» и семинара «Актуальные вопросы современной профпатологии», Новокузнецк, 17-18 ноября 2010 / под ред. В.В.Захаренкова. Кемерово: Примула, 2010. – С. 21-26.

или для представительских целей. Аналогично можно обоснованно утверждать, что одни методы кластерного анализа являются более подходящими для кластеризации данных определенной структуры, а другие – другой, т.е. не существует одного наилучшего во всех случаях *универсального метода кластеризации*, но существуют методы более универсальные и методы менее универсальные. Но все же многообразие разработанных методов кластерного анализа на наш взгляд указывает не только на это, но и на то, что *их можно рассматривать как различные более или менее успешные варианты решения или попытки решения тех или иных проблем, существующих в области кластерного анализа*.

Для структурирования дальнейшего изложения сформулируем требования к исходным данным в кластерном анализе и фундаментальные вопросы, которые решают разработчики различных методов кластерного анализа.

Считается[113], что кластерный анализ предъявляет следующие *требования к исходным данным*:

1. Показатели не должны коррелировать между собой.
2. Показатели должны быть безразмерными.
3. Распределение показателей должно быть близко к нормальному.
4. Показатели должны отвечать требованию «устойчивости», под которой понимается отсутствие влияния на их значения случайных факторов.
5. Выборка должна быть однородна, не содержать «выбросов».

Даже поверхностный анализ сформулированных требований к исходным данным сразу позволяет утверждать, что *на практике они в полной мере никогда не выполняются*, а приведение исходных данных к виду, удовлетворяющему этим требованиям, или очень сложно, т.е. представляет собой **проблему**, и не одну, или *даже теоретически невозможно* в полной мере. В любом случае пытаться это делать можно *различными способами*, хотя *чаще всего на практике этого не делается вообще* или потому, что не-

---

[113] http://ru.wikipedia.org/wiki/Кластерный%20анализ

обходимость этого плохо осознается исследователем, или чаще потому, что в его распоряжении нет соответствующих инструментов, реализующих необходимые методы[114]. Конечно, в последнем случае не приходится удивляться тому, что результаты кластерного анализа получаются мягко сказать «несколько странными», а если они соответствуют здравому смыслу и точке зрения экспертов, то можно сказать, что это получилось случайно или потому, что «просто повезло».

Остановимся подробнее на анализе перечисленных требований к исходным данным, а также проблем, возникающих при попытке их выполнения и решения.

Первое требование связано с использованием в большинстве методов кластеризации *евклидова расстояния* или различных его вариантов в качестве меры близости объектов и кластеров. Другими словами это требование означает, что описательные шкалы, рассматриваемые как оси семантического пространства, должны быть *ортонормированны*, т.к. *в противном случае применение евклидова расстояния и большинства других метрик (таблица 1) (кроме расстояния Махалонобиса) теоретически необоснованно и некорректно*.

Существуют и другие метрики, в частности: квадрат евклидова расстояния, расстояние городских кварталов (манхэттенское расстояние), расстояние Чебышева, степенное расстояние, процент несогласия, метрики Рао, Хемминга, Роджерса-Танимото, Жаккара, Гауэра, Воронина, Миркина, Брея-Кертиса, Канберровская и многие другие[115]. Когда *корреляции между переменными равны нулю*, расстояние Махаланобиса эквивалентно квадрату евклидового расстояния (там же). Это означает, что метрику Ма-

---

[114] Справедливости ради отметим, что подобных инструментов вообще *мало* и они практически недоступны исследователям

[115] Леонов В.П. Краткий обзор методов кластерного анализа. Сайт:
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_2.htm
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_3.htm
Леонов В.П. Литература и сайты по кластерному анализу. Сайт:
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_4.htm
Сайт Института Космических Исследований РАН:
http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

халанобиса можно считать обобщением евклидовой метрики для неортонормированных пространств[116].

Таблица 1 – ОСНОВНЫЕ ТИПЫ МЕТРИК ПРИ КЛАСТЕР-АНАЛИЗЕ[117]

№	Наименование метрики	Тип признаков	Формула для оценки меры близости (метрики)
1	Эвклидово расстояние	Количественные	$d_{ik} = \left(\sum_{j=1}^{N}(x_{ij} - x_{kj})^2\right)^{\frac{1}{2}}$
2	Мера сходства Хэмминга	Номинальные (качественные)	$\mu_{ij}^{H} = \frac{n_{ik}}{N}$ где n_{ik} число совпадающих признаков у образцов — X_i и X_k
3	Мера сходства Роджерса–Танимото	Номинальные шкалы	$\mu_{ij}^{R-T} = n''_{ik}(n'_i + n'_k - n''_{ik})$ где n''_{ik} число совпадающих единичных признаков у образцов — X_i и X_k; n'_i, n'_k общее число — единичных признаков у образцов X_i и X_k соответственно;
4	Манхэттенская метрика	Количественные	$d_{ik}^{(1)} = \sum_{j=1}^{N}\lvert x_{ij} - x_{kj}\rvert$
5	Расстояние Махаланобиса	Количественные	$d_{ik}^{M} = (x_{ij} - x_{kj})^T W^{-1}(x_{ij} - x_{kj})$, где **W** ковариационная матрица выборки; — $\bar{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$;
6	Расстояние Журавлева	Смешанные	$d_{ik} = \sum_{j=1}^{N} I_{ik}^{j}$, где $I_{ik}^{j} = \begin{cases} 1, \text{ если } \lvert x_{ij} - x_{kj}\rvert < \varepsilon \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$

Но на практике это требование *никогда* в полной мере не выполняется, а для его выполнения необходимо выполнить опе-

[116] http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/12_1_3.php
http://d3lpirt.narod.ru/dm/dm.htm
[117] Источник: проф. Зайченко Ю.П.
http://www.masters.donntu.edu.ua/2005/kita/kapustina/library/cluster.htm

рацию ортонормирования семантического пространства, при которой из модели тем или иным методом[118] (реализованным в программной системе, в которой проводится кластерный анализ) *исключаются* все шкалы, коррелирующие между собой.

Таким образом, первое требование к исходным данным порождает две проблемы:

Проблема 1.1 выбора метрики, корректной для неортонормированных пространств.

Проблема 1.2 ортонормирования пространства.

Второе требование (безразмерности показателей) вытекает из того, что *выбор единиц измерения по осям существенно влияет на результаты кластеризации*. Казалось бы, одного этого должно быть достаточно для того, чтобы не делать этого, т.к. выбор единиц измерения, по сути, произволен (определяется исследователем), вследствие чего и результаты кластеризации, вместо того чтобы объективно отражать структуру данных и описываемой ими объективной реальности, также становятся произвольными и зависящими не только от самой исследуемой реальности, но и от произвола исследователя (причем неизвестно от чего больше: от реальности или исследователя). По сути, *автоматизированная система кластеризации превращается в этих условиях из инструмента исследования структуры объективной реальности в автоматизированный инструмент рисования таких дендрограмм, какие больше нравятся пользователю*. Непонятно также, какой содержательный смысл могут иметь, например корни квадратные из сумм квадратов разностей координат объектов, классов или кластеров, *измеряемых в различных единицах измерения*. *Разве корректно складывать величины даже одного рода, измеряемые в различных единицах измерения, а тем более разного рода?* Даже если сложить величины одного рода, но измеренные в разных единицах измерения, например *расстояния* от школы до подъезда дома 1.2 (километра), и от подъезда дома до квартиры 25 (метров), то получится 26,2 *непонятно чего*. Если же сложить разнородные по смыслу величины, т.е. *величины различной при-*

---

[118] Например, для ортонормирования семантического пространства может быть применен метод главных компонент:
http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод%20главных%20компонент

роды, такие, например, как квадрат разности веса студентов с квадратом разности их роста, возраста, успеваемости и т.д., а потом еще извлечь из этой суммы квадратный корень, то получится просто *бессмысленная величина*, которая в традиционном кластерном анализе почему-то называется «Евклидово расстояние». В школе на уроке физики в 8-м классе за подобные действия сразу бы поставили «Неуд»[119]. Однако, как это ни удивительно, то, что «не прошло бы» на уроке физики в средней школе является вполне устоявшейся практикой в «статистике» и ее псевдонаучных применениях на уровне руководства системой образования.

В подтверждение тому, что подобная практика действительно существует, авторы не могут удержаться от искушения и не привести пространную цитату из работы[120]: «Заметим, что *евклидово расстояние* (и его квадрат) вычисляется по исходным, а не по стандартизованным данным. *Это обычный способ его вычисления*, который имеет определенные преимущества (например, расстояние между двумя объектами не изменяется при введении в анализ нового объекта, который может оказаться выбросом). Тем не менее, *на расстояния могут сильно влиять различия между осями, по координатам которых вычисляются эти расстояния. К примеру, если одна из осей измерена в сантиметрах, а вы потом переведете ее в миллиметры (умножая значения на 10), то окончательное евклидово расстояние (или квадрат евклидова расстояния), вычисляемое по координатам, сильно изменится, и, как следствие, результаты кластерного анализа могут сильно отличаться от предыдущих.*» (выделено нами, авт.)[121]. В

---

[119] Конечно, есть случаи, когда производят определенные математические операции над величинами различной природы, измеряемыми в различных единицах измерения, и это вполне корректно, правда это не операция сложения. Например, в физике так производятся вычисления *по формулам*. Но эти формулы теоретически обоснованы в соответствующих физических теориях. Если математические операции производятся так, что это не соответствует обоснованным формулам, то в результате получаются бессмысленные величины неизвестных науке размерностей. В этом случае говорят о проверке размерностей и нарушении размерностей. Такое впечатление, что в статистике подобные нарушения размерностей просто стали нормой.

[120] Сайт Института Космических Исследований РАН: http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

[121] Пространные цитаты здесь и далее для удобства читателей приведены мелким шрифтом.

той же работе просто констатируется факт этой ситуации, но ему не дается никакой ***оценки***. Наша же оценка этой практике по перечисленным выше причинам сугубо ***отрицательная***. Приведем еще цитату из той же работы: «**Степенное расстояние.** Иногда желают (!!!?)[122] прогрессивно увеличить или уменьшить вес, относящийся к размерности, для которой соответствующие объекты сильно отличаются. Это может быть достигнуто с использованием *степенного расстояния*. Степенное расстояние вычисляется по формуле:

$$\text{расстояние}(x,y) = \left(\sum_i |x_i - y_i|^p\right)^{1/r}$$

где *r* и *p* - параметры, определяемые пользователем. Несколько примеров вычислений могут показать, как "работает" эта мера. Параметр *p* ответственен за постепенное взвешивание разностей по отдельным координатам, параметр *r* ответственен за прогрессивное взвешивание больших расстояний между объектами. Если оба параметра - *r* и *p*, равны двум, то это расстояние совпадает с расстоянием Евклида». Мы считаем, что еще какие-то комментарии здесь излишни, хотя сложно удержаться от того, чтобы не сказать, что ***подобный подход превращает науку из поиска истины в произвольную подтасовку данных и выводов***.

Таким образом, второе требование к исходным данным порождает следующую проблему 2.1:

Проблема 2.1 сопоставимой обработки описаний объектов, описанных признаками различной природы, измеряемыми в различных единицах измерения (проблема размерностей).

Отметим также, что объекты чаще всего описаны не только признаками, измеряемыми в различных единицах измерения, но как количественными, так и качественными признаками, которые соответственно являются градациями как числовых шкал, так и номинальных (текстовых) шкал. Существует метрика для номинальных шкал: это «Процент несогласия»[123], однако для количественных шкал применяются другие метрики. *Каким образом и с*

---

[122] Пометка (!!!?) наша, авт.

[123] Сайт Института Космических Исследований РАН: http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

помощью какой комбинации классических метрик вычислять расстояния между объектами, описанными как количественными, так и качественными признаками, а также между кластерами, в которые они входят, вообще не понятно. Это порождает проблему 2.2.:

Проблема 2.2 формализации описаний объектов, имеющих как количественные, так и качественные признаки.

Третье требование (нормальности распределения показателей) вытекает из того, что статистическое обоснование корректности вышеперечисленных метрик существенным образом основано на этом предположении, т.е. эти метрики являются параметрическими. На практике это означает, что перед применением кластерного анализа с этими метриками необходимо доказать гипотезу о нормальности исходных данных либо применить процедуру их нормализации. И первое, и второе, весьма **проблематично** и на практике не делается, более того, даже вопрос об этом чаще всего не ставится. Процедура нормализации (или взвешивания, ремонта) исходных данных обычно предполагает удаление из исходной выборки тех данных, которые нарушают их нормальность. Ясно, что это непредсказуемым образом может повлиять на результаты кластеризации, которые, скорее всего, существенно изменяться и их уже нельзя будет признать результатами кластеризации исходных данных. Отметим, что на практике исходные данные, не подчиняющиеся нормальному распределению, встречаются достаточно часто, что и делает актуальными методы непараметрической статистики.

Таким образом, 3-е требование к исходным данным порождает проблемы 3.1., 3.2. и 3.3.:

Проблема 3.1 доказательства гипотезы о нормальности исходных данных.

Проблема 3.2 нормализации исходных данных.

Проблема 3.3 применения непараметрических методов кластеризации, корректно работающих с ненормализованными данными.

Что можно сказать о четвертом и пятом требованиях?[124] Эти требования взаимосвязаны, т.к. случайные факторы и порождают «выбросы». На практике, строго говоря, эти требования никогда не выполняются и вообще звучат *несколько наивно*, если учесть, что как случайные часто рассматриваются неизвестные факторы, а их влияние даже теоретически, т.е. в принципе, исключить невозможно. С другой стороны эти требования «удобны» тем, что неудачные, неадекватные или не интерпретируемые результаты кластеризации, полученные тем или иным методом кластерного анализа, всегда можно «списать» на эти неизвестные «случайные» факторы или скрытые параметры и порожденные ими выбросы. *А поскольку ответственность за обеспечение отсутствия шума и выбросов в исходных данных возложена этими требованиями на самого исследователя, то получается, что если что-то получилось не так, то это связано уж не столько с методом кластеризации, сколько с каким-то недоработками самого исследователя.* По этим причинам более логично и главное, более *продуктивно* было бы предъявить эти требования не к исходным данным и обеспечивающему их исследователю, а к самому методу кластерного анализа, *который, по мнению авторов, должен корректно работать в случае наличия шума и выбросов в исходных данных* и не перкладывать эту проблему «с больной головы на здоровую».

Таким образом, четвертое и пятое требования приводят к двум проблемам:

Проблема 4 ***разработки такого метода кластерного анализа, математическая модель и алгоритм и которого органично включали бы фильтр, подавляющий шум в исходных данных, в результате чего данный метод кластеризации корректно работал бы при наличии шума в исходных данных.***

Проблема 5 ***разработки метода кластерного анализа, математическая модель и алгоритм и которого обеспечивали бы*** *выявление* ***«выбросов» (артефактов) в исходных данных и позволяли либо вообще не показывать их в дендрограммах, либо пока-***

---

[124] 4. Показатели должны отвечать требованию «устойчивости», под которой понимается отсутствие влияния на их значения случайных факторов. 5. Выборка должна быть однородна, не содержать «выбросов».

зывать, но так, чтобы было наглядно видно, что это артефакты.

Далее рассмотрим, как решаются (или не решаются) сформулированные выше проблемы в классических методах кластерного анализа. Для удобства дальнейшего изложения повторим формулировки этих проблем.

Проблема 1.1 выбора метрики, корректной для неортонормированных пространств.

Проблема 1.2 ортонормирования пространства.

Проблема 2.1 сопоставимой обработки описаний объектов, описанных признаками различной природы, измеряемыми в различных единицах измерения (проблема размерностей).

Проблема 2.2 формализации описаний объектов, имеющих как количественные, так и качественные признаки.

Проблема 3.1 доказательства гипотезы о нормальности исходных данных.

Проблема 3.2 нормализации исходных данных.

Проблема 3.3 применения непараметрических методов кластеризации, корректно работающих с ненормализованными данными.

Проблема 4 разработки такого метода кластерного анализа, математическая модель и алгоритм и которого органично включали бы фильтр, подавляющий шум в исходных данных, в результате чего данный метод кластеризации корректно работал бы при наличии шума в исходных данных.

Проблема 5 разработки метода кластерного анализа, математическая модель и алгоритм и которого обеспечивали бы выявление «выбросов» (артефактов) в исходных данных и позволяли либо вообще не показывать их в дендрограммах, либо показывать, но так, чтобы было наглядно видно, что это артефакты.

Сделать это *удобнее всего*, рассматривая какие ответы предлагают классические методы кластерного анализа на сформулированные в работе[125] вопросы:

---

[125] Леонов В.П. Краткий обзор методов кластерного анализа. Сайт: http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_2.htm http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_3.htm

– как вычислять координаты кластера из двух более объектов;

– как вычислять расстояние до таких "полиобъектных" кластеров от "монокластеров" и между "полиобъектными" кластерами.

Дело в том, что эти вопросы имеют фундаментальное значение для кластерного анализа, т.к. разнообразные комбинации используемых метрик и методов вычисления координат и взаимных расстояний кластеров и порождают все многообразие методов кластерного анализа (см. туже работу). Мы бы несколько переформулировали эти вопросы, а также добавили бы еще один:

1. Каким методом вычислять *координаты* кластера, состоящего из одного и более объектов, т.е. каким образом *объединять объекты* в кластеры.

2. Каким методом *сравнивать* кластеры, т.е. как вычислять *расстояния* между кластерами, состоящими из различного количества объектов (одного и более).

3. Каким методом *объединять кластеры*, т.е. формировать *обобщенные* («многообъектные») кластеры.

Вопрос 1-й. Чаше всего ни в теории и математических моделях кластерного анализа, ни на практике между кластером, состоящим из одного объекта («монообъектным» кластером) и самим объектом не делается *никакого различия*, т.е. считается, что это одно и тоже. «В агломеративно-иерархических методах (aggomerative hierarhical algorithms) … первоначально все объекты (наблюдения) рассматриваются как отдельные, самостоятельные кластеры состоящие всего лишь из одного элемента»[126]. В работе[127] также говорится, что древовидная «Диаграмма начинается с каждого объекта в классе (в левой части диаграммы)». Это решение сразу же *порождает* многие из вышеперечисленных проблем (1.1., 1.2., 2.1, 2.2), т.к. объекты могут быть описаны как количественными, так и качественными признаками различной

---

[126] Леонов В.П. Краткий обзор методов кластерного анализа. Сайт: http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_2.htm http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_3.htm

[127] Сайт Института Космических Исследований РАН: http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

природы, измеряемыми в различных единицах измерения, причем эти признаки *взаимосвязаны* (коррелируют) между собой.

Казалось бы, *проблему размерностей* (2.1) решает кластеризация не исходных переменных, а матриц сопряженности, содержащих *абсолютные частоты* наблюдения признаков по объектам или классам. Однако при таком подходе, например при сравнении моделей автомобилей, *четыре и два* цилиндра у этих моделей, а также *четыре и два болта*, которыми у них прикручен номер, будут давать одинаковый вклад в сходство-различие этих моделей, что едва ли разумно и приемлемо [8]. Тем ни менее матрица сопряженности анализируется в социологических и социометрических исследованиях, а в статистических системах, в разделах справки, посвященных кластерному анализу, приводятся примеры подобного рода.

Другое предложение по решению проблемы размерностей (2.1) основано на четком пожимании того, что изменение единиц измерения переменной меняет среднее ее значений и их разброс от этого среднего. Например, переход от сантиметров к миллиметрам увеличивает среднее и среднее отклонение от среднего в 10 раз. Речь идет о методе нормализации или стандартизации исходных данных, когда значения переменных заменяются их стандартизированными значения или z-вкладами [15]. Z-вклад показывает, сколько стандартных отклонений отделяет данное наблюдение от среднего значения:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma},$$

где x_i – значение данного наблюдения, $\bar{x}$ – среднее, σ – стандартное отклонение.

Однако этот метод имеет серьезный недостаток, описанный в вышеперечисленной литературе, а также работе[128]. Дело в том, что нормализация значений переменных приводит к тому, что независимо от значений их среднего и вариабельности до нормализации (т.е. значимости, измеряемой стандартным отклонением),

[128] Близоруков М. Г. Статистические методы анализа рынка: Учебно-метод. пособие / Близоруков М. Г. – Екатеринбург: Ин-т управления и предпринимательства Урал. гос. ун-та, 2008. – 75 с. – Режим доступа: http://elar.usu.ru/bitstream/1234.56789/1671/6/1334937_schoolbook.pdf

после нормализации среднее становится равным нулю, а стандартное отклонение 1. Это значит, что ***нормализация выравнивает средние и отклонения по всем переменным, снижая, таким образом, вес значимых переменных, оказывающих большое влияние на объект, и завышая роль малозначимых переменных, оказывающих меньшее влияние* и искажая, таким образом, картину**. На взгляд авторов это не приемлемо. Другой важный недостаток, который в отличие от первого не отмечается в специальной литературе, состоит в том, что ***стандартизированные значения сложно как-то содержательно интерпретировать, т.е. устранение влияния единиц измерения достигается ценой потери смысла переменных, который как раз и содержался в единицах их измерения***. В результате нормализации все переменные становятся как бы «на одно лицо». Это также недопустимо. Таким образом, можно обоснованно сделать вывод о том, ***нормализация и стандартизация исходных данных – это весьма радикальное решение проблемы 2.1 «в лоб и в корне», но решение неприемлемо дорогой ценой.***

В классических методах кластерного анализа предлагается два основных варианта *ответов* на 1-й вопрос:

1. Вообще не формировать обобщенных классов или кластеров из объектов, а на всех этапах кластеризации рассматривать только сами первичные объекты.

2. Формировать обобщенные кластеры путем вычисления неких статистических характеристик кластера на основе характеристик входящих в него объектов.

О 1-м варианте ответа в работе[129] говорится: «Диаграмма начинается с каждого объекта в классе (в левой части диаграммы). Теперь представим себе, что постепенно (очень малыми шагами) вы "ослабляете" ваш критерий о том, какие объекты являются уникальными, а какие нет. Другими словами, вы понижаете порог, относящийся к решению об объединении двух или более объектов в один кластер. В результате, вы *связываете* вместе всё большее и большее число объектов и агрегируете (*объединяете*) все больше и больше кластеров, состоящих из все сильнее разли-

---

[129] Сайт Института Космических Исследований РАН: http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

чающихся элементов». Этот подход, когда кластеры реально не формируются, т.к. им не соответствуют какие-либо конструкции математической модели, представляется авторам сомнительным, т.к., во-первых, как было показано выше, это порождает проблемы 1.1., 1.2., 2.1, 2.2, а во-вторых, никак не решает проблемы 3.1, 3.2, 3.3, 4 и 5. *Между тем сам способ формирования кластеров из объектов, по мнению авторов, призван стать средством решения всех этих проблем.*

2-й вариант ответа представляется более обоснованным, однако он сам в свою очередь порождает вопросы о степени корректности и научной обоснованности того или иного метода вычисления обобщенных характеристик кластера и главное о том, *в какой степени этот метод позволяет решить сформулированные выше проблемы*. Описание кластера на основе входящих в него объектов традиционно включает *центр кластера*, в качестве которого обычно используется *среднее* или *центр тяжести* от характеристик входящих в него объектов[130], а также какую-либо количественную оценку степени рассеяния объектов кластера от его центра (как правило, это дисперсия). Ответ на 2-й вопрос является продолжением ответа на 1-й вопрос.

Вопрос 2-й. В вышеупомянутых и других работах по кластерному анализу описывается большое количество различных мер и методов, которые можно применить как для измерения расстояний между кластерами, так и расстояний от объекта до кластеров. Например, в *невзвешенном центроидном методе* при определении расстояния от объекта до кластера, по сути, определяется расстояние до его центра[131]. В методе *невзвешенного попарного среднего* расстояние между двумя кластерами вычисляется как среднее расстояние между всеми парами объектов в них [там же]. При этом, как правило, не решаются перечисленные выше проблемы, т.к. *не устраняются их причины*: а именно средние вычисляются на основе мер расстояния, корректных только для

[130] Леонов В.П. Краткий обзор методов кластерного анализа. Сайт:
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_2.htm
http://www.biometrica.tomsk.ru/cluster_3.htm

[131] Сайт Института Космических Исследований РАН:
http://www.iki.rssi.ru/magbase/REFMAN/STATTEXT/modules/stcluan.html#general

ортонормированных пространств и при этом часто используются размерные или нормализованные формы представления признаков объектов, не формализуется описание объектов, обладающих как количественными, так и качественными признаками. Ответ на 3-й вопрос является продолжением ответа на 2-й вопрос.

Вопрос 3-й. При объединении кластеров характеристики вновь образованного обобщенного кластера обычно пересчитываются тем же методом, каким они рассчитывались для исходных кластеров. Это сохраняет нерешенными и все проблемы, которые были при определении характеристик исходных кластеров и расстояний между этими кластерами.

Далее рассмотрим вариант решения некоторых из сформулированных выше проблем кластерного анализа, предлагаемый в АСК-анализе и реализованный в интеллектуальной системе «Эйдос».

Обратимся к эпиграфам к данному разделу: «Мышление – это обобщение, абстрагирование, сравнение, и классификация» (Патанджали, II в. до н. э.), «Истинное знание – это знание причин» (Френсис Бэкон, 1561–1626 гг.). Итак, мышление, как процесс это [в том числе] классификация, результатом же мышления является знание, причем истинное знание есть знание причин. Истинное мышление есть мышление, дающее истинное знание. Соответственно ложное мышление – это мышление, приводящее к заблуждениям. Поэтому *истинное мышление – это [в том числе] истинная (правильная, адекватная) классификация объектов по причинам их поведения, т.е. по системе их детерминации*. Правильной классификацией будем считать ту, которая совпадает с классификацией экспертов, основанной на их высоком уровне компетенции, профессиональной интуиции и большом практическом опыте.

Если, как это принято в АСК-анализе [145], факторы формализовать в виде шкал различного типа (номинальных, порядковых и числовых), признаки рассматривать как значения факторов, т.е. их интервальные значения, более или менее жестко детерминирующих поведение объекта, а классы как будущие состояния, в которые объект переходит под влиянием различных значений этих факторов, то можно сказать, что *признаки формализуют причины переходов объекта в состояния, соответствующие* *классам или кластерам*. Если учесть, что классификация – это кластерный анализ, то можно сделать обоснованные выводы о том, что ***кластерный анализ это и есть мышление (но мышление не сводится только к кластерному анализу), а результаты кластерного анализа представляют собой знания.*** *Степень истинности этих знаний*, полученных в результате кластерного анализа, т.е. их адекватность или соответствие действительности, *полностью определяются степенью истинности метода кластерного анализа, с помощью которого они получены*. Поэтому столь важно решить сформулированные выше проблемы кластерного анализа.

В свою очередь *классификация (в т.ч. кластерный анализ) как процесс основана на <u>обобщении</u> и <u>сравнении</u>*. В монографии 2002 года [97] предлагается пирамида иерархической структуры процесса познания, входящая в базовую когнитивную концепцию (рисунок 1):

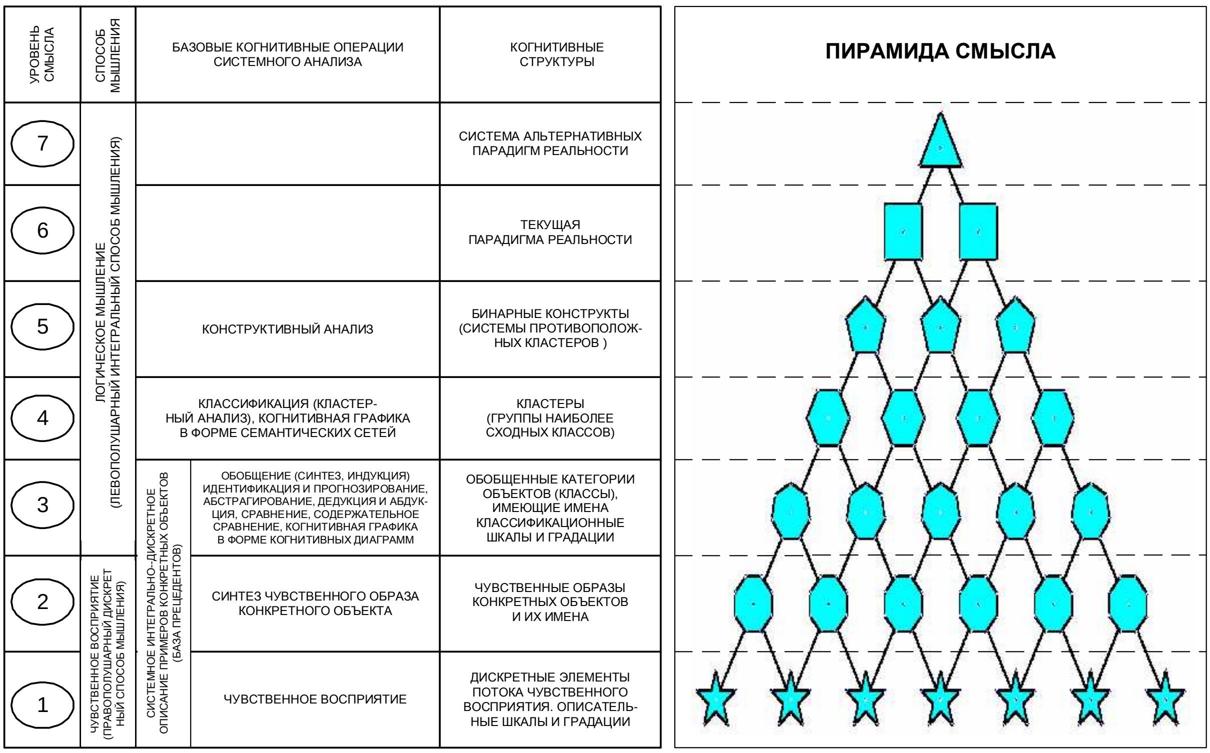


Рисунок 1 Обобщенная схема иерархической структуры процесса познания согласно базовой формализуемой когнитивной концепции[132]

---

[132] http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/2.3.htm

В этой же монографии [97] предлагается математическая модель, основанная на семантической теории информации, обеспечивающая высокую степень формализацию данной когнитивной концепции, достаточную для разработки алгоритмов[133], структур данных и программной реализации в виде интеллектуальной программной системы. Такая система была создана автором и постоянно развивается, это система «Эйдос» [97, 100, 101].

***Суть* предлагаемых в АСК-анализе решений сформулированных выше проблем кластерного анализа состоит в следующем[134].**

Основная ***идея*** решения проблем кластерного анализа, состоит в том, что для решения задачи кластеризации предлагается использовать математическое представление объектов не виде переменных со значениями, измеряемыми в различных единицах измерения и в шкалах разного типа, и не матрицу сопряженности с абсолютными частотами встреч признаков по классам или нормализованными Z-вкладами, а *базы знаний*, рассчитанные на основе матрицы сопряженности (матрицы абсолютных частот) с использованием различных аналитических выражений для частных критериев. При этом для всех значений всех переменных используется *одна и та же размерность – это размерность* ***количества информации*** (бит, байт и т.д.), что обеспечивает расчет на основе исходных данных силы и направления влияния на объект всех факторов и их значений и сопоставимую обработку значений переменных, изначальное (в исходных данных) представленных в разных единицах измерения и в шкалах разного типа (количественных – числовых, и качественных – текстовых).

1. Расстояния между объектом и кластером, а также между кластерами предлагается определять с использованием неметри-

---

[133] http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/4.2.htm http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/4.3.htm
[134] Данные предложения приведены в том же порядке, что и переформулированные нами фундаментальные вопросы кластерного анализа согласно работе [248]

ческих интегральных критериев, корректных для неортормированных пространств, *одним и тем же методом*: *по суммарному количеству информации*, которое содержится (соответственно) в системе признаков объекта о принадлежности к классу или кластеру, или которое содержится в обобщенных образах двух классов или кластеров об их принадлежности друг к другу.

2. *Координаты* кластера, возникающего как при включении в него *одного* единственного объекта, так и при *объединении многих объектов* в кластеры вычисляются *тем же самым методом*, что и координаты кластера, возникающего при объединении нескольких кластеров, а именно путем применения базовой когнитивной операции (БКОСА): «Обобщение», «Синтез», «Индукция» (БКОСА-3) АСК-анализа.

3. *Объединять* кластеры, т.е. формировать *обобщенные* («многообъектные») кластеры при объединении кластеров предлагается *тем же самым методом*, что и обобщенные образы классов при объединении конкретных образов объектов, т.е. путем применения базовой когнитивной операции (БКОСА): «Обобщение», «Синтез», «Индукция» (БКОСА-3) АСК-анализа.

Основная идея сводится к тому, чтобы кластеризовать не размерные переменные, абсолютные или относительные частоты или Z-вклады, а ***знания***. Предложения 1-3 являются непосредственными ответами на сформулированные выше фундаментальные вопросы кластерного анализа.

Остановимся подробнее на математическом и алгоритмическом описании этих предложений и затем проиллюстрируем их на простом и наглядном численном примере.

Основная идея. Вспомним приведенный выше пример кластеризации моделей автомобилей, в котором четыре или два цилиндра в двигателе давали такой вклад в сходство-различие моделей, как четыре или два болта, которыми прикручивается регистрационный номер. Из этого примера ясно, что при сравнении объектов и кластеров основную роль должно играть не само *количество* разных деталей или элементов конструкции, а, например, *их влияние на стоимость модели*, выраженное в долларах или на *степень ее пригодности (полезности) для поставленной цели*, тоже выраженное *в одних и тех же* для всех переменных и их значений *единицах измерения*. В АСК-анализе предлагается более радикальное решение: измерять степень и направление влияния всех переменных и их значений на поведение объекта или принадлежность его к тому или иному классу или кластеру *в одних и тех же универсальных единицах измерения, а именно единицах измерения количества информации. Ведь по сути, когда мы узнаем о том, что некий объект обладает определенным признаком, то мы получаем из этого факта некое количество информации о том, что принадлежит к определенной категории (классу, кластеру). А уж сами эти категории могут иметь совершенно различный смысл, в частности классифицировать текущие или будущие состояния объектов, или степень их полезности для достижения тех или иных целей. И что очень важно, при этом не играет абсолютно никакой роли в каких единицах измерения в какой шкале, количественной или качественной, изначально измерялся этот признак: килограммах, долларах, Омах, джоулях, или еще каких-то других.*

Предложение 1-е. В этом смысле в АСК-анализе исчезает существенное различие между классом и кластером и эти термины можно использовать как *синонимы*. Классы в АСК-анализе могут быть различаться степенью обобщенности: чем больше объектов в классе и чем выше вариабельность этих объектов по их признакам, тем шире представляемая ими генеральная совокупность, по отношению к которой они представляют собой репрезентативную выборку, тем выше степень обобщения в объединяющем их классе. Классы включают один или насколько объектов. Наименьшей степенью обобщения обладают классы, включающие лишь один объект, но и они совершенно не тождественны объекту исходной выборки, т.к. в математической мидели АСК-анализа у них совершенно различные математические формы представления. Кластеры обычно являются классами более высокой степени обобщения, т.к. включают один или несколько классов.

Как реализуется базовая когнитивная операция АСК-анализа «Обобщение», «Синтез», «Индукция» (БКОСА-3) будет рассмотрено ниже при кратком изложении математической модели АСК-анализа.

Предложения 2-е и *3-е* необходимо рассматривать в комплексе, т.к. их смысл в том, что объект при когнитивной кластеризации имеет другую математическую форму, чем объект в исходных данных, а именно такую же форму, как класс и как кластер, т.е. в АСК-анализе возможны классы и кластеры, включающие как один, так и много объектов. При этом для формирования класса состоящего из одного объекта, т.е. при добавлении в пустой кластер первого объекта, используется та же самая математическая процедура, что и при добавлении в него второго и вообще любого нового объекта (в АСК-анализе она называется БКОСА-3), и эта же самая процедура БКОСА-3 используется и при объединении классов или кластеров. При этом *само объединение классов (кластеров) осуществляется путем создания «с нуля» нового класса (кластера) из всех объектов, входящих в объединяемые классы (кластеры), а затем удаления исходных классов (кластеров). Новый объединенный класс (кластер) создается «с нуля» тем же самым методом (*БКОСА-3*), каким впервые создается любой новый класс (*кластер). Теперь рассмотрим, как же это реализовано математически и алгоритмически.

Рассмотрим *предлагаемый* алгоритм когнитивной кластеризации в графической и текстовой форме (рисунок 3):

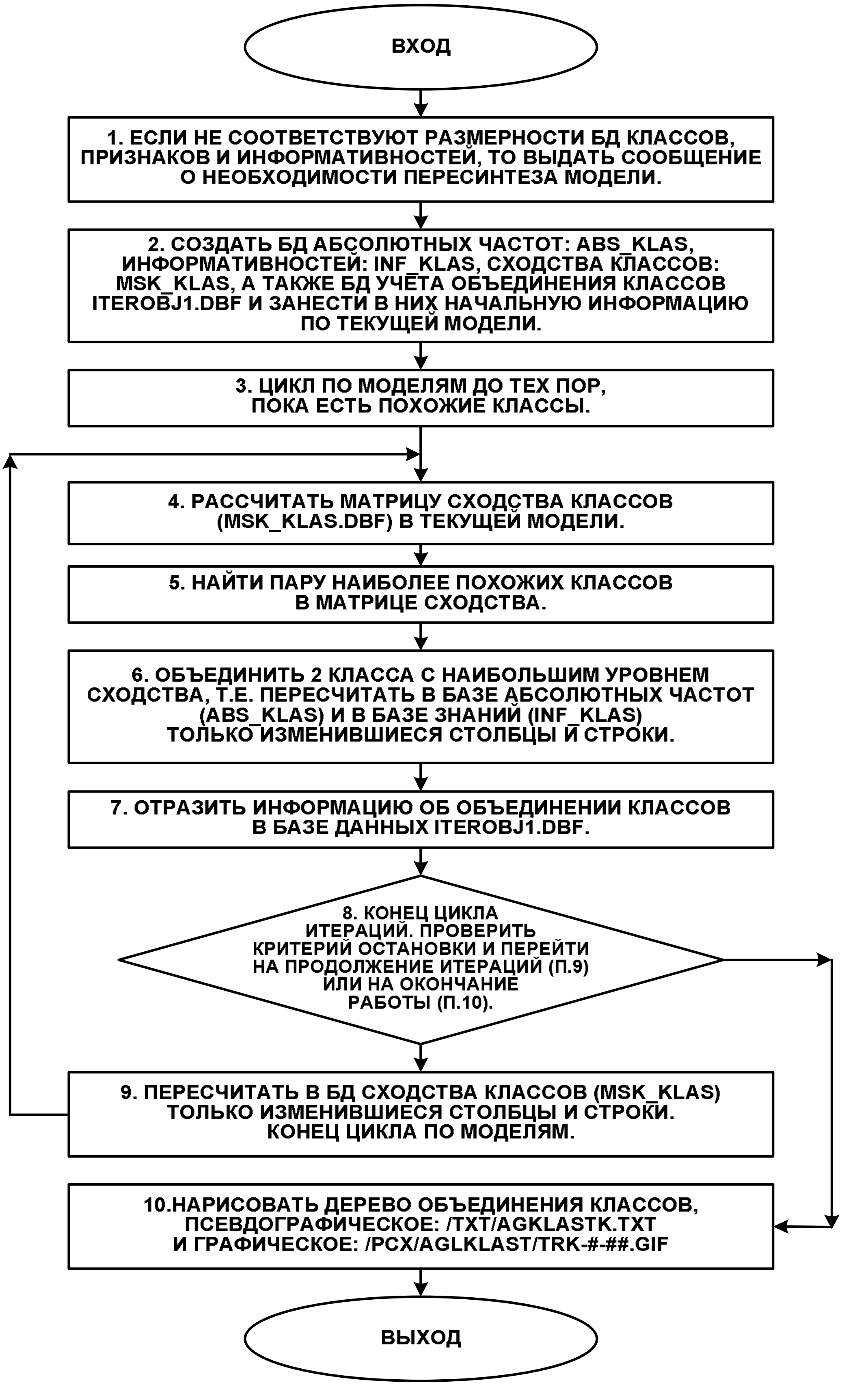


Рисунок 3. Алгоритм когнитивной кластеризации или кластеризации, основанной на знаниях

Дадим необходимые пояснения к приведенному алгоритму.

1. Если не соответствуют размерности баз данных (БД) классов, признаков и информативностей, то выдать сообщение о необходимости пересинтеза модели.

2. Создать БД абсолютных частот: ABS_KLAS, информативностей: INF_KLAS, сходства классов: MSK_KLAS, а также БД учета объединения классов IterObj1.dbf и занести в них начальную информацию по текущей модели.

Данный режим реализован в модуле _5126 системы «Эйдос» и обеспечивает работу с любой из четырех моделей или со всеми этими моделями по очереди, поддерживаемых системой и приведенных в таблице 3. При этом в базах данных этих моделей ничего не изменяется.

3. Цикл по моделям до тех пор, пока есть похожие классы.

4. Рассчитать матрицу сходства классов MSK_KLAS в текущей модели.

Эта матрица рассчитываемся на основе матрицы ***знаний*** модели, заданной при запуске режима (СИМ-1 – СИМ-7), путем расчета *корреляции* обобщенных образов классов (т.е. векторов или профилей классов).

5. Найти пару наиболее похожих классов в матрице сходства.

Здесь определяются два класса, у которых на предыдущем шаге было обнаружено наивысшее сходство. При этом при запуске режима задается параметр: «Исключать ли артефакты (выбросы)». Если задано исключать, то рассматриваются только положительные уровни сходства, если нет – то и отрицательные, т.е. в этом случае могут быть объединены и *непохожие* классы, но наименее непохожие из всех, если других нет. Считается, что непохожие кассы являются исключениями или «выбросами».

6. Объединить 2 класса с наибольшим уровнем сходства.

Данный пункт алгоритма требует наиболее детальных пояснений. Как же объединяются классы в методе когнитивной кластеризации? Сначала *суммируются* абсолютные частоты этих классов в таблице 2, причем сумма рассчитывается в столбце класса с меньшим кодом, а затем частоты класса с большим кодом обнуляются. После этого в базе знаний (таблица 4) с использованием частного критерия соответствующей модели (таблица 3) пересчитываются *только изменившиеся* столбцы и строки, т.е. пересчитывается столбец класса с меньшим кодом, а столбец класса с большим кодом обнуляется.

7. Отразить информацию об объединении классов в БД IterObj1.dbf.

8. Конец цикла итераций. Проверить критерий остановки и перейти на продолжение итераций (п.9) или на окончание работы (п.10).

9. Пересчитать в базе данных сходства классов (MSK_KLAS) только изменившиеся столбцы и строки. Конец цикла по моделям.

10. Нарисовать дерево объединения классов, псевдографическое: /TXT/AgKlastK.txt и графическое: /PCX/AGLKLAST/TrK-#-##.GIF.

Работа предлагаемой математической модели и реализующего ее алгоритма когнитивной кластеризации продемонстрированная на простом численном примере в работе [248], а в данной монографии некоторые выходные формы режима когнитивной кластеризации системы «Эйдос» приведены на рисунках 13 и 14 раздела 10.2.

ГЛАВА 14. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ЭЙДОС-Х++ КАК ИНСТРУМЕНТАРИЙ, РЕАЛИЗУЮЩИЙ ИДЕИ СИСТЕМНОГО НЕЧЕТКОГО ИНТЕРВАЛЬНОГО ОБОБЩЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

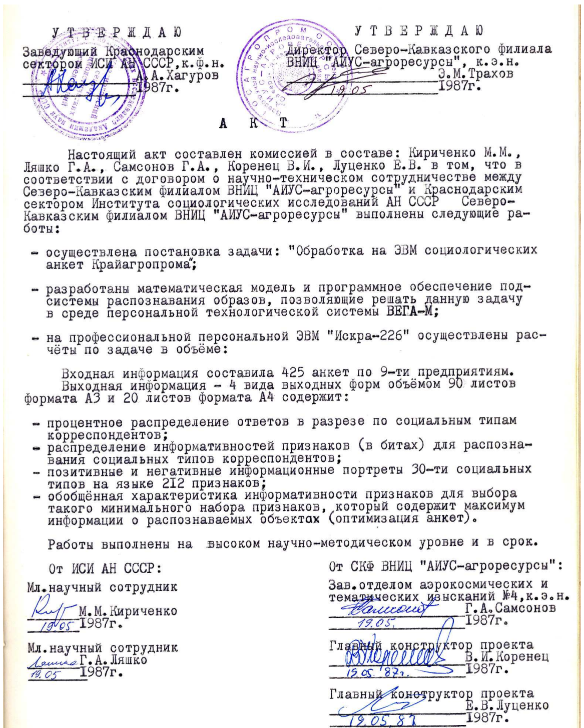
Система «Эйдос» за многие годы применения хорошо показала себя при проведении научных исследований в различных предметных областях и занятий по ряду научных дисциплин, связанных с искусственным интеллектом, представлениями знаний и управлению знаниями [224]. Однако в процессе эксплуатации системы были выявлены и некоторые недостатки, ограничивающие возможности и перспективы применения системы. Поэтому создана качественно новая версия системы (система Эйдос-Х++), в которой преодолены ограничения и недостатки предыдущей версии и реализованы новые важные идеи по ее развитию и применению в качестве программного инструментария системно-когнитивного анализа (СК-анализ) [260].

Авторы считают, что система Эйдос-Х++ является программным инструментарием, реализующим ряд идей системного нечеткого интервального обобщения математики.

14.1. Система «Эйдос» – одна из старейших отечественных универсальных систем искусственного интеллекта, широко применяемых и развивающихся и в настоящее время

Системы искусственного интеллекта
помогают решать сложнейшие проблемы,
которые не возникали, пока этих систем не было
(IT-фольклор)

Универсальная когнитивная аналитическая система «Эйдос», по-видимому, является одной из первых реально работающих отечественных универсальных систем искусственного интеллекта, широко применяемых и развивающихся и в настоящее время. Математическая модель Универсальной когнитивной аналитической системы "Эйдос", а также методика численных расчетов (алгоритмы и структуры данных) и функциональная структура системы разработаны автором в 1979 году, когда он работал старшим инженером на вычислительном центре Краснодарского медицинского института[135] и занимался разработкой математических моделей и алгоритмов медицинских диагностических систем. Впервые математическая модель системы «Эйдос» прошла экспериментальную апробацию в ходе численного эксперимента в 1981 году. С 1981 по 1992 система "Эйдос" неоднократно реализовалась автором в предметно-зависимых приложениях на платформе Wang (на компьютерах Wang-2200с) в среде персональной технологической системы «Вега» (1983 год)[136], во многом функционально аналогичной MS Excel (включая деловую графику), но опережавшей его лет на 10. Два акта внедрения ранней версии системы «Эйдос» (1987 год) приведен ниже.



УТВЕРЖДАЮ
Заведующий Краснодарским сектором ИСИ АН СССР, к.ф.н.
А.А.Хагуров
1987г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор Северо-Кавказского филиала ВНИЦ "АИУС-агроресурсы", к.э.н.
Э.М.Трахов
19.05 1987г.

АКТ

Настоящий акт составлен комиссией в составе: Кириченко М.М., Ляшко Г.А., Самсонов Г.А., Коренец В.И., Луценко Е.В. в том, что в соответствии с договором о научно-техническом сотрудничестве между Северо-Кавказским филиалом ВНИЦ "АИУС-агроресурсы" и Краснодарским сектором Института социологических исследований АН СССР Северо-Кавказским филиалом ВНИЦ "АИУС-агроресурсы" выполнены следующие работы:

- осуществлена постановка задачи: "Обработка на ЭВМ социологических анкет Крайагропрома";
- разработаны математическая модель и программное обеспечение подсистемы распознавания образов, позволяющие решать данную задачу в среде персональной технологической системы ВЕГА-М;
- на профессиональной персональной ЭВМ "Искра-226" осуществлены расчёты по задаче в объёме:

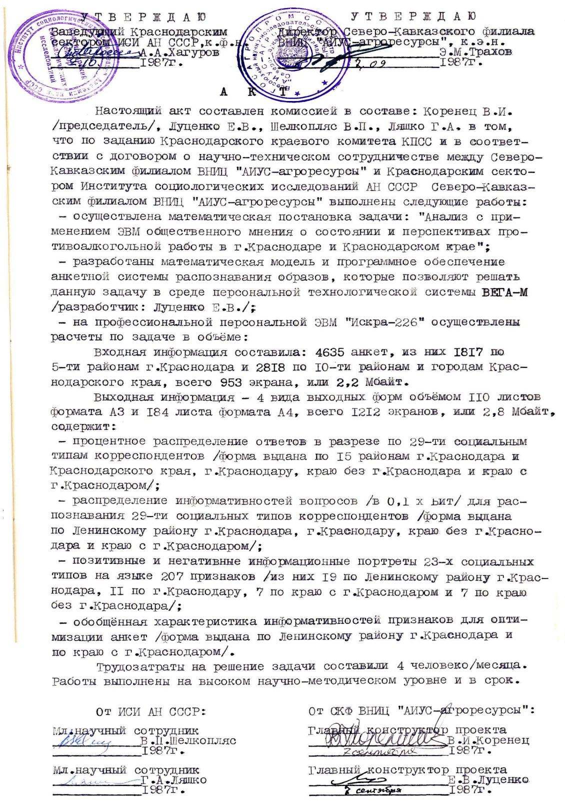
Входная информация составила 425 анкет по 9-ти предприятиям.
Выходная информация – 4 вида выходных форм объёмом 90 листов формата А3 и 20 листов формата А4 содержит:

- процентное распределение ответов в разрезе по социальным типам корреспондентов;
- распределение информативностей признаков (в битах) для распознавания социальных типов корреспондентов;
- позитивные и негативные информационные портреты 30-ти социальных типов на языке 212 признаков;
- обобщённая характеристика информативности признаков для выбора такого минимального набора признаков, который содержит максимум информации о распознаваемых объектах (оптимизация анкет).

Работы выполнены на высоком научно-методическом уровне и в срок.

От ИСИ АН СССР:
Мл.научный сотрудник
М.М.Кириченко
19.05 1987г.
Мл.научный сотрудник
Г.А.Ляшко
19.05 1987г.

От СКФ ВНИЦ "АИУС-агроресурсы":
Зав.отделом аэрокосмических и тематических изысканий №4, к.э.н.
Г.А.Самсонов
19.05. 1987г.
Главный конструктор проекта
В.И.Коренец
19.05.87г. 1987г.
Главный конструктор проекта
Е.В.Луценко
19.05.87 1987г.



УТВЕРЖДАЮ
Заведующий Краснодарским сектором ИСИ АН СССР, к.ф.н.
А.А.Хагуров
1987г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор Северо-Кавказского филиала ВНИЦ "АИУС-агроресурсы", к.э.н.
Э.М.Трахов
2.09 1987г.

АКТ

Настоящий акт составлен комиссией в составе: Коренец В.И. /председатель/, Луценко Е.В., Шелкопляс В.П., Ляшко Г.А. в том, что по заданию Краснодарского краевого комитета КПСС и в соответствии с договором о научно-техническом сотрудничестве между Северо-Кавказским филиалом ВНИЦ "АИУС-агроресурсы" и Краснодарским сектором Института социологических исследований АН СССР Северо-Кавказским филиалом ВНИЦ "АИУС-агроресурсы" выполнены следующие работы:
- осуществлена математическая постановка задачи: "Анализ с применением ЭВМ общественного мнения о состоянии и перспективах противоалкогольной работы в г.Краснодаре и Краснодарском крае";
- разработаны математическая модель и программное обеспечение анкетной системы распознавания образов, которые позволяют решать данную задачу в среде персональной технологической системы ВЕГА-М /разработчик: Луценко Е.В./;
- на профессиональной персональной ЭВМ "Искра-226" осуществлены расчеты по задаче в объёме:

Входная информация составила: 4635 анкет, из них 1817 по 5-ти районам г.Краснодара и 2818 по 10-ти районам и городам Краснодарского края, всего 953 экрана, или 2,2 Мбайт.

Выходная информация – 4 вида выходных форм объёмом 110 листов формата А3 и 184 листа формата А4, всего 1212 экранов, или 2,8 Мбайт, содержит:
- процентное распределение ответов в разрезе по 29-ти социальным типам корреспондентов /форма выдана по 15 районам г.Краснодара и Краснодарского края, г.Краснодару, краю без г.Краснодара и краю с г.Краснодаром/;
- распределение информативностей вопросов /в 0,1 х бит/ для распознавания 29-ти социальных типов корреспондентов /форма выдана по Ленинскому району г.Краснодара, г.Краснодару, краю без г.Краснодара и краю с г.Краснодаром/;
- позитивные и негативные информационные портреты 23-х социальных типов на языке 207 признаков /из них 19 по Ленинскому району г.Краснодара, 11 по г.Краснодару, 7 по краю с г.Краснодаром и 7 по краю без г.Краснодара/;
- обобщённая характеристика информативностей признаков для оптимизации анкет /форма выдана по Ленинскому району г.Краснодара и по краю с г.Краснодаром/.

Трудозатраты на решение задачи составили 4 человеко/месяца.
Работы выполнены на высоком научно-методическом уровне и в срок.

От ИСИ АН СССР:
Мл.научный сотрудник
В.П.Шелкопляс
1987г.
Мл.научный сотрудник
Г.А.Ляшко
1987г.

От СКФ ВНИЦ "АИУС-агроресурсы":
Главный конструктор проекта
В.И.Коренец
2 сентября 1987г.
Главный конструктор проекта
Е.В.Луценко
2 сентября 1987г.

Для IBM-совместимых персональных компьютеров система "Эйдос" была реализована в универсальной постановке (не зависящей от предметной области) в 1992 году и с тех она пор совер-

---

[135] http://lc.kubagro.ru/aidos/Auto0700.htm

[136] Луценко Е.В. Персональная система обработки информации "ВЕГА-М" для мини-ЭВМ "Искра-226". ИЛ о научно-техническом достижении №87-12. –Краснодар: КЦНТИ, 1987. Гос. рег. .№ 01.06.01.Н15.06.03.05.02. – 4с.

шенствуется постоянно, вплоть до настоящего времени. В 1993 году впервые в более-менее полном виде была опубликована математическая модель системы «Эйдос» [284]. В 1994 году на систему "Эйдос" и связанные с ней разработки получены 3 свидетельства РосПатента: №№ 940217, 940328 и 940334 [111, 112, 113], ставшие первыми в Краснодарском крае, а возможно и в России, патентами на системы искусственного интеллекта. Отметим, что именно в 1994 году в Российской Федерации впервые появилась возможность правовой защиты авторских прав на программы для ЭВМ. Позже были получены еще ряд свидетельств РосПатента [111-137][137].

Система «Эйдос» применялась для решения задач прогнозирования, поддержки принятия решений и научных исследований во многих предметных областях. Обзор применений системы «Эйдос» до 2002 года приведен в 7-й главе работы [97][138], где приведена и ссылка на акты внедрения. О применениях системы «Эйдос» с 2002 года по настоящее время можно судить по работам [93-286], а также публикациям в Научном журнале КубГАУ: http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=11 и материалам сайта автора: http://lc.kubagro.ru. Система "Эйдос" является высокоэффективным инструментом научных исследований в самых различных предметных областях, в которых требуется обобщение (многопараметрическая типизация), системная (многопараметрическая) идентификация, прогнозирование и принятие решений, сравнение, классификация, и была успешно применена в экономике, технических науках, педагогике, социологии, психологии, психофизиологии, биологии, медицине, агрономии, сельскохозяйственных науках (растениеводстве и плодоводстве), рекламных и маркетинговых исследованиях, геофизике, климатологии, мелиорации и других науках. Она была применена также при выполнении ряда кандидатских и докторских диссертационных работ по экономическим, техническим и психологическим наукам[139]:

– 3 доктора экономических наук;
– 2 доктора технических наук;

---

[137] http://lc.kubagro.ru/aidos/index.htm
[138] http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/7.htm http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/PR-4.htm
[139] http://lc.kubagro.ru/aidos/index.htm

– 4 кандидата психологических наук;
– 1 кандидат технических наук;
– 1 кандидат экономических наук;
– 1 кандидат медицинских наук.

С 1999 по 2002 год система «Эйдос» применялась в учебном процессе в Кубанском государственном технологическом университете (КубГТУ) при преподавании дисциплин: "Новые информационные технологии в учебном процессе", "Комплексные технологии в науке и образовании", «Основы теории и техники измерений». С 2002 года и по настоящее время система «Эйдос» применяется в Кубанском государственном аграрном университете (КубГАУ) и Кубанском государственном университете (КубГУ) при преподавании дисциплин: "Теория и техника измерений", "Методы принятия решений", "Основы теории информации", "Алгоритмы и структуры данных", "Вычислительные системы и сети", "Базы данных", "Новые информационные технологии в учебном процессе", "Комплексные технологии в науке и образовании", "Измерения в социально-экономических системах", "Информатика", "Интеллектуальные информационные системы", “Представление знаний в информационных системах”, "Основы теории управления (теория автоматического управления)", «Компьютерные технологии в строительной науке и образовании (магистратура)», «Современные технологии в образовании (магистратура)», «Управление знаниями (магистратура)», Введение в искусственный интеллект, Системно-когнитивный анализ, Информационные технологии управления бизнес-процессами / Корпоративные информационные системы (магистратура), Система искусственного интеллекта «Эйдос», Моделирование социально-экономических систем / Организационно-управленческие модели корпорации (магистратура), Введение в нейроматику и методы нейронных сетей (магистратура), Интеллектуальные и нейросетевые технологии в образовании (магистратура), Основы искусственного интеллекта, Эффективность АСУ (магистратура), Функционально-стоимостной анализ системы и технологии управления персоналом (магистратура), Компьютерная графика, Интеллектуальные технологии и представление знаний, Технологии и средства защиты информации (магистратура), Информационная среда обучения (магистратура).

Разработанный автором системно-когнитивный анализ (СК-анализ) и его программный инструментарий – Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос", нашли свое отражение в Internet[140].

14.1.1. Назначение и состав системы "Эйдос"

14.1.1.1. Цели и основные функции системы "Эйдос"

Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос" (система «Эйдос») является отечественным лицензионным программным продуктом [111-137], созданным с использованием официально приобретенного лицензионного программного обеспечения. Система «Эйдос» включает базовую систему, ряд систем окружения и программные интерфейсы импорта данных из внешних баз данных различных стандартов.

По системе "Эйдос" и различным аспектам ее практического применения имеется более сотни публикаций автора с соавторами, в т.ч. 18 монографий и три учебных пособия с грифами УМО и министерства [93-110].

Система "Эйдос" является программным инструментарием, реализующим теоретическую концепцию, математическую модель и методику численных расчетов Системно-когнитивного анализа (СК-анализ) [97] и обеспечивает реализацию следующих основных функций:

1. Синтез и адаптация семантической информационной модели предметной области, включая активный объект управления и окружающую среду.

2. Идентификация и прогнозирование состояния активного объекта управления, а также разработка управляющих воздействий для его перевода в заданные целевые состояния.

3. Углубленный анализ семантической информационной модели предметной области.

---

[140] http://yandex.ru/yandsearch?text=системно-когнитивный%20анализ&lr=10995
http://yandex.ru/yandsearch?text=универсальная%20когнитивная%20аналитическая%20система%20"эйдос"&lr=10995

Синтез содержательной информационной модели предметной области

Синтез модели в СК-анализе осуществляется с применением подсистем: "Словари", "Обучение", "Оптимизация", "Распознавание" и "Анализ". Он включает следующие этапы:

1) формализация (когнитивная структуризация предметной области);

2) формирование исследуемой выборки и управление ею;

3) синтез или адаптация модели;

4) оптимизация модели;

5) измерение адекватности модели (внутренней и внешней, интегральной и дифференциальной валидности), ее скорости сходимости и семантической устойчивости.

Идентификация и прогнозирование состояния объекта управления, выработка управляющих воздействий

Данный вид работ осуществляется с помощью подсистем "Распознавание" и "Анализ". Эти подсистемы обеспечивают: ввод распознаваемой выборки; пакетное распознавание; вывод результатов распознавания и их оценку, в т.ч. с использованием данных по дифференциальной валидности модели.

Углубленный анализ содержательной информационной модели предметной области

Этот анализ выполняется в подсистеме "Типология", которая включает:

1. Информационный и семантический анализ классов и признаков.

2. Кластерно-конструктивный анализ классов распознавания и признаков, включая визуализацию результатов анализа в оригинальной графической форме когнитивной графики (семантические сети классов и признаков).

3. Когнитивный анализ классов и признаков (когнитивные диаграммы и диаграммы Вольфа Мерлина).

14.1.1.2. ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРА СИСТЕМЫ "ЭЙДОС"

Система "Эйдос" включает ***семь*** подсистем, состоящих из режимов, подрежимов, функций и подфункций (включающих в свою очередь функциональное меню, пункты которого здесь не приводятся):

1. Формализация предметной области (ПО)
1.1. Классификационные шкалы и градации
1.2. Описательные шкалы (и градации)
1.3. Градации описательных шкал (признаки)
1.4. Иерархические уровни систем
1.4.1. Уровни классов
1.4.2. Уровни признаков
1.5. Программные интерфейсы для импорта данных
1.5.1. Импорт данных из TXT-фалов стандарта DOS-текст
1.5.2. Импорт данных из DBF-файлов стандарта проф. А.Н.Лебедева
1.5.3. Импорт из транспонированных DBF-файлов проф. А.Н.Лебедева
1.5.4. Генерация шкал и обучающей выборки RND-модели
1.5.5. Генерация шкал и обучающей выборки для исследования чисел
1.5.6. Транспонирование DBF-матриц исходных данных
1.5.7. Импорт данных из DBF-файлов стандарта Евгения Лебедева
1.5.8. Системно-когнитивный анализ стандартных графических шрифтов[141]
1.6. Почтовая служба по НСИ
1.6.1. Обмен по классам
1.6.2. Обмен по обобщенным признакам
1.6.3. Обмен по первичным признакам
1.7. Печать анкеты
2. Синтез СИМ
2.1. Ввод–корректировка обучающей выборки
2.2. Управление обучающей выборкой
2.2.1. Параметрическое задание объектов для обработки
2.2.2. Статистическая характеристика, ручной ремонт
2.2.3. Автоматический ремонт обучающей выборки
2.3. Синтез семантической информационной модели СИМ
2.3.1. Расчет матрицы абсолютных частот
2.3.2. Исключение артефактов (робастная процедура)
2.3.3. Расчет матрицы информативностей СИМ-1 и сделать ее текущей
2.3.4. Расчет условных процентных распределений СИМ-1 и СИМ-2
2.3.5. Автоматическое выполнение режимов 1–2–3–4
2.3.6. Зависимость достоверности СИМ от объема обучающей выборки, сходимость и устойчивость СИМ, поиск периодов эргодичности и точек бифуркации
2.3.7. Расчет матрицы информативностей СИМ-2 и сделать ее текущей
2.4. Почтовая служба по обучающей информации
2.5. Синтез СИМ и измерение ее адекватности
3. Оптимизация СИМ
3.1. Формирование ортонормированного базиса классов
3.2. Исключение признаков с низкой селективной силой
3.3. Удаление классов и признаков, по которым недостаточно данных
3.4. Разделение классов на типичную и нетипичную части
3.5. Генерация сочетанных признаков и перекодирование обучающей выборки

---

[141] http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/05.pdf

[142] http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/04.pdf
[143] http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/06.pdf

6.8.5. Помощь по подсистеме (требования к исходным данным)
7. Сервис
7.1. Генерация (сброс) БД
7.1.1. Все базы данных
7.1.2. НСИ
7.1.2.1. Всех баз данных НСИ
7.1.2.2. БД классов
7.1.2.3. БД первичных признаков
7.1.2.4. БД обобщенных признаков
7.1.3. Обучающая выборка
7.1.4. Распознаваемая выборка
7.1.5. Базы данных статистики
7.2. Переиндексация всех баз данных
7.3. Печать БД абсолютных частот
7.4. Печать БД условных процентных распределений СИМ-1 и СИМ-2
7.5. Печать БД информативностей СИМ-1 и СИМ-2
7.6. Интеллектуальная дескрипторная информационно–поисковая система
7.7. Копирование основных баз данных СИМ
7.8. Сделать текущей матрицу информативностей СИМ-1
7.9. Сделать текущей матрицу информативностей СИМ-2

Структура и взаимодействие этих подсистем и режимов позволяют полностью реализовать все аспекты СК-анализа в удобной для пользователя форме. Обобщенной структуре соответствуют и структура управления и дерево диалога системы. Подробнее теоретическая концепция системы «Эйдос», ее подсистемы и режимы, реализуемые ей функции и операции, описаны в работах [93-286]. В данном разделе, в связи с ограниченностью объема монографии, приводится лишь краткая характеристика некоторых из них.

14.1.2. Пользовательский интерфейс, технология разработки и эксплуатации приложений управления знаниями в системе "ЭЙДОС"

Не смотря на то, что данный раздел посвящен интерфейсу системы "Эйдос", видеограммы и экранные формы в нем не приводятся в связи с ограничениями на объем и монографии, кроме того, они есть в работах [93-286]. В наименованиях разделов с описаниями подсистем и режимов системы "Эйдос" указаны коды реализуемых ими базовых когнитивных операций системного анализа (БКОСА) в соответствии с обобщенной схемой СК-анализа [97].

14.1.2.1. Начальный этап синтеза модели: когнитивная структуризация и формализация предметной области, подготовка исходных данных (подсистема "Словари") (БКОСА-1, БКОСА-2)

Подсистема "Словари" обеспечивает формализацию предметной области. Она реализует следующие режимы: классификационные шкалы и градации; описательные шкалы и градации; градации описательных шкал; иерархические уровни организации систем; автоматический ввод первичных признаков из текстовых файлов; ряд программных интерфейсов импорта данных из из внешних баз данных различных стандартов; почтовая служба по нормативно-справочной информации; печать анкеты.

Классификационные шкалы и градации (БКОСА-1.1)

Классификационные шкалы и градации предназначены для ввода справочника будущих состояний активного объекта управления – классов. Режим: "Классификационные шкалы и градации" обеспечивает ведение базы данных классификационных шкал и градаций классов: ввод; корректировку; удаление; распечатку (в текстовый файл); сортировку; поиск по базе данных.

Описательные шкалы и градации (БКОСА-1.2)

Описательные шкалы и градации предназначены для ввода справочников факторов, влияющих на поведение активного объекта управления – признаков. В этом режиме обеспечивается ввод, удаление, корректировка, копирование наименований описательных шкал и связанных с ними градаций. Характерной особенностью системы "Эйдос" является возможность использования неальтернативных градаций, которых может быть различное количество по различным шкалам (в широких пределах). Справочник позволяет работать непосредственно с градациями (с учетом связей со шкалами), видеть их общее количество, а также просматривать и распечатывать процентное распределение ответов респондентов по.

Уровни организации систем (уровни Вольфа Мерлина) являются независимым способом классификации классов и факторов, что позволяет легко создавать и анализировать различные их подмножества как сами по себе, так и в сопоставлении друг с другом. В.С.Мерлин предложил интегральную концепцию индивидуальности, в которой рассматривал взаимодействие и взаимообусловленность различных уровней свойств личности: от генетически предопределенных, до социально-обусловленных и отражающих сиюминутное состояние. В системе "Эйдос" предусмотрен аппарат, позволяющий классифицировать факторы таким образом, что становится возможным исследовать различные уровни их организации и взаимообусловленности. Уровни организации классов предназначены для классификации будущих состояний активного объекта управления, как целевых, так и нежелательных с точки зрения самого объекта управления и управляющей системы, а также различных вариантов сочетаний этих вариантов. Возможны и другие виды классификации.

Система "Эйдос" обеспечивает решение задач атрибуции анонимных и псевдонимных текстов (установления вероятного авторства), датировки текстов, определения их принадлежности к определенным традициям, школам или течениям мысли. При этом различные структуры, из которых состоят тексты, рассматриваются как их атрибуты. В системе "Эйдос" реализован специальный режим, обеспечивающий автоматическое выявление и ввод этих атрибутов текстов непосредственно из текстовых файлов.

Технология работы в системе "Эйдос" текущей версии не предусматривает одновременной работы многих пользователей с одними и теми же базами данных в режиме корректировки записей. Поэтому возможна эффективная организация распределенной работы по многомашинной технологии без использования ЛВС. Для обеспечения необходимой тождественности справочников на различных компьютерах служит режим "Почтовая служба по НСИ".

Классификационные шкалы и градации в экономических, социально-психологических и политологических исследованиях часто представляют собой опросники (анкеты). Для их распечатки в файл (в поддиректорию "TXT") служит режим: "Печать анкеты". В системе "Эйдос" все текстовые и графические входные и выходные формы автоматически сохраняются в виде файлов, удобных для использования в различных приложениях под Windows.

Ввод-корректировка обучающей информации (БКОСА-2.1)

Данная подсистема обеспечивает ввод и корректировку обучающей выборки, управление ею, синтез и адаптацию модели на основе данных обучающей выборки, экспорт и импорт данных с других компьютеров.

Для ввода-корректировки обучающей выборки служит соответствующий режим, имеющий двухоконный интерфейс, позволяющий ввести в обучающую выборку двухвекторные описания объектов. Левое окно служит для ввода классификационной характеристики объекта. В этом окне каждому объекту соответствует одна строка с прокруткой. В правом окне вводится описательная характеристика объекта на языке признаков. Каждому объекту соответствует окно с прокруткой. Переход между окнами осуществляется по нажатию клавиши "TAB". Количество объектов в обучающей выборке не ограничено. Имеется практический опыт проведения расчетов с объемами обучающей выборки до 70000 объектов, суммарным количеством градаций описательных шкал до 4000 и количеством классов до 3900. Реализована также возможность автоматического формирования объектов обучающей выборки путем кодирования текстовых файлов.

В системе реализован ряд программных интерфейсов, обеспечивающих автоматическое формирование классификационных и описательных шкал и градаций, а также обучающей выборки:

– импорт данных из файлов стандарта "Текст DOS";

– импорт данных из DBF-файлов, стандарта проф. А.Н.Лебедева;

– импорт данных из транспонированных DBF-файлов, стандарта профессора А.Н.Лебедева;

– генерация случайной модели;

– генерация учебной модели для исследования свойств натуральных чисел.

Управление составом обучающей информации (БКОСА-2.2)

Данный режим предназначен для управления обучающей выборкой путем параметрического задания подмножеств анкет для обработки, объединения классов, автоматического ремонта обучающей выборки ("ремонт или взвешивание данных"). Параметрическое выделение подмножества анкет для обработки может осуществляться логически и физически (рекомендуется 2-й вариант), это осуществляется путем сравнения с анкетой-маской. В ней задаются коды тех классов и признаков, которые обязательно должны присутствовать во всех анкетах обрабатываемого подмножества. Режим: "Статистическая характеристика обучающей выборки. Ручной ремонт" предназначен для выявления слабо представленных классов (по которым недостаточно данных) и объединения нескольких классов в один. При этом производится переформирование справочника классов и автоматическое перекодирование анкет обучающей выборки. *В режиме "Автоматический ремонт обучающей выборки (ремонт или взвешивание данных)" реализуется БКОСА-2.2:* задается частотное распределение объектов по категориям, характерное для генеральной совокупности (или другое), затем *автоматически осуществляется формирование последовательных подмножеств анкет обучающей выборки (с увеличивающимся числом анкет), на каждом этапе максимально соответствующих заданному частотному распределению генеральной совокупности*. При этом используется метод последовательных приближений по минимаксному критерию: максимизация корреляции и минимизация максимального отклонения. Система рекомендует оптимальное (по этим двум критериям) подмножество и позволяет исключить остальные анкеты из рассмотрения. При достижении минимакса можно говорить об обеспечении структурной репрезентативности [5].

14.1.2.2. Синтез модели: пакетное обучение системы распознавания (подсистема "Обучение") (БКОСА-3)

Данный режим обеспечивает: расчет матрицы абсолютных частот, поиск и исключение из дальнейшего анализа артефактов, расчет матрицы информативностей, расчет матрицы условных процентных распределений, пакетный режим автоматического выполнения вышеперечисленных 4-х режимов, а также исследовательский режим, обеспечивающий измерение скорости сходимости и семантической устойчивости сформированной содержательной информационной модели.

Расчет матрицы абсолютных частот (БКОСА-3.1.1)

В данном режиме осуществляется последовательное считывание всех анкет обучающей выборки и использование описаний объектов для формирования статистики встреч признаков в разрезе по классам. На экране в наглядной форме отображается стадия этого процесса, который может занимать значительное время при больших размерностях задачи и объеме обучающей выборки. Кроме того, на качественном уровне красным отображается заполнение матрицы абсолютных частот данными: классы соответствуют столбцам, а признаки – строкам. Поэтому значительная фрагментарность данных легко обнаруживается еще на этой стадии. Данный режим обеспечивает полную "развязку по данным" и *независимость времени исполнения процессов синтеза модели и ее анализа от объема обучающей выборки*. Кроме того, в данном режиме выявляются 4 типа формально-обнаружимых ошибок в исходных данных и по ним формируется файл отчета.

Исключение артефактов (робастная процедура) (БКОСА-3.1.2)

В данном режиме на основе исследования частотного распределения частот встреч признаков в матрице абсолютных частот, делаются выводы:

– об отсутствии статистики и невозможности обнаружения и исключения артефактов;

– о наличии статистики и возможности выявления артефактов (если частоты встреч признаков растут пропорционально объему обучающей выборки, то это нормально, артефактами считаются признаки, по которым эта закономерность нарушается).

На основе этих выводов рекомендуется частота, которая признается незначимой и характерной для артефактов и осуществляется переформирование баз данных с исключенными артефактами.

Расчет матриц информативностей (БКОСА-3.1.3, 3.2, 3.3)

В этом режиме непосредственно на основе матрицы абсолютных частот с применением системного обобщения формулы Харкевича, предложенного автором в рамках СТИ, рассчитывается матрица информативностей, определяются значимость признаков, степень сформированности обобщенных образов классов, а также обобщенный критерий сформированности модели Харкевича для всей матрицы информативностей в целом. На экране монитора наглядно отображается стадия выполнения процесса и структура заполнения матрицы информативностей значимыми данными (на качественном уровне). На основе матрицы абсолютных частот рассчитывается и матрица условных процентных распределений.

Автоматическое выполнение режимов 1-2-3-4. В данном пакетном режиме последовательно выполняются ранее перечисленные режимы обучения системы (кроме режима исключения артефактов).

Измерение сходимости и устойчивости модели

Для измерения сходимости и устойчивости модели СК-анализа задаются параметры, определяющие исследование скорости сходимости:

– порядок выборки анкет (физический, случайный, в порядке возрастания соответствия генеральной совокупности, в порядке убывания степени многообразия, вносимого анкетой в модель);

– количество и коды признаков, по которым исследуется сходимость модели;

– интервал сглаживания для расчета скользящей погрешности.

В данном режиме организован цикл по объектам обучающей выборки, в котором после учета каждой анкеты в матрице абсолютных частот перерассчитывается матрица информативностей и в отдельной базе данных запоминаются информативности для заданных признаков. Это позволяет измерять и графически отображать скорость сходимости и семантическую устойчивость модели. В работе [5] на примере прогнозирования фондового рынка, подробно рассматриваются вопросы сходимости и семантической устойчивости содержательной информационной модели.

Почтовая служба по обучающей информации обеспечивает экспорт и импорт баз данных обучающей выборки при решении задач в системе "Эйдос" по многомашинной технологии.

14.1.2.3. Оптимизация модели (подсистема "Оптимизация") (БКОСА-4)

В данной подсистеме реализовано несколько различных подходов к повышению адекватности модели: контролируемое существенное снижение размерности семантических пространств классов и атрибутов при несущественном уменьшении их объема без уменьшения адекватности модели; разделение классов на типичные и нетипичные части и друге, некоторые из которых кратко будут рассмотрены ниже.

Формирование ортонормированного базиса классов (БКОСА-4.2)

Формирование ортонормированного базиса классов реализуется с применением одного из трех итерационных алгоритмов оптимизации, относящиеся к методу последовательных приближений:

1) исключение из модели заданного количества наименее сформированных классов;

2) исключение заданного процента количества классов от оставшихся (адаптивный шаг);

3) исключение классов, вносящих заданный процент степени сформированности от оставшегося суммарного (адаптивный шаг).

Критерий остановки процесса последовательных приближений – срабатывание хотя бы одного из заданных ограничений:

а) достигнуто заданное минимальное количество классов в модели;

б) достигнута заданная полнота описания признака.

Прокрутка окна вправо позволяет просмотреть дополнительные характеристики, позволяющие оценить степень сформированности образов классов и ортонормированность пространства классов.

Исключение признаков с низкой селективной силой (БКОСА-4.1)

С этой целью реализовано три итерационных алгоритма оптимизации, относящиеся к методу последовательных приближений:

– путем исключения из модели заданного количества наименее значимых признаков;

– путем исключения заданного процента количества признаков от оставшихся (адаптивный шаг);

– путем исключения признаков, вносящих заданный процент значимости от оставшейся суммарной (адаптивный шаг).

Критерий остановки процесса исключения признаков с низкой селективной силой – срабатывание одного из заданных ограничений:

а) достигнуто заданное минимальное количество признаков в модели;

б) достигнуто заданное минимальное количество признаков на класс (полнота описания класса).

Удаление классов и признаков, по которым недостаточно данных

В данном режиме реализована возможность удаления из модели всех классов и признаков, по которым или вообще нет данных, или их недостаточно в соответствии с заданным критерием. Этот режим сходен с режимом выявления и исключения артефактов.

Разделение классов на типичную и нетипичные части

Если объекты, относящиеся к классу, обладают незначительной вариабельностью по признакам, то обобщенный образ класса получается четким и хорошо идентифицируемым, если же эта вариабельность высока, то он получается аморфным, расплывчатым и класс плохо идентифицируемым, в результате чего во втором случае объекты, в действительности принадлежащие к данному классу иногда не относятся системой к нему, т.е. рассматриваются как нетипичные. В данном режиме (_34) реализован эффективный итерационный алгоритм, в котором на основе этих нетипичных объектов создаются новые классы с тем же названием, что и исходный и с указанием номера итерации, на которой они созданы. В результате классы с высокой внутренней вариабельностью входящих в них объектов разбиваются на подклассы с низкой внутренней вариабельностью и достоверность модели быстро возрастает.

14.1.2.4. Верификация модели (оценка ее адекватности) (БКОСА-5)

Данный режим исполняется после синтеза модели. Верификация модели осуществляется путем копирования обучающей выборки в распознаваемую, пакетного распознавания и последующего анализа в режиме "Измерение валидности системы распознавания" подсистемы "Анализ". Он показывает средневзвешенную погрешность идентификации (интегральная валидность) и погрешность идентификации в разрезе по классам. При этом объект считается отнесенным к классу, с которым у него наибольшее сходство. Необходимо отметить, что остальные классы, находящиеся по уровню сходства на второй и последующих позициях *не учитываются*. Это обусловлено тем, что их учет привел бы к *завышению* оценки валидности модели.

Классы, по которым дифференциальная валидность неприемлемо низка считаются не сформированными. Причинами этого может быть очень высокая вариабельность объектов, отнесенных к данным классам (тогда имеет смысл разделить их на несколько), а также недостаток достоверной классификационной и описательной информации по этим классам (некорректная работа экспертов).

14.1.2.5. Эксплуатация приложения в режиме адаптации и периодического синтеза модели (БКОСА-7, БКОСА-9, БКОСА-10)

Идентификация и прогнозирование (подсистема "Распознавание") (БКОСА-7)

Данная подсистема реализует режимы ввода и корректировки распознаваемой выборки; пакетного распознавания; вывода результатов и межмашинного обмена данными. Ввод-корректировка распознаваемых анкет осуществляется в двухоконном интерфейсе: в левом окне показаны заголовки идентифицируемых объектов, в которых отображаются их коды и условные наименования, а в правом окне – описания объектов на языке признаков. В левом окне каждому объекту соответствует строка, а в правом – окно с прокруткой. Переход между окнами происходит по нажатию клавиши "TAB". В данном режиме каждая анкета распознаваемой выборки последовательно идентифицируется с каждым классом. Вывод результатов распознавания (идентификации и прогнозирования) возможен в двух разрезах:

а) информация о сходстве каждого объекта со всеми классами;

б) информация о сходстве каждого класса со всеми объектами.

Система генерирует обобщающий отчет по итогам идентификации, в котором в каждой строке дана информация о классе, с которым распознаваемый объект имеет наивысший уровень сходства (в процентах). Качество результата идентификации – это эвристическая оценка качества, учитывающая максимальную величину сходства, различие между первым и вторым классами по уровню сходства и в (меньшей степени) общий вид распределения классов по уровням сходства с данным объектом. Каждой строке обобщающего отчета соответствует карточка результатов идентификации (прогнозирования), которая по сути дела представляет собой результат разложения вектора объекта в ряд по векторам классов. Эти карточки распечатываются в файл с полными наименованиями классов и содержат классы, с уровнем сходства выше заданного.

Почтовая служба по распознаваемым анкетам обеспечивает запись на дискету распознаваемой выборки и считывание распознаваемой выборки с дискеты с добавлением к имеющейся на текущем компьютере. Этот режим служит для объединения информации по идентифицируемым объектам, введенной на различных компьютерах.

Подсистема "Типология" обеспечивает типологический анализ классов и признаков.

Типологический анализ классов включает: информационные (ранговые) портреты; кластерно-конструктивный и когнитивный анализ классов.

Информационные портреты классов (БКОСА-9.1)

Информационный портрет класса представляет собой список признаков в порядке убывания количества информации о принадлежности к данному классу. *Такой список представляет собой результат решения обратной задачи идентификации (прогнозирования)*. Фильтрация (F6) позволяет выделить из информационного портрета класса диапазон признаков (по кодам или уровням Мерлина) и, таким образом, исследовать влияние заданных признаков на переход активного объекта управления в состояние, соответствующее данному классу.

Кластерный и конструктивный анализ классов обеспечивает: расчет матрицы сходства классов; генерацию кластеров и конструктов; просмотр и печать кластеров и конструктов; пакетный режим, обеспечивающий автоматическое выполнение первых трех режимов при установках параметров "по умолчанию";

визуализацию результатов кластерно-конструктивного анализа в форме семантических сетей и когнитивных диаграмм.

Расчет матрицы сходства образов классов (БКОСА-10.1.1)

В данном режиме непосредственно на основе оптимизированной матрицы информативностей рассчитывается матрица сходства классов. На экране в наглядной форме отображается информация о текущей стадии выполнения этого процесса.

Генерация кластеров и конструктов классов (БКОСА-10.1.2)

В данном режиме пользователем задаются параметры для генерации кластеров и конструктов классов, позволяющие исключить из форм центральную часть конструктов (оставить только полюса), а также сформировать кластеры и конструкты для заданных (кодами или уровнями Мерлина) подматриц. В данном режиме обеспечивается отображение отчета по конструктам и вывод его в виде текстового файла. Реализован режим быстрого поиска заданного конструкта и быстрый выход на него по заданному классу.

Автоматическое выполнение режимов 1-2-3

В данном пакетном режиме автоматически выполняются вышеперечисленные 3 режима с параметрами "по умолчанию". Выполнение пакетного режима целесообразно в самом начале проведения типологического анализа для общей оценки его результатов. Более детальные результаты получаются при выполнении отдельных режимов с конкретными значениями параметров.

Вывод 2d-семантических сетей классов (БКОСА-10.1.3)

В данном режиме пользователем в диалоге с системой "Эйдос" задаются коды от 3 до 12 классов (ограничение связано с тем, что больше классов не помещается на мониторе при используемом разрешении), а затем на основе данных матрицы сходства классов отображается ориентированный граф, в вершинах которого находятся классы, а ребра соответствуют знаку (красный – "+", синий – "-") и величине (толщина линии) сходства/различия между ними. Посередине каждой линии уровень сходства/различия соответствующих классов отображается в числовой форме (в процентах). Такие графы в данной работе называются 2d-семантическими сетями классов (2d означает "двухмерные").

Когнитивные диаграммы классов (БКОСА-10.3.1, 10.3.2)

В системе "Эйдос" реализован двухоконный интерфейс ввода задания на формирование когнитивных диаграмм и пример такой диаграммы. Переход между окнами осуществляется по клавише "TAB", выбор класса для когнитивной диаграммы – по нажатию клавиши "Enter". В верхней левой части верхнего окна отображаются коды выбранных классов. Генерация и вывод когнитивной диаграммы для заданных классов выполняется по нажатию клавиши F5. Отображаемые диаграммы всегда записываются в виде графических файлов в соответствующие поддиректории. Имеются также пакетные режимы генерации диаграмм: генерацию когнитивных диаграмм для полюсов конструктов (F6), генерация всех возможных когнитивных диаграмм (F7), а также генерация диаграмм Вольфа Мерлина (F8). При задании всех этих режимов имеется возможность задания большого количества параметров, определяющих вид диаграмм и содержание отображаемой на них информации.

Типологический анализ атрибутов обеспечивает: формирование и отображение семантических портретов атрибутов (признаков), а также кластерно-конструктивный и когнитивный анализ атрибутов.

Семантические портреты атрибутов (БКОСА-9.2)

В данном режиме обеспечивается формирование семантического портрета заданного признака и его отображение в текстовой и графической формах. Окно для просмотра текстового отчета имеет прокрутку вправо, что позволяет отобразить количественные характеристики. Графическая диаграмма выводится по нажатию клавиши F5, и может быть непосредственно распечатана или записана в виде графического файла в соответствующую поддиректорию.

Кластерный и конструктивный анализ атрибутов обеспечивает: расчет матрицы сходства признаков; генерация кластеров и конструктов признаков: просмотр и печать результатов кластерно-конструктивного анализа; автоматическое выполнение перечисленных режимов; отображение результатов кластерно-конструктивного анализа в форме семантических сетей и когнитивных диаграмм.

Расчет матрицы сходства атрибутов (БКОСА-10.2.1)

Стадия выполнения расчета матрицы сходства признаков наглядно отображается на мониторе.

Генерация кластеров и конструктов атрибутов (БКОСА-10.2.2)

В данном режиме имеется возможность задания ряда параметров, детально определяющих обрабатываемые данные и форму вывода результатов анализа и отображаются результаты кластерно-конструктивного анализа. Имеются также многочисленные возможности манипулирования данными (различные варианты поиска, сортировки и фильтрации).

Автоматическое выполнение режимов 1-2-3. Автоматически реализуются три вышеперечисленные режима.

Вывод 2d-семантических сетей атрибутов (БКОСА-10.2.3)

Результаты кластерно-конструктивного анализа признаков отображаются для заданных признаков в наглядной графической форме семантических сетей.

Когнитивные диаграммы атрибутов (БКОСА-10.4.1, 10.4.2)

Это новый вид когнитивных диаграмм, не встречающийся в литературе. Частным случаем этих диаграмм являются инвертированные диаграммы Вольфа Мерлина (терм. авт.). При их генерации имеется возможность задания ряда параметров, определяющих обрабатываемые данные и форму отображения результатов.

В подсистеме "Анализ" реализованы режимы:

– оценки анкет по шкале лживости;

– измерения внутренней интегральной и дифференциальной валидности модели;

– измерения независимости классов и признаков (стандартный анализ χ^2);

– генерации большого количества разнообразных 2d & 3d графических форм на основе данных матриц абсолютных частот, условных процентных распределений и информативностей (2d & 3d означает: "двухмерные и трехмерные");

– генерации и графического отображения нелокальных нейронов, нейронных сетей, классических и интегральных когнитивных карт.

Оценка достоверности заполнения анкет

В данном режиме исследуются корреляции между ответами в каждой анкете, эти корреляции сравниваются с выявленными на основе всей обучающей выборки и все анкеты ранжируются в порядке уменьшения типичности обнаруженных в них корреляций. Считается, что если корреляции в анкете соответствуют "среднестатистическим", которые принимаются за "норму", то анкета отражает обнаруженные макрозакономерности, если же нет, то возникает подозрение в том, что она заполнена некорректно.

В режиме "Измерение независимости объектов и признаков" реализован стандартный анализ χ^2, а также рассчитываются коэффициенты Пирсона, Чупрова и Крамера, популярные в экономических, социологических и политологических исследованиях. В системе задание на расчет матриц сопряженности вводится в специальный бланк, который служит также для отображения обобщающих результатов расчетов. На основе этого задания рассчитываются и записываются в форме текстовых файлов одномерные и двумерные матрицы сопряженности для заданных подматриц.

В отличие от матриц сопряженности, выводимых в известной системе SPSS, здесь они выводятся ***с текстовыми пояснениями*** *на том языке, на котором сформированы классификационные и описательные шкалы,* ***с констатацией*** *того, обнаружена ли статистически-значимая связь на заданном уровне значимости*. Необходимо также отметить, что в системе "Эйдос" не используются табулированные теоретические значения критерия χ^2 для различных степеней свободы, а необходимые теоретические значения ***непосредственно рассчитываются системой, причем со значительно большей точностью, чем они приведены в таблицах*** (при этом численно берется обратный интеграл вероятностей).

Режим "Просмотр профилей классов и признаков". Система "Эйдос" текущей версии 12.5 позволяет генерировать и выводить более 54 различных ***видов*** 2d & 3d графических форм, каждая из которых выводится в форме, определяемой задаваемыми в диалоге параметрами.

Подсистема "Сервис". Реальная эксплуатация ни одной программной системы невозможна либо без тщательного сопровождения эксплуатации и без наличия в системе ***развитых средств обеспечения надежности эксплуатации***. В системе "Эйдос" для этого служит подсистема "Сервис" в которой:

– автоматически ведется архивирование баз данных;

– создаются отсутствующие базы данных и индексные массивы;

– распечатываются в текстовые файлы служебные формы, являющиеся основой содержательной информационной модели (базы абсолютных частот, условных процентных распределений и информативностей).

В подсистему "Сервис" входит также интеллектуальная дескрипторная информационно-поисковая система, автоматически генерирующая нечеткие дескрипторы и имеющая интерфейс нечетких запросов на любом естественном языке, использующем кириллицу или латиницу (т.е. не только русском). Отчет по результатам запроса содержит информационные объекты базы данных системы, ранжированные в порядке уменьшения степени соответствия запросу.

14.1.3. Технические характеристики и обеспечение эксплуатации системы "ЭЙДОС" (версии 12.5)

14.1.3.1. Состав системы "Эйдос": базовая система, системы окружения и программные интерфейсы импорта данных

Система "Эйдос" (последней версии 12.5) включает базовую систему (система "Эйдос" в узком смысле слова), три системы окружения, а также ряд программных интерфейсов с внешними источниками данных:

– систему анализа и прогнозирования ситуация на фондовом рынке "Эйдос-фонд", разработанную совместно с Б.Х.Шульман [97, 111];

– систему комплексного психологического тестирования "Эйдос-Ψ", созданную совместно с С.Д.Некрасовым [97, 118];

– систему типизации и идентификации социального статуса респондентов по их астрономическим показателями на момент рождения "Эйдос-астра", разработанную совместно с А.П.Труневым и В.Н.Шашиным [104, 108, 122, 131, 173, 185, 187, 190, 204, 207, 208, 219, 222, 227, 228, 229, 234, 239, 242, 243, 244, 270, 276].

Системы окружения представляют собой развитие программные интерфейсы базовой системы "Эйдос" с внешними базами данных психологических тестов, биржевыми базами данных и базами данных социологической информации соответственно, а также выполняют ряд самостоятельных функций по предварительной обработке информации, визуализации результатов анализа и т.д. Кроме того, в саму базовую систему "Эйдос" включены программные интерфейсы, обеспечивающие формализацию предметной области и импорт данных из внешних источников данных различных стандартов (текстовых файлов и баз данных).

14.1.3.2. Отличия системы "Эйдос" от аналогов: экспертных и статистических систем

От экспертных систем система "Эйдос" отличается тем, что для ее обучения от экспертов требуется лишь само их решение о принадлежности того или иного объекта или его состояния к определенному классу, а не формулирование правил (продукций) или весовых коэффициентов, позволяющих прийти к такому решению (система генерирует их сама, т.е. автоматически). Дело в том, что часто эксперт не может или не хочет вербализовать, тем более формализовать свои способы принятия решений. Система "Эйдос" генерирует обобщенную таблицу решений непосредственно на основе эмпирических данных и их *оценки* экспертами.

От систем статистической обработки информации система "Эйдос" отличается, прежде всего, своими целями, которые состоят в следующем: формирование обобщенных образов исследуемых классов распознавания и признаков по данным обучающей выборки (т.е. обучение); исключение из системы признаков тех из них, которые оказались наименее ценными для решения задач системы; вывод информации по обобщенным образам классов распознавания и признаков в удобной для восприятия и анализа текстовой и графической форме (информационные или ранговые портреты); сравнение распознаваемых формальных описаний объектов с обобщенными образами классов распознавания (распознавание); сравнение обобщенных образов классов распознавания и признаков друг с другом (кластерно-конструктивный анализ); расчет частотных распределений классов распознавания и признаков, а также двумерных матриц сопряженности на основе критерия χ^2 и коэффициентов Пирсона, Чупрова и Крамера; результаты кластерно-конструктивного и информационного анализа выводятся в форме семантических сетей и когнитивных диаграмм. Система "Эйдос" в универсальной форме автоматизирует базовые когнитивные операции системного анализа, т.е. является инструментарием СК-анализа. Таким образом, система "Эйдос" выполняет за исследователя-аналитика ту работу, которую при использовании систем статистической обработки ему приходится выполнять вручную, что чаще всего просто невозможно при реальных размерностях данных. Поэтому система "Эйдос" и называется универсальной когнитивной аналитической системой.

14.1.3.3. Некоторые количественные характеристики системы "Эйдос"

Система "Эйдос" обеспечивает генерацию и запись в виде файлов более 54 видов 2d & 3d графических форм и 50 видов текстовых форм.

При применении системы в самых различных предметных областях обеспечивается достоверность распознавания обучающей выборки: на уровне 90% (интегральная валидность), которая существенно повышается после Парето-оптимизации системы признаков (т.е. после исключения признаков с низкой селективной силой), удаления из модели артефактов, а также классов и признаков, по которым недостаточно данных, разделения классов на типичные и нетипичные части. Система "Эйдос" версии 12.5 обеспечивает синтез модели, включающей десятки тысяч классов и признаков при неограниченном объеме обучающей выборки, причем признаки могут быть не только качественные (да/нет), но и количественные, т.е. числовые. В некоторых режимах анализа модели имеются ограничения на ее размерность, которые на данном этапе преодолеваются путем снижения размерности модели. Реализована возможность разработки супертестов, в том числе интеграции стандартных тестов в свою среду, (при этом не играет роли известны ли методики интерпретации, т.е. "ключи" этих тестов). В системе имеется научная графика, обеспечивающая высокую степень наглядности, а также естественный словесный интерфейс при обучении Системы и запросах на распознавание.

Исходные тексты системы "Эйдос" и систем окружения "Эйдос-Ψ", "Эйдос-фонд" и «Эйдос-астра» в формате "Текст-DOS" имеют объем около 2.5 Мб; их распечатка 6-м шрифтом составляет около 800 страниц.

14.1.3.4. Обеспечение эксплуатации системы "Эйдос"

Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос" представляет собой программную систему, и для ее эксплуатации, как и для эксплуатации любой программной системы, необходима определенная инфраструктура. Без инфраструктуры эксплуатации любая программная система остается лишь файлом, записанным на винчестере. В зависимости от масштабности решаемых задач управления и специфики предметной области данная структура может быть как довольно малочисленной, так и более развитой. Однако в любом случае ее основные функциональные и структурные характеристики остаются примерно одними и теми же. Кратко рассмотрим эту инфраструктуру на примере гипотетической организации, производящей определенные виды продукции.

Основная цель: обеспечивать информационную и аналитическую поддержку деятельности организации, направленную на производство запланированного объема продукции заданного качества, достижение высокой эффективности управления и устойчивого поступательного развития.

Данная основная цель предполагает выполнение информационных и аналитических работ с различными объектами деятельности, находящимися на различных структурных уровнях как самой организации, так и ее окружения: персональный уровень;

уровень коллективов (подразделений); уровень организации в целом; окружающая среда (непосредственное, региональное, международное окружение). Для достижения основной цели для каждого класса объектов должны регулярно выполняться следующие работы: оценка (идентификация) текущего состояния с накоплением данных (мониторинг); прогнозирование развития (оперативное, тактическое и стратегическое); выработка рекомендаций по управлению. *Необходимо особо подчеркнуть, что основная цель может быть достигнута только при условии соблюдения вполне определенной наукоемкой технологии, основы которой изложены в данном исследовании.*

Задачи, решаемые для достижения цели работы:

1. Мониторинг: оценка и идентификация текущего (фактического, актуального) состояния объекта управления; накопление данных идентификации в базах данных в течение длительного времени.

2. Анализ: выявление причинно-следственных зависимостей путем анализа данных мониторинга.

3. Прогнозирование: оперативное, тактическое и стратегическое прогнозирование развития объекта управления и окружающей среды путем использования закономерностей, выявленных на этапе анализа данных мониторинга.

4. Управление: анализ взаимодействия объекта управления с окружающей средой и выработка рекомендаций по управлению.

Таким образом, по мнению автора, ***управление является высшей, существующей на данный момент формой обработки информации***.

Для достижения основной цели и решения задач управления необходимо выполнять работы по следующим направлениям: регулярное получение исходной информации о состоянии объекта управления; обработка исходной информации на компьютерах; анализ обработанной информации, прогнозирование развития объекта управления, выработка рекомендаций по оказанию управляющих воздействий на объект управления; разработка и применение (или предоставление рекомендаций заказчикам) различных методов оказания управляющих воздействий на объект управления.

Для этого необходима определенная организационная структура: ***научно-методический отдел*** включает: научно-методический сектор; сектор разработки программного обеспечения; сектор внедрения и сопровождения программного обеспечения; сектор организационного и юридического обеспечения; ***отдел мониторинга***: сектор исследования объекта управления; сектор по работе с независимыми экспертами; сектор по взаимодействию с поставляющими информацию организациями; сектор по анализу информации общего пользования; ***отдел обработки информации***: сектор ввода исходной информации (операторы); сектор сетевых технологий и Internet; сектор внедрения, эксплуатации и сопровождения программных систем; сектор технического обслуживания компьютерной техники; сектор ведения архивов баз данных по проведенным исследованиям; ***аналитический отдел*** имеет структуру, обеспечивающую компетентный профессиональный анализ результатов обработки данных мониторинга по объектам, которые приняты для контроля и управления.

Для выполнения работ по этим направлениям необходимо определенное обеспечение деятельности: техническое, программное, информационное, организационное, юридическое и кадровое. Детально подобная структура и виды обеспечения ее деятельности описаны в работе [94].

14.1.4. АСК-анализ, как технология синтеза и эксплуатации рефлексивных АСУ активными объектами

Применение АСК-анализа обеспечивает выявление информационных зависимостей между факторами различной природы и будущими состояниями объекта управления, т.е. позволяет осуществить синтез содержательной информационной модели, а фактически – осуществить синтез АСУ. Применение АСК-анализа в составе АСУ обеспечивает ее эксплуатацию в режиме непрерывной адаптации модели (на детерминистских этапах), а когда это необходимо (т.е. после прохождения точек бифуркации) – и ее нового синтеза.

Ниже приведена технология системы "Эйдос" как инструментария АСК-анализа:

Шаг 1–й: формализация предметной области (БКОСА-1): разработка описательных и классификационных шкал и градаций, необходимых для формализованного описания предметной области. Описательные шкалы описывают факторы различной природы, влияющие на поведение активных объектов управления (АОУ), а классификационные – все его будущие состояния, в том числе целевые.

Шаг 2–й: формирование обучающей выборки (БКОСА-2): информация о состоянии среды и объекта управления, а также вариантах управляющих воздействий поступает на вход системы. Работа по преобразованию этой информации в формализованный вид (т.е. кодирование) осуществляется специалистами, обслуживающими систему с использованием описательных и классификационных шкал. Вся эта информация представляется в виде специальных кодированных бланков, используемых также для ввода информации в компьютер. В результате ее формируется так называемая "обучающая выборка".

Шаг 3–й: обучение (БКОСА-3): обучающая выборка обрабатывается обучающим алгоритмом, на основе чего им формируются решающие правила (обобщенные образы состояний АОУ, отражающие весь спектр будущих возможных состояний объекта управления) и определяется ценность факторов для решения задач подсистем идентификации, мониторинга, прогнозирования и выработки управляющих воздействий.

Шаг 4–й: оптимизация (БКОСА-4): факторы, не имеющие особой прогностической ценности, корректным способом удаляются из системы. Данный процесс осуществляется с помощью итерационных алгоритмов, при этом обеспечивается выполнение ряда ограничений, таких как результирующая размерность пространства факторов, его информационная избыточность и т.п.

Шаг 5–й: верификация модели (БКОСА-5): выполняется после каждой адаптации или пересинтеза модели. На этом шаге обучающая выборка копируется в распознаваемую и осуществляется ее автоматическая классификация (в режиме распознавания). Затем рассчитываются так называемые внутренняя дифференциальная и интегральная валидности, характеризующие качество решающих правил.

Шаг-6: принятие решения об эксплуатации модели или ее пересинтезе. Если результаты верификации модели удовлетворяют разработчиков рефлексивной АСУ активными объектами

(РАСУ АО), то она переводится из пилотного (экспериментального) режима, при котором управляющие решения генерировались, но не исполнялись, в режим экспериментальной эксплуатации, а затем и опытно–производственной эксплуатации, когда они реально начинают использоваться для управления. Иначе, т.е. если же модель признана недостаточно адекватной, то необходимо осуществить ее пересинтез, начиная с шага 1. При этом используются следующие приемы: расширение набора факторов, т.к. значимые факторы могли не войти в модель; увеличение объема обучающей выборки, т.к. существенные примеры могли не войти в обучающую выборку; исключение артефактов, т.к. в модель могли вкрасться существенно искажающие ее не подтверждающиеся данные; пересмотр экспертных оценок и, если необходимость этого возникает систематически, то и переформирование экспертного совета, т.к. причиной этого могла быть некомпетентность экспертов; объединение некоторых классы, т.к. по ним недостаточно данных; разделение некоторых классов, т.к. по ним слишком высокая вариабельность объектов по признакам, и т.д.

Шаг 7-й: идентификация и прогнозирование состояния АОУ (БКОСА-7).

Шаг 8-й: оценка качества идентификации состояния АОУ. Если качество идентификации высокое, то состояние АОУ рассматривается как типовое, а значит, причинно-следственные взаимосвязи между факторами и будущими состояниями данного объекта управления считаются адекватно отраженными в модели и известными (т.е. если качество идентификации высокое, то считается, что объект относится к генеральной совокупности, по отношению к которой обучающая выборка репрезентативна). Поэтому в этом случае осуществляется переход на Шаг-9 (выработка управляющего воздействия и последующий анализ). Иначе – считается, что на вход системы идентификации попал объект, не относящийся к генеральной совокупности, адекватно представленной обучающей выборкой. Поэтому в этом случае информация о нем поступает на Шаг-13, начиная с которого запускается процедура пересинтеза модели, что приводит к расширению генеральной совокупности, представленной обучающей выборкой.

Шаг 9-й: выработка решения об управляющем воздействии (БКОСА-9) путем решения обратной задачи прогнозирования [97].

Шаг 10–й типологический анализ классов и факторов (БКОСА-10): кластерно-конструктивный и когнитивный анализ, семантические сети, когнитивные диаграммы состояний АОУ и факторов [97].

Шаг 11-й: многофакторное планирование и принятие решения о применении системы управляющих факторов (БКОСА-11).

Шаг 12-й: оценка адекватности принятого решения об управляющих воздействиях: если АОУ перешел в заданное целевое состояние, то осуществляется переход на вход адаптации содержательной информационной модели (Шаг-2): в подсистеме идентификации предусмотрен режим дополнения распознаваемой выборки к обучающей, чтобы в последующем, когда станут известны результаты управления, этой верифицированной (т.е. достоверной) оценочной информацией дополнить обучающую выборку и переформировать решающие правила (обучающая обратная связь). Иначе, т.е. если АОУ не перешел в заданное целевое состояние, переход на вход пересинтеза модели (Шаг-1), при этом могут быть изменены и описательные, и классификационные (оценочные) шкалы, что позволяет качественно расширить сферу адекватного функционирования РАСУ АО.

Шаг 13–й (неформализованный поиск нетипового решения об управляющем воздействии и подготовка данных для пересинтеза модели, как в случае, если решения оказалось удачным, так и в противном случае).

Таким образом, предложена технология применения системы "Эйдос" как инструментария применения АСК-анализа, основанного на системной теории информации, ориентированной на синтез рефлексивных АСУ АО. В процессе эксплуатации системы "Эйдос" успешно решаются все задачи АСК-анализа: формирование обобщенных образов состояний АОУ на основе обучающей выборки (обучение); идентификация состояний АОУ на основе его параметров (распознавание); определение влияния входных параметров на перевод АОУ в различные будущие состояния (обратная задача прогнозирования); прогнозирование поведения

АОУ в условиях полного отсутствия управляющих воздействий; прогнозирование поведения АОУ при различных вариантах многофакторных управляющих воздействий.

Кроме того, выявленные в результате работы рефлексивной АСУ причинно-следственные зависимости между факторами различной природы и будущими состояниями объекта управления позволяют, при условии неизменности этих закономерностей в течение достаточно длительного времени, построить АСУ с постоянной моделью классического типа.

14.1.5. Выводы

1. Создан программный и методический инструментарий СК-анализа – Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос", рядом Свидетельств РосПатента РФ [111-137].

2. Система "Эйдос" на базе формализуемой когнитивной концепции успешно реализует предложенную семантическую информационную модель и алгоритмы базовых когнитивных операций системного анализа, и, таким образом, является специальным программным инструментарием для синтеза и эксплуатации приложений управления знаниями. С*истема "Эйдос" является эффективным инструментарием СК-анализа*. В функциях и структуре системы "Эйдос" нашли воплощение фундаментальные закономерности познания, связанные с функциональной асимметрией мозга и знаковых систем [94].

3. Технология синтеза и эксплуатации приложений системы "Эйдос", видеограммы ее пользовательского интерфейса и технические характеристики (текущая версия системы "Эйдос-12.5" позволяет обрабатывать десятки тысяч будущих состояний активных объектов управления и градаций факторов).

4. Технология разработки приложения управления знаниями в системе "Эйдос" включает: когнитивную структуризацию и формализацию предметной области (подсистема "Словари"); синтез модели (подсистема "Обучение"); оптимизацию модели (подсистема "Оптимизация"); верификацию модели (оценка сте-

пени адекватности, скорости сходимости и семантической устойчивости модели).

5. Технология эксплуатации приложения системы "Эйдос" в режиме адаптации и синтеза модели включает: идентификацию и прогнозирование (подсистема "Распознавание"); кластерно-конструктивный, семантический и когнитивный анализ (подсистема "Типология"); анализ достоверности, валидности, независимости (подсистема "Анализ"); средства и инструменты обеспечения надежности эксплуатации (подсистема "Сервис").

5. Система "Эйдос" является большой системой. Листинг ее исходных текстов (вместе с системами окружения "Эйдос-фонд", "Эйдос-Ψ" и «Эйдос-астра») 6-м шрифтом составляет около 800 страниц, в процессе работы система оперирует десятками баз данных (около 70).

6. Разработана инфраструктура применения системы "Эйдос", детализированы организационные, юридические, экономические, технические и другие аспекты информационной технологии применения данной системы для решения задач синтеза рефлексивных АСУ активными объектами и эксплуатации этих АСУ в режиме адаптации и периодического синтеза модели.

7. Разработана технология синтеза рефлексивных АСУ активными объектами и методики ее применения в конкретных предметных областях. Предложено рассматривать алгоритм СК-анализа, как алгоритм синтеза рефлексивных АСУ активными, а сам СК-анализ, как технологию синтеза рефлексивных АСУ активными объектами и их эксплуатации в режиме адаптации и периодического синтеза модели:

шаг 1–й: формализация предметной области (БКОСА-1);

шаг 2–й: формирование обучающей выборки (БКОСА-2);

шаг 3–й: обучение (БКОСА-3);

шаг 4–й: оптимизация (БКОСА-4);

шаг 5–й: верификация модели (БКОСА-5);

шаг 6-й: принятие решения об эксплуатации модели или ее пересинтезе;

шаг 7-й: идентификация и прогнозирование состояния АОУ (БКОСА-7);

шаг 8-й: оценка качества идентификации состояния АОУ;

шаг 9-й: выработка решения об управляющем воздействии (БКОСА-9);

шаг 10–й: типологический анализ классов и факторов (БКОСА-10);

шаг 11-й: многофакторное планирование и принятие решения о применении системы управляющих факторов (БКОСА-11);

шаг 12-й: оценка адекватности принятого решения об управляющих воздействиях;

шаг 13–й: (неформализованный поиск нетипового решения об управляющем воздействии и подготовка данных для пересинтеза модели, причем как в случае, если решение оказалось удачным, так и в противном случае).

Постановка и программная реализация системы «Эйдос» универсальна, т.е. не зависит от предметной области, потому она может быть эффективно применена в самых различных предметных областях.

14.1.6. Перспективы развития системы «Эйдос»

Основную перспективу развития Универсальной когнитивной аналитической системы «Эйдос» автор видит в разработке многоязычной (прежде всего русской и английской) Internet версии (***система «Эйдос-net»),*** работающей в локальной сети Host-компьютера (на кластере), к которой был бы обеспечен доступ с любого компьютера, находящегося в Internet.

Основные отличия системы «Эйдос-net» от локальной версии состоят в наличии диспетчера приложений и нескольких уровней авторизации пользователей. Предполагается также пересмотреть структуру диалога системы, а также снять ограничения на размерности обрабатываемых моделей, имеющиеся в текущей версии. Подробнее перспективы развития СК-анализа и системы «Эйдос» описаны в 7-й главе работы [97][144].

[144] http://lc.kubagro.ru/aidos/aidos02/7.htm

Диспетчер приложений обеспечивает создание или выбор текущего приложения в пределах компетенции пользователя, определяемого уровнем авторизации. Предполагается несколько уровней ***авторизации:***

Таблица – УРОВНИ АВТОРИЗАЦИИ И ПРАВА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СИСТЕМЫ «ЭЙДОС-NET»

№	Статус пользователя	Права пользователя	Источник полномочий
1	Администратор приложения	Создание и удаление своих приложений и в них пересинтез моделей; решение задач прогнозирования и поддержки принятия решений; исследование СИМ	Модератор: автор сайта – системы «Эйдос-net»
2	Специалист	Адаптация моделей, в которых он авторизован, решение в них задач прогнозирования и поддержки принятия решений	Модериратор: администратор приложения
3	Пользователь	Решение задач прогнозирования и поддержки принятия решений в приложениях, в которых он авторизован администратор приложения	Модериратор: администратор приложения
4	Ученик	Просмотр системы меню и публикаций по системе, возможность осваивать лабораторные работы	Немодерируемый доступ

В настоящее время автор работает над реализацией этого проекта.

Но необходимо отметить, что и сегодня имеется техническая возможность:

– *одновременной* интерактивной on-line *демонстрации* текущей «локальной» версии системы «Эйдос» на любом количестве компьютеров, подключенных к Internet;

– удаленной инсталляции системы «Эйдос» для дальнейшего использования на этих удаленных компьютерах;

– удаленного использования системы «Эйдос» на любых компьютерах, на которых она проинсталлирована.

Для обеспечения всех этих возможностей может быть использована, например, программа TeamViewer (http://www.teamviewer.com/). Эта программа, в отличие от RemoteAdmin (Radmin) и NetOP, обеспечивает доступ к удаленным компьютерам, в т.ч. и не имеющим внешних IP-адресов и находящимся за брандмауэром, прокси-сервером и другими экранами.

В режиме демонстрации на удаленных компьютерах отображается рабочий стол главного компьютера, с которого осуществляется демонстрация, и изображение с его монитора, но *нет никакого другого доступа к этим удаленным компьютерам*. При этом с главного компьютера есть возможность аудио- и видеообщения с аудиторией около удаленных компьютеров, т.е. можно комментировать презентацию, а также слышать вопросы слушателей и отвечать на них, т.е. автор может вести дистанционное ***преподавание*** с целью освоения системы «Эйдос», например, по лекционным и лабораторным курсам [98, 100, 101]. Удаленную инсталляцию системы «Эйдос» для дальнейшего использования на удаленных компьютерах осуществляет автор. Удаленное использование системы «Эйдос» на любых компьютерах, на которых она проинсталлирована, осуществляют те, кому автором предоставлено такое право.

14.2. Универсальная когнитивная аналитическая система «Эйдос-X++» – новое поколение системы «Эйдос»

Данный раздел основан на работе [260]. Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос" является отечественным лицензионным программным продуктом, который в разные годы реализовался на различных языках программирования на компьютерах различных платформ [224]. С 1992 года существует и версия системы «Эйдос» для IBM-совместимых персональных компьютеров. В качестве инструментальных средств программирования использовались следующие лицензионные средства, официально приобретенные Научно-производственным предприятием «Эйдос»[145]: CLIPPER 5.01 Rus, № CRX 202874; Tools-II Rus № 200932; BiGraph 3.01r1 № 247. Выбор этих средств в то время был совершенно оправданным и обоснованным, т.к. тогда эта система программирования несопоставимо превосходила все остальные, существовавшие в то время, по своим возможностям. В основе системы «Эйдос» использовались математические мо-

[145] Учредителем и директором которого был автор

дели и алгоритмы, основанные на теории информации, впервые в полной форме описанные в 1993 году [284]. В 1994 году автором были получены первый в Краснодарском крае, а возможно и один из первых в России, патенты на систему искусственного интеллекта [111-113]. С тех пор данная версия системы непрерывно совершенствовалась на протяжении почти 20 лет вплоть до весны 2012 года, когда началась не посредственная разработка качественно новой версии. С применением этой системы было решено большое количество задач в различных предметных областях, чему существенно способствовало то, что система «Эйдос» изначально разрабатывалась в постановке, не зависящей от предметной области и могла применяться для решения задач, которые от человека требуют применения естественного интеллекта во всех предметных областях, в которых человек применяет свой естественный интеллект [93-286]. Поэтому в 2003 году ей было дано название: Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос", подчеркивающее это важное обстоятельство [117]. По результатам проведенных с помощью системы исследований издано 18 научных монографий и учебных пособий с грифами УМО и министерства [93-110], сотни статей [93-286], в т.ч. в изданиях, входящих в Перечень ВАК РФ[146], получено 27 патентов РФ, защищено 5 докторских и 7 кандидатских диссертаций по экономическим, техническим, психологическим и медицинским наукам[147].

В состав системы «Эйдос» входит подсистема _152, содержащая ряд стандартных программных интерфейсов с внешними базами данных различных стандартов: текстовых, баз данных (БД) и графических, расширяющих сферу ее применения. Некоторые из подобных интерфейсов при своем развитии превратились в системы окружения: "Эйдос-фонд" [97, 111], "Эйдос-Ψ" [97, 118] и «Эйдос-астра» [104, 108, 122, 131, 234, 244] (рис. 1):

---

[146] http://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=123162, http://ej.kubagro.ru/a/viewaut.asp?id=11

[147] http://lc.kubagro.ru/aidos/index.htm

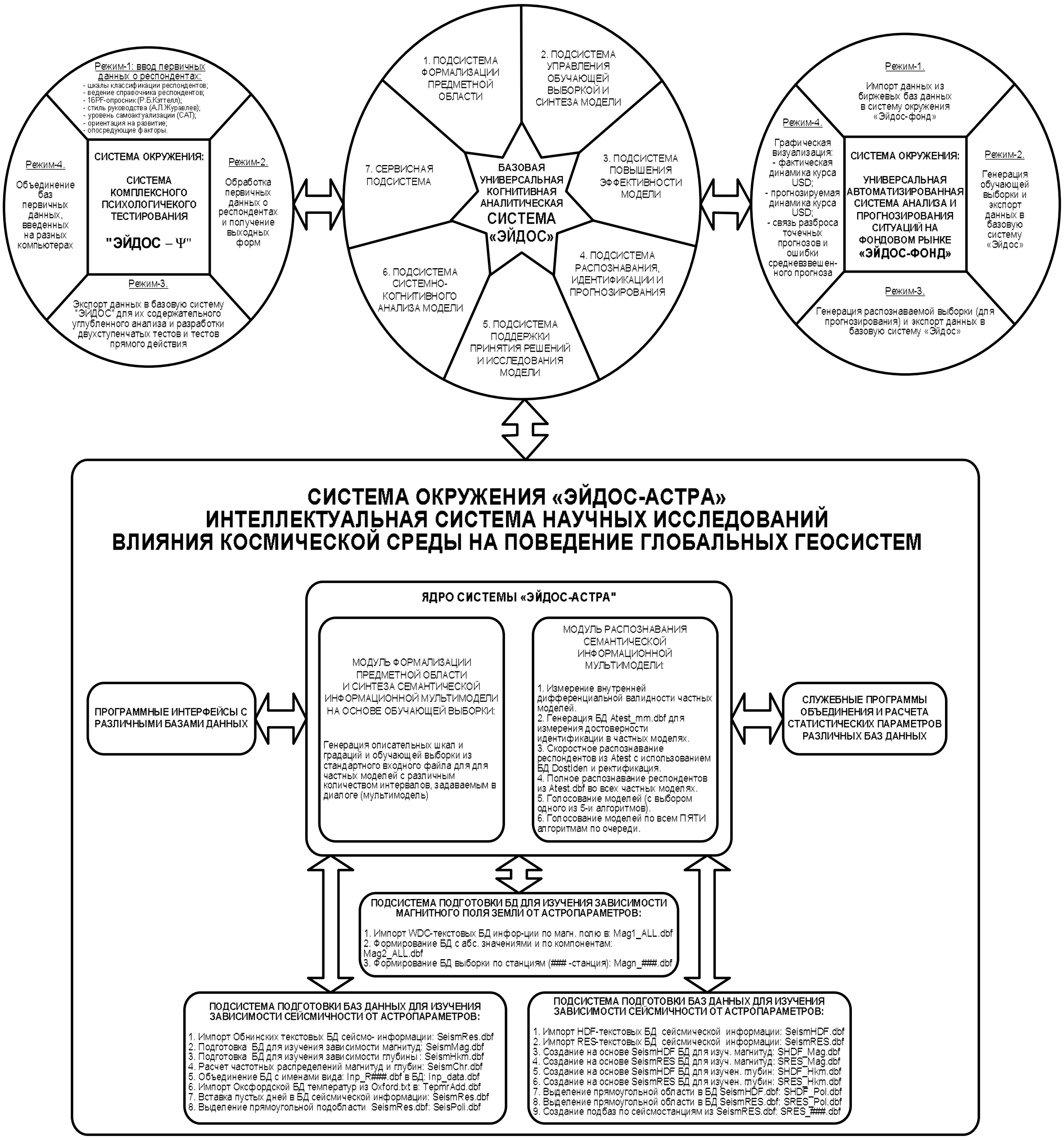


Рисунок 1. Базовая система «Эйдос» и системы окружения [260]

Таким образом, по мнению автора можно сделать обоснованный вывод о том, что система «Эйдос» является большой и довольно эффективной системой. Однако она обладала и рядом недостатков, среди которых в первую очередь необходимо отметить следующие:

1. Система была разработана за несколько лет до создания операционной системы MS Windows-95, и, естественно, не обладала стандартным для MS Windows так называемым GUI-интерфейсом (сокр. от англ. Graphical user interface).

2. Она работала в основной памяти компьютера, имеющей размер 640 Кб, и не могла использовать внешнюю память (Extend Memory). Поэтому система «Эйдос» имела модульную оверлейную структуру и использовала диспетчер памяти (QEMM). Но со временем система на столько увеличилась, что и эта технология уже не обеспечивала ее развитие и пришлось разбить систему на десятки отдельно загружаемых модулей, связанных только по базам данных.

3. Система не могла работать в защищенном режиме и задействовать swapping-технологию MS Windows для использования внешней памяти в качестве оперативной. Внешняя память использовалась системой «Эйдос» только для кеширования обращения к внешней памяти и до, и после создания системы MS Windows.

4. В системе не было возможности интеграции с Windows и Internet-приложениями, например организации работы с базами данных, находящимися на Internet-сервере, хотя сам язык программирования, на котором она была написана, в принципе это позволял.

5. Размерности баз знаний были ограничены: 4000 классов на 4000 градаций факторов, размеры самих файлов баз знаний и баз данных системы также были ограничены 4 гигабайтами.

6. Система работала с интеллектуальным приложением, находящимся в текущей директории с исполнимыми модулями системы, т.е. в ней не было диспетчера приложений.

7. В системе не было подсистемы администрирования самой системы, а также пользователей и приложений.

8. Но самое главное, что система была 16-разрядным приложением и работала под Windows в режиме эмуляции MS DOS. Это было нормально во всех версиях системы MS Windows до 7. Под MS Windows 7 система «Эйдос» работала с использованием виртуальной машины, эмулирующей MS Windows XP.

Особо отметим, что отсутствие графики не являлось недостатком системы «Эйдос», т.к. в ней изначально использовалась мощная графическая библиотека (общая для CLIPPER, Pascal и C++) и было реализовано большое количество (более 60) различных графических форм, многие из которых не имеют аналогов в MS Windows и других системах и все это было в системе за несколько лет до создания MS Windows.

Наличие в системе перечисленных выше недостатков, а также некоторых других, более мелких, вызывало настоятельную потребность создания качественно новой версии системы «Эйдос», основывающейся на современной системе программирования, позволяющей решить все эти проблемы. Такая качественно-новая версия системы была задумана очень давно (около 10 лет назад) и о ней писалось в частности в работах [97, 224] и других, размещенных на сайте автора системы «Эйдос»: http://lc.kubagro.ru/. Однако по ряду причин создание новой версии затягивалось, хотя такие попытки неоднократно предпринимались автором на протяжении ряда лет и в разных системах программирования, в частности на Alaska xBase++, Delphi for PHP[148] и на Java. Наконец к лету 2012 года благодаря помощи зав.кафедрой компьютерных технологий и систем Заслуженного деятеля науки РФ профессора В.И.Лойко и проректора по науке профессора Ю.П.Федулова (ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет») удалось приобрести *лицензионное* программное обеспечение, являющееся современным развитием того, на котором была написана система «Эйдос»: Alaska Xbase++ (R) Version 1.90.355 SL1, TOOLS III, eXPress++ (C) Version 1.9 Build 255, Advantage Database Server (ADS) 10.0.

В настоящее время автором создана и запатентована [260, 135, 136, 137] качественно новая версия системы «Эйдос», получившая название: Универсальная когнитивная аналитическая система «Эйдос-Х++»[149]. Конечно, в ней пока реализованы в основном базовые подсистемы и режимы, но она уже является полнофункциональной системой и непрерывно развивается. Первая публикация по системе Эйдос-Х++ вышла в 2012 году [282].

---

[148] http://www.delphiforphp.ru/ http://ru.wikipedia.org/wiki/Delphi_for_PHP

[149] “X++” в названии новой версии системы «Эйдос» – это дань используемому инструментальному программному обеспечению: Alaska Xbase++ (R) Version 1.90.355 SL1, TOOLS III, eXPress++ (C) Version 1.9 Build 255, Advantage Database Server (ADS) 10.0.

В новой версии системы сняты <u>все</u> вышеперечисленные, а также еще и следующие ограничения:

- на количество объектов обучающей и распознаваемой выборки (в базах данных заголовков и базах данных признаков);
- на размерность баз данных классов, признаков, на количество градаций описательных шкал в одной шкале;
- на количество классов, к которым относится объект обучающей и распознаваемой выборки;
- на размерность по признакам баз данных абсолютных частот, условных и безусловных процентных распределений и баз знаний;
- на размерность по классам баз данных абсолютных частот, условных и безусловных процентных распределений и баз знаний[150];
- вместо ранее используемых 4-х моделей знаний в новой версии используется 7, кроме того есть возможность использовать 3 статистические модели как модели знаний и сравнивать результаты их использования;
- новая версия системы «Эйдос» имеет стандартный GUI-интерфейс; режимы системного администратора, авторизацию и диспетчер приложений; возможность работы с группами приложений, как с одним приложением (как в системе Эйдос-астра);
- кроме локальной версии предусматривается возможность работы в локальной сети и через Internet;
- сняты проблемы с ограниченным использованием возможностей современных процессоров и операционных систем. Локальная версия системы «Эйдос-X++» является 32-разрядным приложением и нормально работает во всех версиях MS Window, включая 7, но использует лишь одно ядро процессора и не более 2 Гб оперативной памяти. Однако с Advantage Database Server

---

[150] В системе «Эйдос-X++» проводился численный эксперимент по созданию моделей размерностью 10000 × 10000 классов и признаков, а используемые программные средства проверялись на размерности 100000 × 100000 классов и признаков. Во втором случае база знаний INF1 создавалась 34 минуты и имела размер 250 Гб.

(ADS) эти ограничения снимаются, и она становится практически полноценным 64-разрядным приложением, работающим с базами данных размером до 16000 Гбайт[151].

Универсальная когнитивная аналитическая система "Эйдос-Х++" является современным инструментарием системно-когнитивного анализа [97, 266], разработана в универсальной постановке, не зависящей от предметной области, и обеспечивает:

- формализацию предметной области;
- многопараметрическую типизацию, синтез, повышение качества и верификацию 3 статистических моделей и 7 моделей знаний предметной области;
- распознавание (системную идентификацию и прогнозирование);
- поддержку принятия решений и исследование модели, в т.ч.: дивизивную и агломеративную когнитивную кластеризацию, конструктивный и СК-анализ моделей: семантические и нейронные сети, когнитивные диаграммы, классические и интегральные когнитивные карты.

Есть в системе и ряд других новых возможностей. Переосмыслена иерархическая структура системы, учтен значительный опыт проведения научных исследований и преподавания ряда дисциплин с применением системы «Эйдос» и систем окружения[152]. Это нашло отражение в структуре системы и дереве диалога, приведенных в таблице 1:

---

[151] Имеется бесплатная локальная версия ADS: http://www.softscribe.ru

[152] В частности: Методы принятия решений, Интеллектуальные информационные системы, Представление знаний в информационных системах, Управление знаниями (магистратура), Основы искусственного интеллекта, Системно-когнитивный анализ, Информационные технологии управления бизнес-процессами / Корпоративные информационные системы (магистратура), Система искусственного интеллекта «Эйдос», Моделирование социально-экономических систем, Введение в нейроматику и методы нейронных сетей (магистратура), Интеллектуальные и нейросетевые технологии в образовании (магистратура), Функционально-стоимостной анализ системы и технологии управления персоналом (магистратура), Информационные системы в экономике, Математическое моделирование

ТАБЛИЦА 1 – СТРУКТУРА УНИВЕРСАЛЬНОЙ КОГНИТИВНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ "ЭЙДОС-Х++" (БЕЗ КНОПОЧНЫХ МЕНЮ ЭКРАННЫХ ФОРМ)

Подсистема, режим, подрежим, функция	Комментарий
1. Администрирование	Подсистема администрирования
1.1. Авторизация	Авторизация сисадмина, администратора приложения или пользователя
1.2. Регистрация администратора приложения	Регистрация и удаление регистрации администраторов приложений и задание паролей пользователей. Этот режим доступен только системному администратору и администраторам приложений
1.3. Диспетчер приложений	Это подсистема администрирования приложений. Она предназначена для создания новых приложений, как пустых, так и на основе учебных примеров (лабораторных работ), имеющихся в системе, а также для выбора приложения для работы из уже имеющихся и удаления приложения. Выбор приложения для работы осуществляется путем отметки его любым символом. Удалять любые приложения разрешается только сисадмину, а Администратору приложений - только те, которые он сам создал
1.4. Выбор режима использования системы	Монопольный или многопользовательский (задается при инсталляции системы, но может быть изменен когда угодно сисадмином)
1.5. Задание путей на папки с группами приложений	Папки с различными группами приложениями могут быть на локальном компьютере, в локальной сети или в Internet. Пути на них задаются сисадмином при инсталляции системы и могут быть изменены им когда угодно. Один из этих путей, а именно первый из отмеченный специальных символов, считается текущим и используется при создании приложений в диспетчере приложений 1.3, а в последующем при запуске приложений на исполнение пути берутся уже из БД диспетчера приложений
1.6. Задание цветовой схемы главного меню	Задается по умолчанию если в папке с системой нет файла: ColorSch.arx при инсталляции системы, но может быть изменена когда угодно сисадмином
1.7. Задание размера главного окна в пикселях	Задается по умолчанию 1024 х 769 если в папке с системой нет файла: _MainWind.arx при инсталляции системы, но может быть изменена когда угодно сисадмином
1.8. Задание языка интерфейса на новые запуски	Задается по умолчанию если в папке с системой нет файла: _Language.arx при инсталляции системы, но может быть изменен когда угодно сисадмином
1.9. Прописывание путей по фактическому расположению системы	Доступно только сисадмину. Определяет фактическое месторасположение системы и приложений и прописывает пути на них в БД: PathGrAp.DBF и Appls.dbf, а также восстанавливает имена приложений в Appls.dbf на данные им при их создании
1.10. Удаление всех приложений и пользователей	Доступно только сисадмину. Определяет фактическое месторасположение системы и приложений и удаляет все директории приложений с поддиректориями и всеми файлами в них, а затем пересоздает и переиндексирует БД: PathGrAp.DBF, Appls.dbf и Users.dbf
2. Формализация предметной области	Разработка классификационных и описательных шкал и градаций и формирование обучающей выборки
2.1. Классификационные шкалы и градации	Ручной ввод-корректировка классификационных шкал и градаций'
2.2. Описательные шкалы и градации	Ручной ввод-корректировка описательных шкал и градаций'
2.3. Ввод обучающей выборки	
2.3.1. Ручной ввод-корректировка обучающей выборки	
2.3.2. Программные интерфейсы с внешними базами данных	Автоматизированная формализация предметной области
2.3.2.1. Импорт данных из TXT-фалов стандарта DOS-текст	
2.3.2.2. Импорт данных из dbf-файлов стандарта проф.А.Н.Лебедева	Режим представляет собой универсальный программный интерфейс формализации предметной области и импорта данных в систему "Эйдос-Х++". Данный программный интерфейс обеспечивает автоматическое формирование классификационных и описательных шкал и градаций и обучающей

	выборки на основе DBF-файла с исходными данными описанного в Help режима стандарта
2.3.2.3. Импорт из транспонированных dbf-файлов проф.А.Н.Лебедева	
2.3.2.4. Транспонирование dbf-матриц исходных данных	
2.3.3. Управление обучающей выборкой	
2.3.3.1. Параметрическое задание объектов для обработки	
2.3.3.2. Статистическая характеристика, ручной ремонт	
2.3.3.3. Автоматический ремонт обучающей выборки	
2.3.4. Докодирование сочетаний признаков в обучающей выборке	
3. Синтез, верификация и улучшение модели	Создание модели, повышение ее качества и оценка достоверности'
3.1. Формирование базы абсолютных частот	Загрузка по очереди описаний всех объектов обучающей выборки и расчет количества встреч различных сочетаний: Принадлежность объекта к j-му классу - наличие у него i-го признака'
3.2. Расчет процентных распределений	Расчет условных и безусловных процентных распределений'
3.3. Расчет заданных из 7 моделей знаний	Inf1~Prc1, Inf2~Prc2, Inf3-хи-квадрат, Inf4-roi~Prc1, Inf5-roi~Prc2, Inf6-Dp~Prc1, Inf7-Dp~Prc2'
3.4. Автоматическое выполнение режимов 1-2-3	По очереди исполняются режимы: 3.1., 3.2. и 3.3. для заданных стат.моделей и моделей знаний и затем заданная делается текущей'
3.5. Синтез и верификация заданных из 10 моделей	Оценивается достоверность (адекватность) заданных стат.моделей и моделей знаний. Для этого осуществляется синтез заданных моделей, обучающая выборка копируется в распознаваемую и в каждой заданной модели проводится распознавание с использованием двух интегральных критериев, подсчитывается количество верно идентифицированных и не идентифицированных, ошибочно идентифицированных и не идентифицированных объектов (ошибки 1-го и 2-го рода)
3.6. Синтез и верификация заданной группы моделей	Abs, Prc1, Prc2, Inf1~Prc1, Inf2~Prc2, Inf3-хи-квадрат, Inf4-roi~Prc1, Inf5-roi~Prc2, Inf6-Dp~Prc1, Inf7-Dp~Prc2
3.7. Повышение качества модели	
3.7.1. Поиск и удаление артефактов (робастная процедура)	
3.7.2. Формирование ортонормированного базиса классов	
3.7.3. Исключение признаков с низкой селективной силой	Abs, Prc1, Prc2, Inf1~Prc1, Inf2~Prc2, Inf3-хи-квадрат, Inf4-roi~Prc1, Inf5-roi~Prc2, Inf6-Dp~Prc1, Inf7-Dp~Prc2
3.7.4. Удаление классов и признаков, по которым недостаточно данных	
3.7.5. Разделение классов на типичную и нетипичную части	
3.7.6. Генерация сочетанных признаков и докодирование обучающей выборки	
3.7.7. Удаление малодостоверных данных в заданных или всех 10 моделях	Abs, Prc1, Prc2, Inf1~Prc1, Inf2~Prc2, Inf3-хи-квадрат, Inf4-roi~Prc1, Inf5-roi~Prc2, Inf6-Dp~Prc1, Inf7-Dp~Prc2
4. Решение задач с применением модели	Применение модели для решения задач идентификации (распознавания), прогнозирования и поддержки принятия решений (обратная задача прогнозирования), а также для исследования моделируемой предметной области путем исследования ее модели
4.1. Идентификация и прогнозирование	
4.1.1. Ручной ввод-корректировка распознаваемой выборки	
4.1.2. Пакетное распознавание в текущей модели	Распознаются по очереди все объекты распознаваемой выборки в стат.модели или базе знаний, заданной текущей в режиме 3.3 или 5.13.
4.1.3. Вывод результатов распознавания	

4.1.3.1. Подробно наглядно: "Объект - классы"	Визуализация результатов распознавания в подробной наглядной форме в отношении: "Один объект - много классов" с двумя интегральными критериями сходства между конкретным образом распознаваемого объекта и обобщенными образами классов: "Семантический резонанс знаний" и "Сумма знаний"
4.1.3.2. Подробно наглядно: "Класс - объекты"	Визуализация результатов распознавания в подробной наглядной форме в отношении: "Один класс - много объектов" с двумя интегральными критериями сходства между конкретным образом распознаваемого объекта и обобщенными образами классов: "Семантический резонанс знаний" и "Сумма знаний"
4.1.3.3. Итоги наглядно: "Объект - класс"	Отображение итоговых результатов распознавания в наглядной форме: отображаются пары: "Объект-класс" у которых наибольшее сходство по двум интегральным критериям сходства: "Семантический резонанс знаний" и "Сумма знаний". Приводится информация о фактической принадлежности объекта к классу.
4.1.3.4. Итоги наглядно: "Класс - объект"	Отображение итоговых результатов распознавания в наглядной форме: отображаются пары: "Класс-объект" у которых наибольшее сходство по двум интегральным критериям сходства: "Семантический резонанс знаний" и "Сумма знаний". Приводится информация о фактической принадлежности объекта к классу.
4.1.3.5. Подробно сжато: "Объекты - классы"	В подробной сжатой (числовой) форме приводится информация об уровне сходства всех объектов со всеми классами по двум интегральным критериям сходства: "Семантический резонанс знаний" и "Сумма знаний", а также о фактической принадлежности объекта к классу.'
4.1.3.6. Обобщ.форма по достов.моделей при разных интегральных крит.	Отображаются обобщенные результаты измерения достоверности идентификации по всем моделям и интегральным критериям из БД: Dost_mod.DBF
4.1.3.7. Обобщ.стат.анализ результатов идент. по моделям и инт.крит.	Отображаются результаты обобщенного стат.анализа достоверности идентификации по всем моделям и интегральным критериям из БД: VerModALL.dbf
4.1.3.8. Стат.анализ результ. идент. по классам, моделям и инт.крит.	Отображаются результаты стат.анализа достоверности идентификации по всем классам, моделям и интегральным критериям из БД: VerModCls.dbf
4.1.3.9. Распределения уровн.сходства при разных моделях и инт.крит.	Отображаются частотные распределения уровней сходства верно и ошибочно идентифицированных и неидентифицированных объектов при разных моделях и интегральных критериях из БД: DostRasp.dbf
4.1.3.10.Достоверность идент. классов при разных моделях и инт.крит.' F4_1_3_10()}	Отображается достоверность идентификации объектов по классам при разных моделях (т.е. разных частных критериях) и при разных интегральных критериях из БД: Dost_cls.dbf
4.1.4. Пакетное распознавание в заданной группе моделей' Razrab()} Распознаются по очереди все объекты распознаваемой выборки в стат.модели или базе знаний, заданной текущей, в всех моделях заданной группы моделей'	
4.1.5. Докодирование сочетаний признаков в распознаваемой выборке	
4.1.6. Назначения объектов на классы (задача о назначениях)	Функционально-стоимостной анализ в управлении персоналом'
4.1.6.1. Задание ограничений на ресурсы по классам	
4.1.6.2. Ввод затрат на объекты	
4.1.6.3. Назначения объектов на классы (LC-алгоритм)	
4.1.6.4. Сравнение эффективности LC и RND алгоритмов	
4.1.7. Интерактивная идентификация - последовательный анализ Вальда	
4.1.8. Мультираспознавание (пакетное распознавание во всех моделях)	При идентификации объекта распознаваемой выборки с каждым классом он сравнивается в той модели, в которой этот класс распознается наибо-

	лее достоверно, как в системе "Эйдос-астра"'
4.2. Типология классов и принятие решений'	
4.2.1. Информационные портреты классов	Решение обратной задачи прогнозирования: выработка управляющих решений. Если при прогнозировании на основе значений факторов оценивается в какое будущее состояние перейдет объект управления, то при решении обратной задачи, наоборот, по заданному целевому будущему состоянию объекта управления определяется такая система значений факторов, которая в наибольшей степени обуславливает переход в это состояние'
4.2.2. Кластерный и конструктивный анализ классов	
4.2.2.1. Расчет матрицы сходства образов классов	
4.2.2.2. Генерация кластеров и конструктов классов	
4.2.2.3. Просмотр и печать кластеров и конструктов	
4.2.2.4. Автоматическое выполнение режимов: 1-2-3	
4.2.2.5. Вывод 2d семантических сетей классов	
4.2.2.6. Агломеративная древовидная кластеризация классов	
4.2.3. Когнитивные диаграммы классов	
4.3. Типологический анализ признаков	
4.3.1. Информационные портреты признаков	Семантический (смысловой) портрет признака или значения фактора, т.е. количественная характеристика силы и направления его влияния на поведение объекта управления'
4.3.2. Кластерный и конструктивный анализ признаков	
4.3.2.1. Расчет матрицы сходства образов признаков	
4.3.2.2. Генерация кластеров и конструктов признаков	
4.3.2.3. Просмотр и печать кластеров и конструктов	
4.3.2.4. Автоматическое выполнение режимов: 1-2-3	
4.3.2.5. Вывод 2d семантических сетей признаков	
4.3.2.6. Агломеративная древовидная кластеризация признаков	
4.3.3. Когнитивные диаграммы признаков	
4.3.4. Восстановление значений функций по признакам аргумента	
4.3.4.1. Восстановление значений и визуализация 1d-функций	
4.3.4.2. Восстановление значений и визуализация 2d-функций	
4.3.4.3. Преобразование 2d-матрицы в 1d-таблицу с признаками точек	
4.3.4.4. Объединение многих БД: Inp_0001.dbf и т.д. в Inp_data.dbf	
4.3.4.5. Помощь по подсистеме (требования к исходным данным)	
4.4. Исследование предметной области путем исследования ее модели	
4.4.1. Оценка достоверности обучающей	Выявление объектов с нарушенными корреляциями между классами и

выборки	признаками. Выявление очень сходных друг с другом объектов обучающей выборки'
4.4.2. Оценка достоверности распознаваемой выборки	Выявление очень сходных друг с другом объектов распознаваемой выборки'
4.4.3. Измерение адекватности 3 стат.моделей и 7 моделей знаний	Любой заданной или всех'
4.4.4. Измерение сходимости и устойчивости 10 моделей	
4.4.5. Зависимость достоверности моделей от объема обучающей выборки	
4.4.6. Измерение независимости классов и признаков (анализ хи-квадрат)	
4.4.7. Графические профили классов и признаков	
4.4.8. Графическое отображение нелокальных нейронов	
4.4.9. Отображение Паретто-подмножеств нелокальной нейронной сети	
4.4.10.Классические и интегральные когнитивные карты	
4.5. Построение функций влияния (когнитивные функции)	
5. Сервис	Конвертирование, печать и сохранение модели, пересоздание и переиндексация всех баз данных'
5.1. Конвертер приложения OLD => NEW	Преобразование модели из стандарта БД системы Эйдос-12.5 в стандарт Эйдос-Х++. Для конвертирования старого приложения надо скопировать в папку: <OldAppls> файлы: Object.Dbf, Priz_Ob.Dbf, Priz_Per.Dbf, Priz_Per.Dbt, Obinfzag.Dbf, Obinfkpr.Dbf
5.1. Интерактивная конвертация классов OLD => NEW	Полуавтоматическое преобразование справочника классов из стандарта БД системы Эйдос-12.5 в стандарт Эйдос-Х++ с использованием априорной информации от пользователя о наименованиях классификационных шкал и связях между классификационными шкалами и градациями классификационных шкал
5.3. Конвертер всех PCX (BMP) в GIF	
5.4. Просмотрщик изображений	
5.5. Просмотр основных БД всех моделей	Обеспечивает просмотр и экспорт в Excel основных баз данных всех статистических моделей: Abs, Prc1, Prc2 и моделей знаний: Inf1~Prc1, Inf2~Prc2, Inf3-хи-квадрат, Inf4-roi~Prc1, Inf5-roi~Prc2, Inf6-Dp~Prc1, Inf7-Dp~Prc2
5.6. Выбрать модель и сделать ее текущей	Данная функция позволяет выбрать среди ранее рассчитанных в 3-й подсистеме статистических баз Abs, Prc1, Prc2 и моделей знаний INF#, текущую модель для решения в 4-й подсистеме задач идентификации, прогнозирования, приятия решений и исследования предметной области путем исследования ее модели
5.7. Переиндексация всех баз данных	Заново создаются все необходимые для работы системы индексные массивы общесистемных баз данных (находящихся в папке с исполнимым модулем системы), а также баз данных текущего приложения, необходимые для работы с ним'
5.8. Сохранение основных баз данных модели	
5.9. Восстановление модели из основных БД	
5.10. Сброс всех БД текущего приложения	Доступно только сисадмину и администратору приложения
5.11. Интеллектуальная дескрипторная ИПС	Интеллектуальная дескрипторная информационно-поисковая система
5.12. Пояснения по частн.и инт.крит.и лаб.работам	Пояснения по смыслу частных и интегральных критериев и описания лабораторных работ'

6.1. Информация о системе, разработчике и средствах разработки	
6.2. Ссылки на патенты, документацию и текущую системы	Internet-ссылки на патенты, монографии, учебные пособия, научные работы и самую новую на текущий момент версию системы "Эйдос-X++, а также полный комплект документации на нее одним файлом
6.3. Карта системы (дерево диалога)	
6.4. Порядок обработки данных, информации и знаний в системе	Последовательность обработки данных, информации и знаний в системе "Эйдос-X++" с указанием имен баз данных'
6.5. Графическая заставка системы "Эйдос-12.5"	
6.6. Roger Donnay[153], Professional Developer, Developer eXPress++	Roger Donnay, профессиональный разработчик программного обеспечения, разработчик высокоэффективной инструментальной системы программирования eXPress++, широко использованной при создании системы "Эйдос-X++". Roger Donnay, Professional Developer, Developer eXPress++
6.7. Логотипы мультимоделей	
6.8. Свидетельство РосПатента РФ на систему "Эйдос-X++"	
7. Выход	Закрыть все базы данных и корректно выйти из системы

Необходимо отметить, что все эти режимы, за исключением подсистемы администрирования и диспетчера приложений, были реализованы в предыдущей версии системы “Эйдос» и системах окружения. Кроме того, в системе «Эйдос-X++» появляется все больше и больше режимов и функций, которых не было в предыдущей версии. Фрагмент дерева диалога системы «Эйдос-X++» приведен на рисунке 2:

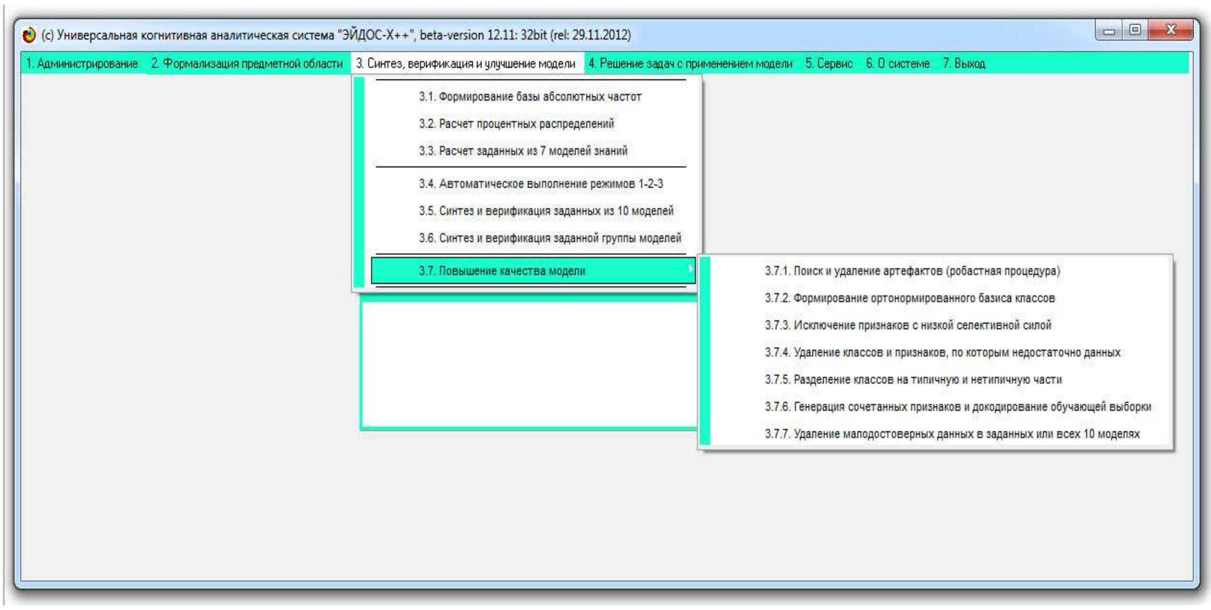


Рисунок 2. Фрагмент дерева диалога системы «Эйдос-X++»

---

[153] http://donnay-software.com/ http://donnay-software.com:8080/phpBB3/

Приведенная структура меню не окончательная, т.к. система непрерывно развивается. Одним из наиболее существенных отличий системы Эйдос-Х++ от предыдущей версии системы «Эйдос» является то, что она обеспечивает *одновременную* работу с 3 статистическими моделями, которые есть и в статистических системах, а также с 7 моделями знаний[154], и позволяет во всех этих моделях решать задачи идентификации (прогнозирования), принятия решений и исследования предметной области с двумя интегральными критериями. При этом система Эйдос-Х++ оценивает эффективность применения различных частных и интегральных критериев для решения этих задач. Рассмотрим эти вопросы подробнее [283, 243, 245, 248, 254].

Управление – это достижение цели путем принятия и реализации решений об определенных действиях, способствующих достижению этой цели. Цели управления обычно заключаются в том, чтобы определенная система, которая называется объектом управления, находилась в определенном целевом (желаемом) состоянии или эволюционировала по определенному заранее известному или неизвестному сценарию. Действия, способствующие достижению цели, называются управляющими воздействиями. Решения об управляющих воздействиях принимаются управляющей системой. Управляющее воздействие вырабатывается управляющей системой на основе модели объекта управления и информации обратной связи о его состоянии и условиях окружающей среды.

Автоматизированные и автоматические системы управления отличаются друг от друга степенью формализации модели объекта управления и степенью автоматизации процесса выработки решения об управляющем воздействии:

– считается, что в системах автоматического управления (САУ) процесс выработки управляющего воздействия полностью

---

[154] В предыдущей версии системы одновременно могла использоваться лишь одна модель знаний, а другие – если они выбраны в качестве текущей модели

автоматизирован, т.е. оно принимается управляющей системой автоматически, без участия человека;

– в автоматизированных системах управления (АСУ) решение об управляющем воздействии принимается управляющей системой с участием человека в процессе их взаимодействия.

Однако, по мнению автора, методологически неверно представлять себе дело таким образом, как будто САУ принимают решение полностью самостоятельно, без какого-либо участия человека. Гораздо правильнее было бы сказать, что в случае САУ решение принимаемся человеком, который сконструировал и создал эти САУ и «заложил» в них определенные математические модели и реализующие их алгоритмы принятия решений, которые в процессе работы САУ просто используются на практике. Разве это не является участием человека? Следовательно, точнее было бы говорить не об участии или неучастии человека в принятии управляющих решений, а об его *участии в реальном времени* в случае АСУ и *отсроченном участии* в случае САУ.

Естественно, далеко не для всех видов объектов управления удается построить их достаточно полную адекватную математическую модель, являющуюся основой для принятия управляющих решений. В более-менее полной мере это удается сделать лишь для достаточно простых, в основном чисто технических систем, и именно для них удается построить САУ. Для технологических же систем, а также других систем, включающих не только техническую компоненту, но людей в качестве элементов, это удается сделать лишь в неполной мере, т.е. степень формализации управления такими системами ниже, чем в САУ. В этом случае в процессе выработки решения об управляющем воздействии остаются вообще неформализованные или слабо формализованные этапы, которые пока не поддаются автоматизации, и, поэтому, решения об управляющем воздействии не удается принять на полностью формализованном уровне и тем самым полностью передать эту функцию системе управления. Этим и обусловлена необходимость включения человека непосредственно в цикл управления, что и приводит к созданию АСУ, в которых математические модели и алгоритмы используются не для принятия решений, а для создания человеку комфортных информационных условий, в которых он мог бы принимать решения на основе своего опыта и профессиональной компетенции. Поэтому и говорят, что АСУ не принимают решений, а лишь поддерживают принятие решений. Еще сложнее поддаются математическому моделированию и формализации биологические и экологические, а также социально-экономические и психологические системы, включающие отдельных людей и их коллективы, т.е. сложные системы. Поэтому сложные системы обычно являются слабо формализованными и на этой их особенности практически основано их определение. Конечно, управление такими системами тоже осуществляется, но уже практически без использования математических моделей и компьютерных технологий, т.е. преимущественно на слабо формализованном интуитивном уровне на основе опыта и профессиональной компетенции экспертов и лиц, принимающих решения (ЛПР). При этом в соответствии с принципом Эшби управляемость сложных систем является неполной.

Таким образом, виды управления различными объектами управления можно классифицировать по степени формализации процесса принятия решений об управляющих воздействиях и, соответственно, по степени участия человека в этом процессе:

– САУ: автоматическое принятие решения без непосредственного участия человека в реальном времени;

– АСУ: поддержка принятия решений, т.е. создание комфортных информационных условий для принятия решений человеком в реальном времени;

– менеджмент: управление на слабо формализованном уровне практически без применения математических моделей.

Перспектива развития методов управления сложными системами, по мнению автора, состоит в повышении степени формализации процессов принятия решений при выборе вариантов управляющих воздействий. Однако на пути реализации этой перспективы необходимо решить проблему разработки технологии, обеспечивающей создание формальной количественной модели сложного объекта управления на основе эмпирических данных о его поведении под действием различных факторов, модели, пригодной для решения задач прогнозирования и принятия решений.

В стационарных САУ и АСУ объект управления не изменяется качественно в процессе управления и, поэтому, его модель, созданная на этапе проектирования и создания системы управления не теряет адекватность и в процессе ее применения. Иначе обстоит дело в случае, когда объект управления изменяется качественно непосредственно в процессе управления, т.е. является динамичным. В этом случае модель объекта управления быстро теряет адекватность, как и управляющие воздействия, выработанные на ее основе. Реализация таких неадекватных управляющих воздействий приводит уже не к достижению цели управления, а к срыву управления. Поэтому проблема состоит не только в том, чтобы создать адекватную модель сложного объекта управления, но и в том, чтобы сохранить ее адекватность при существенном изменении этого объекта, т.е. при изменении характера взаимосвязей между воздействующими факторами и поведением объекта управления.

Это означает, что система управления сложными динамичными объектами должна быть интеллектуальной, т.к. именно системы этого класса позволяют проводить обучение, адаптацию или настройку модели объекта управления за счет накопления и анализа информации о поведении этого объекта при различных сочетаниях действующих на него факторов. Таким образом, решив первую проблему, т.е. разработав технологию создания модели сложного объекта управления, мы этим самым создаем основные предпосылки и для решения и второй проблемы, т.к. для этого достаточно применить эту технологию непосредственно в цикле управления.

Как показано в работе (1), непосредственно на основе матрицы сопряженности (абсолютных частот) или с использованием матрицы условных и безусловных процентных распределений с использованием количественных мер знаний можно получить 7 различных моделей знаний, приведенных в таблице 2:

ТАБЛИЦА 7 – РАЗЛИЧНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМЫ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ ЗНАНИЙ В СИСТЕМЕ «ЭЙДОС-X++»

Наименование модели знаний и частный критерий	Выражение для частного критерия	
	через относительные частоты	через абсолютные частоты
INF1, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 1-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество признаков по j-му классу. Вероятность того, что если у объекта j-го класса обнаружен признак, то это i-й признак	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{P_{ij}}{P_i}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{N_{ij} N}{N_i N_j}$
INF2, частный критерий: количество знаний по А.Харкевичу, 2-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество объектов по j-му классу. Вероятность того, что если предъявлен объект j-го класса, то у него будет обнаружен i-й признак.	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{P_{ij}}{P_i}$	$I_{ij} = \Psi \times Log_2 \frac{N_{ij} N}{N_i N_j}$
INF3, частный критерий: Хи-квадрат: разности между фактическими и теоретически ожидаемыми абсолютными частотами	---	$I_{ij} = N_{ij} - \frac{N_i N_j}{N}$
INF4, частный критерий: ROI - Return On Investment, 1-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество признаков по j-му классу	$I_{ij} = \frac{P_{ij}}{P_i} - 1 = \frac{P_{ij} - P_i}{P_i}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} - 1$
INF5, частный критерий: ROI - Return On Investment, 2-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество объектов по j-му классу	$I_{ij} = \frac{P_{ij}}{P_i} - 1 = \frac{P_{ij} - P_i}{P_i}$	$I_{ij} = \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} - 1$
INF6, частный критерий: разность условной и безусловной вероятностей, 1-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество признаков по j-му классу	$I_{ij} = P_{ij} - P_i$	$I_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j} - \frac{N_i}{N}$
INF7, частный критерий: разность условной и безусловной вероятностей, 2-й вариант расчета вероятностей: Nj – суммарное количество объектов по j-му классу	$I_{ij} = P_{ij} - P_i$	$I_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j} - \frac{N_i}{N}$

Система «ЭйдосX++» обеспечивает синтез и верификацию всех этих моделей знаний. При этом верификация (оценка достоверности) модели может осуществляться как с использованием всей обучающей выборки в качестве распознаваемой, так и с использованием различных ее подмножеств на основе бутстрепного подхода. Диалог режима синтеза модели и ее верификации приведен на рисунке 3:

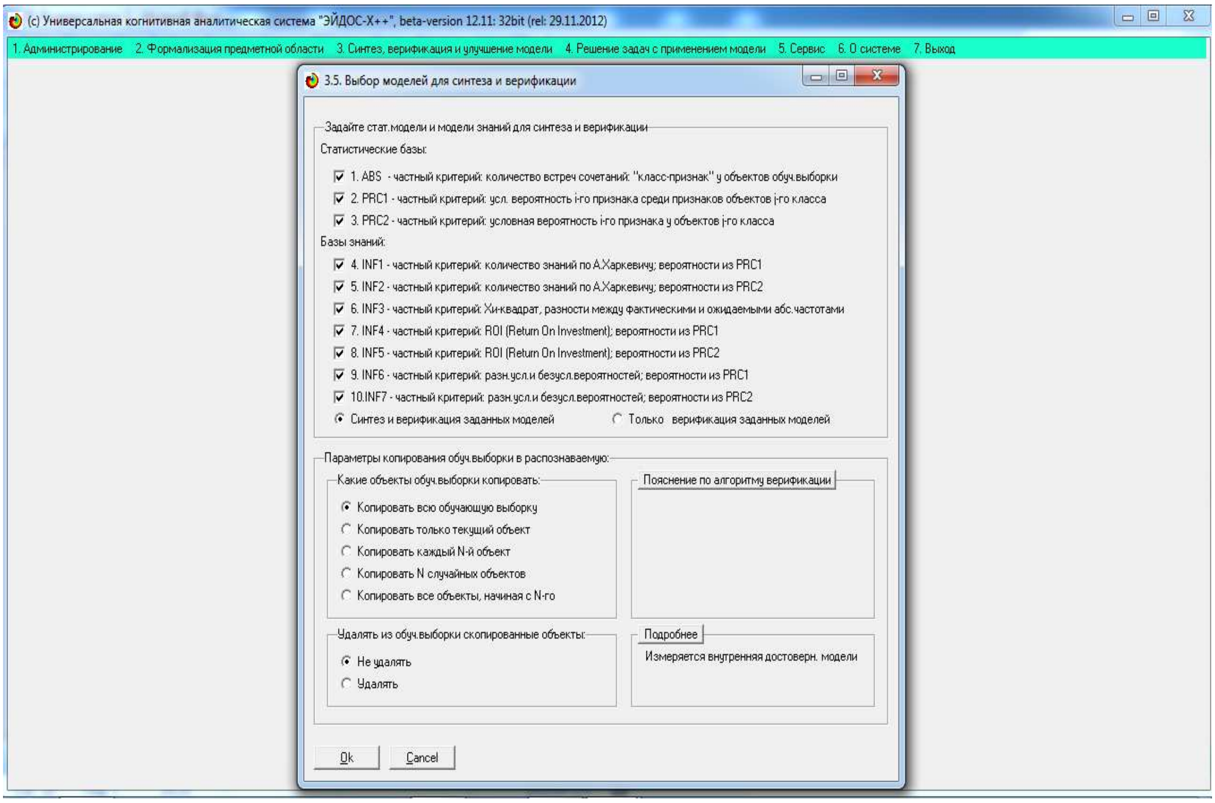


Рисунок 6. Диалог режима синтеза модели и ее верификации в системе «ЭйдосX++»

Количественные значения коэффициентов Iij таблицы 1 являются знаниями о том, что "объект перейдет в j-е состояние" если "на объект действует i-е значение фактора". Когда количество знаний Iij > 0 – i–й фактор способствует переходу объекта управления в j-е состояние, когда Iij < 0 – препятствует этому переходу, когда же Iij = 0 – никак не влияет на это. В векторе i-го фактора (строка матрицы знаний) отображается, какое количество знаний о переходе объекта управления в каждое из будущих состояний содержится в том факте, что данное значение фактора действует. В векторе j-го состояния класса (столбец матрицы знаний) отображается, какое количество знаний о переходе объекта управления в соответствующее состояние содержится в каждом из значений факторов, представленных в модели. Схема обработки данных и их преобразования в информацию и знания в системе Эйдос-Х++ представлена на рисунке 4:

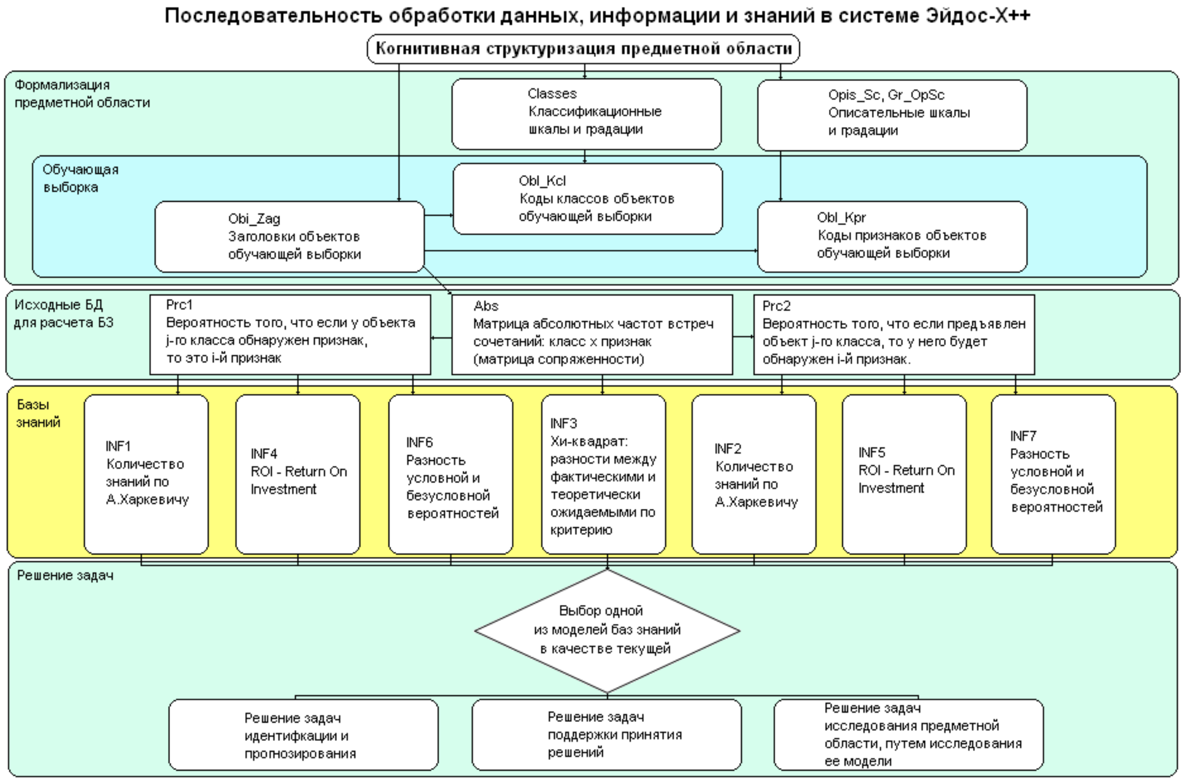


Рисунок 7. Схема обработки данных и их преобразования в информацию и знания в системе Эйдос-Х++

Все задачи идентификации, прогнозирования, приятия решений и исследования предметной области решаются в системе Эйдос-Х++ на основе моделей знаний, хотя для этого могут использоваться и статистические модели. Поэтому там, где возможности статистических систем заканчиваются, работа системы Эйдос-Х++ только начинается.

Таким образом, модель системы Эйдос-Х++ позволяет рассчитать какое количество знаний содержится в любом факте о наступлении любого события в любой предметной области, причем для этого не требуется повторности этих фактов. Если же эти повторности осуществляются и при этом наблюдается некоторая вариабельность значений факторов, обуславливающих наступление тех или иных событий, то модель обеспечивает многопараметрическую типизацию, т.е. синтез обобщенных образов классов или категорий наступающих событий с количественной оценкой силы и направления влияния на их наступление различных значений факторов. *Причем эти факторы могут быть различной природы (физические, экономические, социальные, психо-*

логические, организационные и другие), как количественными, так и качественными и измеряться в различных единицах измерения и обрабатываться в одной модели знаний сопоставимо друг с другом за счет того, что для любых значений факторов в модели оценивается количество знаний, которое в них содержится о наступлении событий, переходе объекта управления в определенные состояния или просто о его принадлежности к тем или иным классам.

Рассмотрим поведение объекта управления при воздействии на него не одного, а целой системы значений факторов:

$$I_j = f(\vec{I}_{ij}). \qquad (1)$$

В теории принятия решений скалярная функция Ij векторного аргумента называется интегральным критерием. Основная проблема состоит в выборе такого аналитического вида функции интегрального критерия, который обеспечил бы эффективное решение задач, решаемых управляющей системой САУ и АСУ.

Учитывая, что частные критерии (таблица) имеют смысл количества знаний, а знания, как и информация, является аддитивной функцией, предлагается ввести интегральный критерий, как аддитивную функцию от частных критериев в виде:

$$I_j = (\vec{I}_{ij}, \vec{L}_i). \qquad (2)$$

В выражении (2) круглыми скобками обозначено скалярное произведение, т.е. свертка. В координатной форме это выражение имеет вид:

$$I_j = \sum_{i=1}^{M} I_{ij} L_i, \qquad (3)$$

,

где:

$\vec{I}_{ij} = \{I_{ij}\}$ – вектор j-го класса-состояния объекта управления;

$\vec{L}_i = \{L_i\}$ – вектор состояния предметной области (объекта управления), включающий все виды факторов, характеризующих объект управления, возможные управляющие воздействия и окружающую среду (массив-локатор), т.е. Li=n, если i-й признак встречается у объекта n раз.

Таким образом, предложенный интегральный критерий представляет собой суммарное количество знаний, содержащихся в системе значений факторов различной природы (т.е. факторах, характеризующих объект управления, управляющее воздействие и окружающую среду) о переходе объекта управления в то или иное будущее состояние.

В многокритериальной постановке задача прогнозирования состояния объекта управления, при оказании на него заданного многофакторного управляющего воздействия Ij, сводится к максимизации интегрального критерия:

$$j^* = \arg\max_{j \in J}((\vec{I}_{ij}, \vec{L}_i)), \tag{4}$$

т.е. к выбору такого состояния объекта управления, для которого интегральный критерий максимален.

Результат прогнозирования поведения объекта управления, описанного данной системой факторов, представляет собой список его возможных будущих состояний, в котором они расположены в порядке убывания суммарного количества знаний о переходе объекта управления в каждое из них.

Задача принятия решения о выборе наиболее эффективного управляющего воздействия является обратной задачей по отношению к задаче максимизации интегрального критерия (идентификации и прогнозирования), т.е. вместо того, чтобы по набору факторов прогнозировать будущее состояние объекта, наоборот, по заданному (целевому) состоянию объекта определяется такой набор факторов, который с наибольшей эффективностью перевел бы объект управления в это состояние.

Предлагается обобщение фундаментальной леммы Неймана-Пирсона, основанное на косвенном учете корреляций между знаниями в векторе состояний при использовании средних по векторам. Соответственно, вместо простой суммы количеств информации предлагается использовать корреляцию между векторами состояния и объекта управления, которая количественно измеряет степень сходства этих векторов:

$$I_j = \frac{1}{\sigma_j \sigma_l A} \sum_{i=1}^{M} \left(I_{ij} - \bar{I}_j\right)\left(L_i - \bar{L}\right), \qquad (5)$$

где:

$\bar{I}_j$ – средняя информативность по вектору класса;

$\bar{L}$ – среднее по вектору идентифицируемой ситуации (объекта).

σ_j – среднеквадратичное отклонение информативностей вектора класса;

σ_l – среднеквадратичное отклонение по вектору распознаваемого объекта.

Выражение (5) получается непосредственно из (3) после замены координат перемножаемых векторов их стандартизированными значениями. Необходимо отметить, что выражение для интегрального критерия сходства (5) по своей математической форме является корреляцией двух векторов, координатами которых являются частные критерии знаний (поэтому в системе «Эйдос-Х++» этот интегральный критерий называется «Смысловой или семантический резонанс знаний», а критерий (3) – «Сумма знаний»).

Таким образом, в системе «Эйдос-Х++» возможна оценка достоверности 7 моделей знаний, а также 3 статистических моделей, с использованием двух интегральных критериев сходства конкретного образа идентифицируемого объекта с обобщенным образом класса:

- «Резонанс знаний».

- «Сумма знаний».

При этом система генерирует несколько различных форм по достоверности моделей с этими интегральными критериями:

1. Обобщающая форма по достоверности моделей при разных интегральных критериях.

2. Обобщающий статистический анализ результатов идентификации по моделям

3. Достоверность идентификации классов в различных моделях

4. Распределение уровней сходства верно и ошибочно идентифицированных и не идентифицированных объектов в различных моделях.

5. Детальный статистический анализ результатов идентификации в различных моделях по классам

Объем работы не позволяет привести конкретные примеры этих форм, и здесь можно лишь отметить, что многочисленные численные эксперименты подтвердили возможность обоснованно выбрать на их основе наиболее достоверную модель в каждом конкретном случае. Это означает, что в системе «Эйдос-Х++» после синтеза модели мы имеем возможность не сразу применять ее для решения различных задач, а предварительно обосновано выбрать наиболее достоверную модель и уже затем использовать ее для решения конкретных задач.

Кроме того в системе «Эйдос-Х++» реализуется возможность идентификации объекта с каждым классом именно в той модели и с тем интегральным критерием, при которых была наиболее высокая достоверность идентификации. Этот алгоритм идентификации был впервые разработан и реализован совместно с А.П.Труневым в системе «Эйдос-астра» [104, 108] и продемонстрировал повышение вероятности верной идентификации и верной не идентификации около 20%. С приведенными монографиями можно ознакомиться на сайте автора системы «Эйдос» http://lc.kubagro.ru/ .

Выводы. Система «Эйдос» за многие годы применения хорошо показала себя при проведении научных исследований в различных предметных областях и занятий по ряду научных дисциплин, связанных с искусственным интеллектом, представлениями знаний и управлению знаниями. Однако в процессе эксплуатации системы были выявлены и некоторые недостатки, ограничивающие перспективы применения системы. Создана качественно новая версия системы (система Эйдос-X++), в которой преодолены ограничения и недостатки предыдущей версии и реализованы новые важные идеи по ее развитию и применению в качестве программного инструментария системно-когнитивного анализа (СК-анализ) [97].

Автор системы «Эйдос-X++» благодарен заведующему кафедрой компьютерных технологий и систем ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет»Заслуженному деятелю науки РФ профессору В.И.Лойко, проректора по науке профессору Ю.П.Федулову за созданную возможность разработки системы «Эйлрс-X++», а Roger Donnay, профессиональному разработчику программного обеспечения, разработчику высокоэффективной инструментальной системы программирования eXPress++, широко использованной при создании системы "Эйдос-X++" (Roger Donnay, Professional Developer, Developer eXPress++, Boise, Idaho USA, http://donnay-software.com), Clifford Wiernik (CPA/CNE, Senior IT Analyst, www.aquafinance.com cwiernik@aquafinance.com Tel: 800-234-3663 x1126, Fax: 715-848-1411, Aqua Finance, Inc, One Corporate Dr, Ste 300, Wausau WI 54401, USA) и всем участникам форума http://bb.donnay-software.com:8080/phpBB3/, оказывающим автору действенную и бескорыстную помощь в разработке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии рассмотрены перспективы и некоторые «точки роста» современной теоретической и вычислительной математики, в частности: числа и множества - основа современной математики; математические, прагматические и компьютерные числа; от обычных множеств - к нечетким; теория нечетких множеств и «нечеткое удвоение» математики; о сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств; интервальные числа как частный случай нечетких множеств; развитие интервальной математики (интервальное удвоение математики); система как обобщение множества; системное обобщение математики и задачи, возникающие при этом; системное обобщение операций над множествами (на примере операции объединения булеанов); системное обобщение понятия функции и функциональной зависимости; когнитивные функции; матрицы знаний как нечеткое с расчетной степенью истинности отображение системы аргументов на систему значений функции; модификация метода наименьших квадратов при аппроксимации когнитивных функций; развитие идеи системного обобщения математики в области теории информации - системная (эмерджентная) теория информации; информационные меры уровня системности - коэффициенты эмерджентности; прямые и обратные, непосредственные и опосредованные правдоподобные логические рассуждения с расчетной степенью истинности; интеллектуальная система Эйдос-Х++ как инструментарий, реализующий идеи системного нечеткого интервального обобщения математики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б.В. О математике. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 208 с.
2. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. – М.: Наука, 1991. – 224 с.
3. Френкель А.А, Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. – М.: Либроком, 2010. – 552 с.
4. Левич Е.М. Исторический очерк развития методологии математики. – Иерусалим, 2008. – 350 с.
5. Орлов А.И. О развитии методологии статистических методов // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. – Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 2001. – С.118-131.
6. Zadeh L.A. Fuzzy sets / Information and Control. 1965. V. N 3. P.338-353.
7. Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1990. – 736 с.
8. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование. В 3 ч. Ч.1. Нечисловая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 541 с.
9. Орлов А.И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. – М.: Знание, 1980. - 64 с.
10. Орлов А.И. О развитии математических методов теории классификации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – Т.75. – № 7. – С.51-63.
11. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
12. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование. В 3 ч. Ч.2. Экспертные оценки. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 486 с.
13. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. - 296 с.
14. Воробьев О.Ю., Валендик Э.Н. Вероятностное множественное моделирование распространения лесных пожаров. – Новосибирск: Наука, 1978. – 160 с.
15. Воробьев О.Ю. Среднемерное моделирование. – М.: Наука, 1984. – 136 с.
16. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-е изд. – М.: Наука, 1974. – 120 с.
17. Лебег А. Об измерении величин. – М.: Учпедгиз, 1960. – 204 с.
18. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 580 с.
19. Орлов А.И. Основания теории нечетких множеств (обобщение аппарата Заде). Случайные толерантности // Алгоритмы многомерного стати-

стического анализа и их применения. – М.: Изд-во ЦЭМИ АН СССР, 1975. – С.169 – 175.

20.Goodman I.R. Fuzzy sets as equivalence classes of random sets / Fuzzy Set and Possibility Theory: Recent Developments. – New York-Oxford-Toronto-Sydney-Paris-Frankfurt, Pergamon Press, 1982. – P.327 – 343. (Перевод на русский язык: Гудмэн И. Нечеткие множества как классы эквивалентности случайных множеств. - В сб.: Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. – М.: Радио и связь, 1986. – С. 241-264.)

21.Контроллинг / А.М. Карминский, С.Г. Фалько, А.А. Жевага, Н.Ю. Иванова; под ред. А.М. Карминского, С.Г. Фалько. – 3-е изд., дораб. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2013. – 336 с.

22.Загонова Н.С., Орлов А.И. Эконометрическая поддержка контроллинга инноваций. Нечеткий выбор / Российское предпринимательство. 2004. №4. С.54-57.

23.Moore, R. E.: Interval Analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1966

24.Шокин Ю.И. Интервальный анализ. — Новосибирск: Наука, 1981. — 112 с.

25. Луценко Е.В. Теоретические основы и технология адаптивного семантического анализа в поддержке принятия решений (на примере универсальной автоматизированной системы распознавания образов "ЭЙДОС-5.1"). - Краснодар: КЮИ МВД РФ, 1996. – 280 с.

26.Налимов В.В. Вероятностная модель языка. 2-е изд., расширенное. – М.: Наука, 1979. – 303 с.

27.Налимов В.В. Спонтанность сознания. Вероятностная теория смыслов и смысловая архитектоника личности. – М.: Прометей, 1989. – 288 с.

28.Дискуссия по анализу интервальных данных // Заводская лаборатория. 1990. Т. 56. №.7. С. 75–95.

29.Сборник трудов Международной конференции по интервальным и стохастическим методам в науке и технике (ИНТЕРВАЛ-92). Т. 1, 2. — М.: МЭИ, 1992. — 216 с., 152 с.

30.ГОСТ 11.011-83. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров гамма-распределения. — М.: Изд-во стандартов, 1984. — 53 с.

31.Orlov A.I. Interval statistics // Interval Computations, 1992, №.1(3). P. 44–52.

32.Орлов А.И. Основные идеи интервальной математической статистики // Наука и технология в России. — 1994. №.4(6). С. 8–9.

33.Орлов А.И. О развитии реалистической статистики. — В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1990. С.89–99.

34.Орлов А.И. Некоторые алгоритмы реалистической статистики. — В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. — Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1991. С.77–86.

35.Орлов А.И. О влиянии погрешностей наблюдений на свойства статистических процедур (на примере гамма-распределения). — В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. — Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1988. С. 45–55.

36.Орлов А.И. Интервальная статистика: метод максимального правдоподобия и метод моментов. — В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. — Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1995. С.114–124.

37.Орлов А.И. Интервальный статистический анализ. — В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. — Пермь: Пермский государственный университет, 1993. С.149–158.

38.Биттар А.Б. Метод наименьших квадратов для интервальных данных. Дипломная работа. — М.: МЭИ, 1994. — 38 с.

39.Пузикова Д.А. Об интервальных методах статистической классификации // Наука и технология в России. 1995. № 2(8). С. 12–13.

40.Орлов А.И. Пути развития статистических методов: непараметрика, робастность, бутстреп и реалистическая статистика // Надежность и контроль качества, 1991. № 8. С. 3–8.

41.Орлов А.И. Современная прикладная статистика // Заводская лаборатория. 1998. Т. 64. № 3. С. 52–60.

42.Вощинин А.П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции. — М.: МЭИ, 1987. —109 с.

43.Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. — М.: МЭИ; София: Техника, 1989. — 224 с.

44.Вощинин А.П., Акматбеков Р.А. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента. — Бишкек: Илим, 1991. — 164 с.

45.Вощинин А.П. Метод анализа данных с интервальными ошибками в задачах проверки гипотез и оценивания параметров неявных и линейно параметризованных функций // Заводская лаборатория, 2000. Т. 66, № 3. С. 51–65.

46.Вощинин А.П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы // Заводская лаборатория, 2002. Т. 68, № 1. С. 118–126.

47.Вощинин А.П., Бронз П.В. Построение аналитических моделей по данным вычислительного эксперимента в задачах анализа чувствительности и оценки экономических рисков // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т.73. №1. С.101-109.

48.Вощинин А.П., Скибицкий Н.В. Интервальный подход к выражению неопределенности измерений и калибровке цифровых измерительных систем // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т.73. №11. 66-71.

49.Дывак Н.П. Разработка методов оптимального планирования эксперимента и анализа интервальных данных. Автореф. дисс. канд.. технич. наук. — М.: МЭИ, 1992. — 20 с.

50.Симов С.Ж. Разработка и исследование интервальных моделей при анализе данных и проектировании экспертных систем. Автореф. дисс. канд. технич. наук. — М.: МЭИ, 1992. — 20 с.

51.Орлов А.И. Вероятность и прикладная статистика: основные факты: справочник. – М.: КНОРУС, 2010. – 192 с.

52.Орлов А.И. Часто ли распределение результатов наблюдений является нормальным? // Заводская лаборатория, 1991. Т. 57. № 7. С. 64–66.

53.Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. — Л.: Энергоатомиздат, 1985. — 248 с.

54.Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1970.

55.Боровков А.А. Математическая статистика. — М.: Наука, 1984. — 472 с.

56.Орлов А.И. Эконометрика. Изд. 3-е, испр. и доп. — М.: Экзамен, 2004. — 576 с.

57.Дейвид Г. Порядковые статистики. — М.: Наука, 1979.

58.Колмогоров А.Н. Метод медианы в теории ошибок. — В кн.: Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: [Сб. статей]. — М.: Наука, 1986. — С. 111–114.

59.Орлов А.И. Об оценивании параметров гамма-распределения. — Журнал «Обозрение прикладной и промышленной математики», 1997. Т. 4. Вып. 3. С. 471–482.

60.Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М.; Л.: ГИТТЛ, 1945.

61.Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. — М.: Наука, 1973. — 900 с.

62.Рекомендации. Прикладная статистика. Методы обработки данных. Основные требования и характеристики. — М.: ВНИИС, 1987.

63.Ляшенко Н.Н., Никулин М.С. Машинное умножение и деление независимых случайных величин // Записки научных семинаров Ленингр. Отделения Математического ин-та АН СССР, 1986. Т.153.

64.Хьюбер П. Робастность в статистике. — М.: Мир, 1984. — 303 с.

65.Орлов А.И. Асимптотика решений экстремальных статистических задач // Анализ нечисловых данных в системных исследованиях: Сб. трудов. Вып.10. — М.: ВНИИ системных исследований АН СССР, 1982. С. 4–12.

66.Крамер Г. Математические методы статистики. — М.: Мир, 1975. — 648 с.

67.Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. — М.: Наука, 1966. — 566 с.

68.Смирнов Н.В. Оценка расхождения между эмпирическими кривыми распределения в двух независимых выборках // Бюллетень МГУ. Сер. А. 1939. Т. 2. № 2. С. 3–14.

69.Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1983. — 474 с.

70.Орлов А.И. О критериях Колмогорова и Смирнова // Заводская лаборатория, 1995. Т. 61. № .7. С. 59–61.

71.Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1966. — 576 с.

72.Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. — М.: Наука, 1989. — 320 с.

73.Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические основания планирования эксперимента. — М.: Металлургия, 1976. — 128 с.

74.Орлов А.И., Федосеев В.Н. Менеджмент в техносфере. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 384 с.

75.Орлов А.И. Эконометрическая поддержка контроллинга. — Контроллинг, 2002. № 1. С. 42–53.

76.Орлов А.И., Гуськова Е.А. Информационные системы управления предприятием в решении задач контроллинга. — Контроллинг, 2003. № 1(5). С. 52–59.

77.Гуськова Е.А., Орлов А.И. Интервальная линейная парная регрессия. — Журнал «Заводская лаборатория». Т. 71.—2005. № 3. С. 57–63.

78.Орлов А.И. Математические методы теории классификации / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). – IDA [article ID]: 0951401023. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/23.pdf, 2,938 у.п.л.

79.Орлов А.И. Прогностическая сила как показатель качества алгоритма диагностики. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. тр. Вып.23. – Пермь: Перм. гос. нац. иссл. ун-т, 2011. – С.104-116.

80.Орлов А.И. Основные идеи статистики интервальных данных / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10(094). С. 867 – 892. – IDA [article ID]: 0941310060. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/60.pdf, 1,625 у.п.л.

81.Орлов А.И. Прикладная статистика. — М.: Экзамен, 2006.— 671 с.

82.Орлов А.И. Основные черты новой парадигмы математической статистики / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С.188-214. – IDA [article ID]: 0901306013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/13.pdf, 1,688 у.п.л.

83.Орлов А.И. Новая парадигма прикладной статистики // Статистика и прикладные исследования: сборник трудов Всерос. научн. конф. – Краснодар: Издательство КубГАУ, 2011. – С.206-217.

84.Орлов А.И. Новая парадигма прикладной статистики. - Журнал «Заводская лаборатория. Диагностика материалов». №1, часть I. 2012. Том 78. С.87-93.

85.Орлов А.И. О развитии статистики объектов нечисловой природы / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №09(093). С. 273 – 309. – IDA [article ID]: 0931309019. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/19.pdf.

86.Орлов А.И. Устойчивые экономико-математические методы и модели. Saarbrücken (Germany), Lambert Academic Publishing, 2011. 436 с.

87.Орлов А.И. Устойчивые математические методы и модели // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2010. Т.76. №3. С.59-67.

88.Орлов А.И. Теория принятия решений. — М.: Экзамен, 2006. — 574 с.

89.Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование : учебник : в 3 ч. Ч. 1. Нечисловая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. — 541 с.

90.Орлов А.И., Миронова Н.Г. Одношаговые оценки для параметров гамма-распределения. – Журнал «Надежность и контроль качества». 1988. No.9. С.18-22.

91.Орлов А.И., Луценко Е.В. О развитии системной нечеткой интервальной математики // Философия математики: актуальные проблемы. Математика и реальность. Тезисы Третьей всероссийской научной конференции; 27-28 сентября 2013 г. / Редкол.: Бажанов В.А. и др. – Москва, Центр стратегической конъюнктуры, 2013. – С.190–193.

92.Орлов А.И. Системная нечеткая интервальная математика (СНИМ) – перспективное направление теоретической и вычислительной математики / А.И. Орлов, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 255 – 308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf.

93.Луценко Е.В. Универсальная автоматизированная система распознавания образов "Эйдос" (версия 4.1).-Краснодар: КЮИ МВД РФ, 1995.- 76с.

94.Луценко Е.В. Теоретические основы и технология адаптивного семантического анализа в поддержке принятия решений (на примере универсальной автоматизированной системы распознавания образов "ЭЙДОС-5.1"). - Краснодар: КЮИ МВД РФ, 1996. - 280с.

95.Симанков В.С., Луценко Е.В. Адаптивное управление сложными системами на основе теории распознавания образов. Монография (научное издание). – Краснодар: ТУ КубГТУ, 1999. - 318с.

96.Симанков В.С., Луценко Е.В., Лаптев В.Н. Системный анализ в адаптивном управлении: Монография (научное издание). /Под науч. ред. В.С.Симанкова. – Краснодар: ИСТЭК КубГТУ, 2001. – 258с.

97.Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2002. – 605 с.

98.Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие для студентов специальности 351400 "Прикладная информатика (по отраслям)". – Краснодар: КубГАУ. 2004. – 633 с.

99.Луценко Е.В., Лойко В.И., Семантические информационные модели управления агропромышленным комплексом. Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2005. – 480 с.

100. Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп.– Краснодар: КубГАУ, 2006. – 615 с.

101. Луценко Е.В. Лабораторный практикум по интеллектуальным информационным системам: Учебное пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – 318с.

102. Наприев И.Л., Луценко Е.В., Чистилин А.Н. Образ-Я и стилевые особенности деятельности сотрудников органов внутренних дел в экстремальных условиях. Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2008. – 262 с.

103. Луценко Е. В., Лойко В.И., Великанова Л.О. Прогнозирование и принятие решений в растениеводстве с применением технологий искусственного интеллекта: Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ, 2008. – 257 с.

104. Трунев А.П., Луценко Е.В. Астросоциотипология: Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ, 2008. – 264 с.

105. Луценко Е.В., Коржаков В.Е., Лаптев В.Н. Теоретические основы и технология применения системно-когнитивного анализа в автоматизированных системах обработки информации и управления (АСОИУ) (на примере АСУ вузом): Под науч. ред. д.э.н., проф. Е.В.Луценко. Монография (научное издание). – Майкоп: АГУ. 2009. – 536 с.

106. Луценко Е.В., Коржаков В.Е., Ермоленко В.В. Интеллектуальные системы в контроллинге и менеджменте средних и малых фирм: Под науч. ред. д.э.н., проф. Е.В.Луценко. Монография (научное издание). – Майкоп: АГУ. 2011. – 392 с.

107. Наприев И.Л., Луценко Е.В. Образ-я и стилевые особенности личности в экстремальных условиях: Монография (научное издание). – Saarbrucken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG,. 2012. – 262 с. Номер проекта: 39475, ISBN: 978-3-8473-3424-8

108. Трунев А.П., Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ влияния факторов космической среды на ноосферу, магнитосферу и литосферу Земли: Под науч. ред. д.т.н., проф. В.И.Лойко. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2012. – 480 с. ISBN 978-5-94672-519-4

109. Трубилин А.И., Барановская Т.П., Лойко В.И., Луценко Е.В. Модели и методы управления экономикой АПК региона. Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2012. – 528 с. ISBN 978-5-94672-584-2

110. Горпинченко К.Н., Луценко Е.В. Прогнозирование и принятие решений по выбору агротехнологий в зерновом производстве с применением методов искусственного интеллекта (на примере СК-анализа). Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2013. – 168 с. ISBN 978-5-94672-644-3

111. Луценко Е.В., Шульман Б.Х. Универсальная автоматизированная система анализа и прогнозирования ситуаций на фондовом рынке «ЭЙДОС-фонд». Свидетельство РосАПО №940334. Заяв. № 940336. Опубл. 23.08.94. – 50с.

112. Универсальная автоматизированная система анализа, мониторинга и прогнозирования состояний многопараметрических динамических систем "ЭЙДОС-Т". Свидетельство РосАПО №940328. Заяв. № 940324. Опубл. 18.08.94. – 50с.

113. Луценко Е.В., Универсальная автоматизированная система распознавания образов "ЭЙДОС". Свидетельство РосАПО №940217. Заяв. № 940103. Опубл. 11.05.94. – 50с.

114. Луценко Е.В., Симанков В.С. Автоматизированная система анализа и прогнозирования состояний сложных систем "Дельта". Пат. №2000610164 РФ / В.С.Симанков (Россия), Е.В. Луценко (Россия). Заяв. № 2000610164. Опубл. 03.03.2000. – 12 с.

115. Луценко Е.В., Драгавцева И. А., Лопатина Л.М. Автоматизированная система мониторинга, анализа и прогнозирования развития сельхозкультур "ПРОГНОЗ-АГРО". Пат. № 2003610433 РФ. Заяв. № 2002611927 РФ. Опубл. от 18.02.2003.

116. Луценко Е.В., Драгавцева И. А., Лопатина Л.М. База данных автоматизированной системы мониторинга, анализа и прогнозирования развития сельхозкультур "ПРОГНОЗ-АГРО". Пат. № 2003620035 РФ. Заяв. № 2002620178 РФ. Опубл. от 20.02.2003.

117. Луценко Е.В., Универсальная когнитивная аналитическая система "ЭЙДОС". Пат. № 2003610986 РФ. Заяв. № 2003610510 РФ. Опубл. от 22.04.2003.

118. Луценко Е.В., Некрасов С.Д. Автоматизированная система комплексной обработки данных психологического тестирования "ЭЙДОС-Ψ". Пат. № 2003610987 РФ. Заяв. № 2003610511 РФ. Опубл. от 22.04.2003.

119. Луценко Е.В., Драгавцева И. А., Лопатина Л.М., Немоляев А.Н. Подсистема агрометеорологической типизации лет по успешности выращивания плодовых и оценки соответствия условий микрозон выращивания ("АГРО-МЕТЕО-ТИПИЗАЦИЯ"). Пат. № 2006613271 РФ. Заяв. № 2006612452 РФ. Опубл. от 15.09.2006.

120. Луценко Е.В., Шеляг М.М. Подсистема синтеза семантической информационной модели и измерения ее внутренней дифференциальной и интегральной валидности (Подсистема "Эйдос-м25"). Пат. № 2007614570 РФ. Заяв. № 2007613644 РФ. Опубл. от 11.10.2007.

121. Луценко Е.В., Лебедев Е.А. Подсистема автоматического формирования двоичного дерева классов семантической информационной модели (Подсистема "Эйдос-Tree"). Пат. № 2008610096 РФ. Заяв. № 2007613721 РФ. Опубл. от 09.01.2008.

122. Луценко Е.В., Трунев А.П., Шашин В.Н. Система типизации и идентификации социального статуса респондентов по их астрономическим показателями на момент рождения "Эйдос-астра" (Система "Эйдос-астра"). Пат. № 2008610097 РФ. Заяв. № 2007613722 РФ. Опубл. от 09.01.2008.

123. Луценко Е.В., Лаптев В.Н. Адаптивная автоматизированная система управления "Эйдос-АСА" (Система "Эйдос-АСА"). Пат. № 2008610098 РФ. Заяв. № 2007613722 РФ. Опубл. от 09.01.2008.

124. Луценко Е.В., Лебедев Е.А. Подсистема формализации семантических информационных моделей высокой размерности с сочетанными описательными шкалами и градациями (Подсистема "ЭЙДОС-Сочетания"). Пат. № 2008610775 РФ. Заяв. № 2007615168 РФ. Опубл. от 14.02.2008.

125. Луценко Е.В., Марченко Н.Н. Драгавцева И.А., Акопян В.С., Костенко В.Г. Автоматизированная система поиска комфортных условий для выращивания плодовых культур (Система "Плодкомфорт"). Пат. № 2008613272 РФ. Заяв. № 2008612309 РФ. Опубл. от 09.07.2008.

126. Луценко Е.В., Лойко В.И., Макаревич О.А. Программный интерфейс между базами данных стандартной статистической отчетности агропромышленного холдинга и системой "Эйдос" (Программный интерфейс "Эйдос-холдинг"). Пат. № 2009610052 РФ. Заяв. № 2008615084 РФ. Опубл. от 11.01.2009.

127. Луценко Е.В., Драгавцева И.А. Марченко Н.Н Святкина О.А. Овчаренко Л.И. Агроэкологическая система прогнозирования риска гибели урожая плодовых культур от неблагоприятных климатических условий зимне-весеннего периода (Система «ПРОГНОЗ-ЛИМИТ». Пат. № 2009616032 РФ. Заяв. № 2009614930 РФ. Опубл. от 30.10.2009.

128. Луценко Е.В., Система решения обобщенной задачи о назначениях (Система «Эйдос-назначения»). Пат. № 2009616033 РФ. Заяв. № 2009614931 РФ. Опубл. от 30.10.2009.

129. Луценко Е.В., Система восстановления и визуализации значений функции по признакам аргумента (Система «Эйдос-map»). Пат. № 2009616034 РФ. Заяв. № 2009614932 РФ. Опубл. от 30.10.2009.

130. Луценко Е.В., Система количественной оценки различимости символов стандартных графических шрифтов (Система «Эйдос-image»). Пат. № 2009616035 РФ. Заяв. № 2009614933 РФ. Опубл. от 30.10.2009.

131. Луценко Е.В., Трунев А.П., Шашин В.Н. Бандык Д.К. Интеллектуальная система научных исследований влияния космической среды на глобальные геосистемы «Эйдос-астра» (ИСНИ «Эйдос-астра»). Пат. № 2011612054 РФ. Заяв. № 2011610345 РФ 20.01.2011. Опубл. от 09.03.2011.

132. Луценко Е.В., Шеляг М.М. Программное обеспечение аппаратно-программного комплекса СДС-тестирования по методу профессора В.М.Покровского. Пат. № 2011612055 РФ. Заяв. № 2011610346 РФ 20.01.2011. Опубл. от 09.03.2011.

133. Луценко Е.В., Бандык Д.К. Подсистема визуализации когнитивных (каузальных) функций системы «Эйдос» (Подсистема «Эйдос-VCF»). Пат. № 2011612056 РФ. Заяв. № 2011610347 РФ 20.01.2011. Опубл. от 09.03.2011.

134. Луценко Е.В., Коржаков В.Е. Подсистема агломеративной когнитивной кластеризации классов системы «Эйдос» ("Эйдос-кластер"). Пат. № 2012610135 РФ. Заяв. № 2011617962 РФ 26.10.2011. Опубл. От 10.01.2012.

135. Луценко Е.В., Универсальная когнитивная аналитическая система "ЭЙДОС-Х++". Пат. № 2012619610 РФ. Заявка № 2012617579 РФ от 10.09.2012. Зарегистр. 24.10.2012.

136. Луценко Е.В., Коржаков В.Е. Свид. РосПатента РФ на программу для ЭВМ «Подсистема генерации сочетаний классов, сочетаний значений факторов и докодирования обучающей и распознаваемой выборки интеллектуальной системы «Эйдос-Х++» ("Эйдос-сочетания"), Гос.рег.№ 2013660481 от 07.11.2013.

137. Луценко Е.В., Коржаков В.Е. Свидетельство РосПатента РФ на программу для ЭВМ «Подсистема интеллектуальной системы «Эйдос-Х++», реализующая сценарный метод системно-когнитивного анализа ("Эйдос-сценарии"), Гос.рег.№ 2013660738 от 18.11.2013.

138. Луценко Е.В. Системная теория информации и нелокальные интерпретируемые нейронные сети прямого счета / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №01(001). С. 79 – 91. – IDA [article ID]: 0010301011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/01/pdf/11.pdf, 0,812 у.п.л.

139. Луценко Е.В. Диагностика и прогнозирование профессиональных и творческих способностей методом АСК-анализа электроэнцефалограмм в системе "Эйдос" / Е.В. Луценко, А.Н. Лебедев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №01(001). С. 59 – 61. – IDA [article ID]: 0010301009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/01/pdf/09.pdf, 0,188 у.п.л.

140. Луценко Е.В. Численный расчет эластичности объектов информационной безопасности на основе системной теории информации / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №01(001). С. 16 – 27. – IDA [article ID]: 0010301005. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/01/pdf/05.pdf, 0,75 у.п.л.

141. Луценко Е.В. Анализ профессиональных траекторий специалистов с применением системы "Эйдос" / Е.В. Луценко, В.Г. Третьяк // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №01(001). С. 55 – 58. – IDA [article ID]: 0010301008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/01/pdf/08.pdf, 0,25 у.п.л.

142. Луценко Е.В. Методика использования репозитария UCI для оценки качества математических моделей систем искусственного интеллекта / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №02(002). С. 120 – 145. – IDA [article ID]: 0020302012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/02/pdf/12.pdf, 1,625 у.п.л.

143. Луценко Е.В. Атрибуция текстов, как обобщенная задача идентификации и прогнозирования / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного

университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №02(002). С. 146 – 164. – IDA [article ID]: 0020302013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/02/pdf/13.pdf, 1,188 у.п.л.

144. Луценко Е.В. Математический метод СК-анализа в свете идей интервальной бутстрепной робастной статистики объектов нечисловой природы / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №01(003). С. 312 – 340. – IDA [article ID]: 0030401013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/01/pdf/13.pdf, 1,812 у.п.л.

145. Луценко Е.В. Типовая методика и инструментарий когнитивной структуризации и формализации задач в СК-анализе / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №01(003). С. 388 – 414. – IDA [article ID]: 0030401016. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/01/pdf/16.pdf, 1,688 у.п.л.

146. Ткачев А.Н. Качество жизни населения, как интегральный критерий оценки эффективности деятельности региональной администрации / А.Н. Ткачев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №02(004). С. 171 – 185. – IDA [article ID]: 0040402014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/02/pdf/14.pdf, 0,938 у.п.л.

147. Луценко Е.В. Идентификация слов по входящим в них буквам с применением системно-когнитивного анализа / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №02(004). С. 130 – 150. – IDA [article ID]: 0040402012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/02/pdf/12.pdf, 1,312 у.п.л.

148. Луценко Е.В. Возможности прогнозирования учебных достижений студентов на основе АСК-анализа их имеджевых фотороботов / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №02(004). С. 151 – 170. – IDA [article ID]: 0040402013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/02/pdf/13.pdf, 1,25 у.п.л.

149. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ как развитие концепции смысла Шенка – Абельсона / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. –

Краснодар: КубГАУ, 2004. – №03(005). С. 44 – 65. – IDA [article ID]: 0050403004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/03/pdf/04.pdf, 1,375 у.п.л.

150. Луценко Е.В. Атрибуция анонимных и псевдонимных текстов в системно-когнитивном анализе / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №03(005). С. 44 – 43. – IDA [article ID]: 0050403003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/03/pdf/03.pdf, 0 у.п.л.

151. Лопатина Л.М. Создание автоматизированной системы мониторинга, анализа, прогноза и управления продуктивностью сельскохозяйственных культур / Л.М. Лопатина, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2003. – №02(002). С. 52 – 61. – IDA [article ID]: 0020302007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2003/02/pdf/07.pdf, 0,625 у.п.л.

152. Ткачев А.Н. Гуманистическая экономика и цели региональной администрации / А.Н. Ткачев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 214 – 227. – IDA [article ID]: 0060404018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/18.pdf, 0,875 у.п.л.

153. Ткачев А.Н. Формальная постановка задачи и синтез многоуровневой модели влияния инвестиций на экономическую составляющую качества жизни / А.Н. Ткачев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 185 – 213. – IDA [article ID]: 0060404017. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/17.pdf, 1,812 у.п.л.

154. Ткачев А.Н. Исследование многоуровневой семантической информационной модели влияния инвестиций на уровень качества жизни населения региона / А.Н. Ткачев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 228 – 267. – IDA [article ID]: 0060404019. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/19.pdf, 2,5 у.п.л.

155. ЭЭГ прогноз успешности выполнения психомоторного теста при снижении уровня бодрствования: анализ результатов исследования /

Т.Н. Щукин, В.Б. Дорохов, А.Н. Лебедев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 290 – 306. – IDA [article ID]: 0060404022. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/22.pdf, 1,062 у.п.л.

156. ЭЭГ прогноз успешности выполнения психомоторного теста при снижении уровня бодрствования: описание эксперимента / Т.Н. Щукин, В.Б. Дорохов, А.Н. Лебедев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 277 – 289. – IDA [article ID]: 0060404021. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/21.pdf, 0,812 у.п.л.

157. ЭЭГ прогноз успешности выполнения психомоторного теста при снижении уровня бодрствования: постановка задачи / Т.Н. Щукин, В.Б. Дорохов, А.Н. Лебедев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №04(006). С. 268 – 276. – IDA [article ID]: 0060404020. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/04/pdf/20.pdf, 0,562 у.п.л.

158. Лопатина Л.М. Концептуальная постановка задачи: "Прогнозирование количественных и качественных результатов выращивания заданной культуры в заданной точке" / Л.М. Лопатина, И.А. Драгавцева, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №05(007). С. 86 – 100. – IDA [article ID]: 0070405008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/05/pdf/08.pdf, 0,938 у.п.л.

159. Сафронова Т.И. Когнитивная структуризация и формализация задачи управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах / Т.И. Сафронова, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №05(007). С. 133 – 147. – IDA [article ID]: 0070405013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/05/pdf/13.pdf, 0,938 у.п.л.

160. Сафронова Т.И. Синтез, оптимизация и верификация семантической информационной модели управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах / Т.И. Сафронова, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электрон-

ный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №05(007). С. 125 – 132. – IDA [article ID]: 0070405012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/05/pdf/12.pdf, 0,5 у.п.л.

161. Сафронова Т.И. Проблема управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах и концепция ее решения / Т.И. Сафронова, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №05(007). С. 116 – 124. – IDA [article ID]: 0070405011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/05/pdf/11.pdf, 0,562 у.п.л.

162. Сафронова Т.И. Исследование семантической информационной модели управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах / Т.И. Сафронова, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №05(007). С. 148 – 171. – IDA [article ID]: 0070405014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/05/pdf/14.pdf, 1,5 у.п.л.

163. Луценко Е.В. Критерии реальности и принцип эквивалентности виртуальной и "истинной" реальности / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №06(008). С. 70 – 88. – IDA [article ID]: 0080406010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/06/pdf/10.pdf, 1,188 у.п.л.

164. Луценко Е.В. Виртуализация общества как основной информационный аспект глобализации / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №01(009). С. 6 – 43. – IDA [article ID]: 0090501002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/01/pdf/02.pdf, 2,375 у.п.л.

165. Калустов А.А. Применение автоматизированного системно-когнитивного анализа для совершенствования методов компьютерной селекции подсолнечника / А.А. Калустов, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №02(010). С. 110 – 128. – IDA [article ID]: 0100502010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/02/pdf/10.pdf, 1,188 у.п.л.

166. Луценко Е.В. АСК-анализ как метод выявления когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университете-

та (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №03(011). С. 181 – 199. – IDA [article ID]: 0110503019. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/03/pdf/19.pdf, 1,188 у.п.л.

167. Луценко Е.В. Косвенная идентификация селекционно-значимых особенностей генотипа подсолнечника с применением автоматизированного системно-когнитивного анализа / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №07(015). С. 32 – 58. – IDA [article ID]: 0150507003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/07/pdf/03.pdf, 1,688 у.п.л.

168. Луценко Е.В. Математическое и численное моделирование динамики плотности вероятности состояний сознания человека в эволюции с применением теории Марковских случайных процессов / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №07(015). С. 59 – 76. – IDA [article ID]: 0150507004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/07/pdf/04.pdf, 1,125 у.п.л.

169. Луценко Е.В. Прогнозирование учебных достижений студентов на основе особенностей их почерка с применением системно-когнитивного анализа / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №04(020). С. 309 – 327. – Шифр Информрегистра: 0420600012\0083, IDA [article ID]: 0200604027. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/04/pdf/27.pdf, 1,188 у.п.л.

170. Луценко Е.В. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №05(021). С. 355 – 374. – Шифр Информрегистра: 0420600012\0089, IDA [article ID]: 0210605031. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf, 1,25 у.п.л.

171. Луценко Е.В. Автоматизированная система управления качеством подготовки специалистов (актуальность и предпосылки создания) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, С.А. Курносов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №08(024). С. 537 – 544. – Шифр Информрегистра: 0420600012\0191, IDA [article ID]: 0240608052. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/08/pdf/52.pdf, 0,5 у.п.л.

172. Луценко Е.В. Концептуальные подходы к созданию рефлексивной АСУ качеством подготовки специалистов (Часть II: двухуровневая рефлексивная АСУ качеством подготовки специалистов, как АСУ ТП в образовании) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, С.А. Курносов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №01(025). С. 16 – 35. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0005, IDA [article ID]: 0250701002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/01/pdf/02.pdf, 1,25 у.п.л.

173. Луценко Е.В. Типизация и идентификация респондентов в социологии по их астрономическим показателями на момент рождения. / Е.В. Луценко, А.П. Трунев, В.Н. Шашин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №01(025). С. 217 – 250. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0014, IDA [article ID]: 0250701014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/01/pdf/14.pdf, 2,125 у.п.л.

174. Луценко Е.В. Концептуальные подходы к созданию рефлексивной АСУ качеством подготовки специалистов (Часть III: методологические аспекты решения проблемы) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, С.А. Курносов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №01(025). С. 36 – 54. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0004, IDA [article ID]: 0250701003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/01/pdf/03.pdf, 1,188 у.п.л.

175. Луценко Е.В. Концептуальные подходы к созданию рефлексивной АСУ качеством подготовки специалистов (Часть I: проблема, и ее декомпозиция в последовательность задач) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, С.А. Курносов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №01(025). С. 1 – 15. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0006, IDA [article ID]: 0250701001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/01/pdf/01.pdf, 0,938 у.п.л.

176. Луценко Е.В. Методика написания статей в политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета / Е.В. Луценко, В.И. Лойко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №03(027). С. 241 – 256. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0043, IDA [article ID]: 0270703022. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/03/pdf/22.pdf, 1 у.п.л.

177. Луценко Е.В. Синтез многоуровневых семантических информационных моделей активных объектов управления в системно-когнитивном анализе / Е.В. Луценко, И.Л. Наприев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №04(028). С. 89 – 110. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0081, IDA [article ID]: 0280704011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/04/pdf/11.pdf, 1,375 у.п.л.

178. Луценко Е.В. Поддержка принятия решений по выбору номенклатуры и формы оплаты автомобилей с целью максимизации прибыли и рентабельности (на примере автоцентра Reno фирмы ООО "Модус-Краснодар") / Е.В. Луценко, Ю.Ю. Бараненкова // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №05(029). С. 149 – 173. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0094, IDA [article ID]: 0290705012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/05/pdf/12.pdf, 1,562 у.п.л.

179. Луценко Е.В. Прогнозирование рисков ОСАГО (андерайтинг) с применением системно-когнитивного анализа / Е.В. Луценко, Н.А. Подставкин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №05(029). С. 90 – 112. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0096, IDA [article ID]: 0290705008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/05/pdf/08.pdf, 1,438 у.п.л.

180. Луценко Е.В. Автоматизированный системный анализ как средство пересинтеза модели активного объекта управления при прохождения им точки бифуркации / Е.В. Луценко, В.Н. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №06(030). С. 140 – 158. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0105, IDA [article ID]: 0300706010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/06/pdf/10.pdf, 1,188 у.п.л.

181. Луценко Е.В. АСУ вузом как самоорганизующаяся система / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №06(030). С. 112 – 126. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0106, IDA [article ID]: 0300706008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/06/pdf/08.pdf, 0,938 у.п.л.

182. Наприев И.Л. Структурное моделирование изменения стилистических особенностей деятельности сотрудников органов внутренних дел под влиянием экстремальных условий / И.Л. Наприев, Е.В. Луценко // По-

литематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №06(030). С. 94 – 111. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0115, IDA [article ID]: 0300706007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/06/pdf/07.pdf, 1,125 у.п.л.

183. Наприев И.Л. Структурное моделирование изменений образа-Я сотрудников органов внутренних дел под влиянием экстремальных условий / И.Л. Наприев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №06(030). С. 69 – 93. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0116, IDA [article ID]: 0300706006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/06/pdf/06.pdf, 1,562 у.п.л.

184. Луценко Е.В. "Антитьюринг", или критика теста Тьюринга с позиций информационно-функциональной теории развития техники / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2007. – №10(034). С. 79 – 97. – Шифр Информрегистра: 0420700012\0182, IDA [article ID]: 0340710006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2007/10/pdf/06.pdf, 1,188 у.п.л.

185. Луценко Е.В. Астросоциотипология и спектральный анализ личности по астросоциотипам с применением семантических информационных мультимоделей / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №01(035). С. 101 – 151. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0002, IDA [article ID]: 0350801010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/01/pdf/10.pdf, 3,188 у.п.л.

186. Луценко Е.В. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(036). С. 175 – 192. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0016, IDA [article ID]: 0360802011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf, 1,125 у.п.л.

187. Луценко Е.В. Повышение адекватности спектрального анализа личности по астросоциотипам путем их разделения на типичную и нетипичную части / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(036). С. 153 – 174. – Шифр Информрегистра:

0420800012\0017, IDA [article ID]: 0360802010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/10.pdf, 1,375 у.п.л.

188. Луценко Е.В. Семантическая информационная модель СК-анализа / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(036). С. 193 – 211. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0015, IDA [article ID]: 0360802012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/12.pdf, 1,188 у.п.л.

189. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 1-я: задачи 1-3) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №03(037). С. 154 – 185. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0031, IDA [article ID]: 0370803012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/12.pdf, 2 у.п.л.

190. Луценко Е.В. Artificial intelligence system for identification of social categories of natives based on astronomical parameters / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №03(037). С. 65 – 85. – IDA [article ID]: 0370803007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/07.pdf, 1,312 у.п.л.

191. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 2-я: задачи 4–9) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(038). С. 26 – 65. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0049, IDA [article ID]: 0380804003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/03.pdf, 2,5 у.п.л.

192. Луценко Е.В. Прогнозирование урожайности зерновых колосовых и поддержка принятия решений по рациональному выбору агротехнологий с применением СК-анализа / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Л.О. Великанова // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(038). С. 101 – 126. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0047, IDA [article ID]: 0380804007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/07.pdf, 1,625 у.п.л.

193. Луценко Е.В. Постановка задачи и синтез модели прогнозирования урожайности зерновых колосовых и поддержки принятия решений по

рациональному выбору агротехнологий / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Л.О. Великанова // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(038). С. 80 – 100. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0048, IDA [article ID]: 0380804006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/06.pdf, 1,312 у.п.л.

194. Луценко Е.В. Применение технологий искусственного интеллекта для углубленных маркетинговых исследований аудитории рекламодателей глянцевых журналов краснодарского края / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков, А.Д. Мачулин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №05(039). С. 11 – 57. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0055, IDA [article ID]: 0390805003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/05/pdf/03.pdf, 2,938 у.п.л.

195. Луценко Е.В. Прогнозирование рисков автострахования КАСКО с применением системно-когнитивного анализа / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №06(040). С. 91 – 104. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0071, IDA [article ID]: 0400806011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/06/pdf/11.pdf, 0,875 у.п.л.

196. Луценко Е.В. Универсальный информационный вариационный принцип развития систем / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(041). С. 117 – 193. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0091, IDA [article ID]: 0410807010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/10.pdf, 4,812 у.п.л.

197. Луценко Е.В. Системно-когнитивный подход к построению многоуровневой семантической информационной модели управления агропромышленным холдингом / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(041). С. 194 – 214. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0095, IDA [article ID]: 0410807011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/11.pdf, 1,312 у.п.л.

198. Луценко Е.В. Исследование характеристик исходных данных по агропромышленному холдингу и разработка программного интерфейса их объединения и стандартизации (формализация предметной области) / Е.В.

Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(041). С. 215 – 246. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0094, IDA [article ID]: 0410807012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/12.pdf, 2 у.п.л.

199. Луценко Е.В. Синтез и верификация двухуровневой семантической информационной модели агропромышленного холдинга / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(042). С. 1 – 15. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0120, IDA [article ID]: 0420808001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/01.pdf, 0,938 у.п.л.

200. Луценко Е.В. Исследование двухуровневой семантической информационной модели агропромышленного холдинга / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(042). С. 35 – 75. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0118, IDA [article ID]: 0420808003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/03.pdf, 2,562 у.п.л.

201. Луценко Е.В. Математическая сущность системной теории информации (СТИ) (Системное обобщение формулы Больцмана-Найквиста-Хартли, синтез семантической теории информации Харкевича и теории информации Шеннона) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(042). С. 76 – 103. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0114, IDA [article ID]: 0420808004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/04.pdf, 1,75 у.п.л.

202. Луценко Е.В. Решение задач прогнозирования и поддержки принятия решений (управления) для агропромышленного холдинга на основе его двухуровневой семантической информационной модели / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(042). С. 16 – 34. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0119, IDA [article ID]: 0420808002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/02.pdf, 1,188 у.п.л.

203. Луценко Е.В. Проблема референтного класса и ее концептуальное, математическое и инструментальное решение в системно-когнитивном анализе / Е.В. Луценко // Политематический сетевой элек-

тронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №09(043). С. 1 – 47. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0130, IDA [article ID]: 0430809001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/09/pdf/01.pdf, 2,938 у.п.л.

204. Трунев А.П. Фундаментальные закономерности распознавания социальных категорий по астрономическим данным на момент рождения / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №10(044). С. 1 – 27. – Шифр Информрегистра: 0420800012\0138, IDA [article ID]: 0440810001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/10/pdf/01.pdf, 1,688 у.п.л.

205. Луценко Е.В. Методология применения системно-когнитивного анализа для синтеза многоуровневой семантической информационной модели агропромышленного холдинга и решения на ее основе задач прогнозирования, поддержки принятия управленческих решений и научных исследований / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №01(045). С. 11 – 29. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0006, IDA [article ID]: 0450901002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/01/pdf/02.pdf, 1,188 у.п.л.

206. Луценко Е.В. СК-анализ и система "Эйдос" в свете философии Платона / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №01(045). С. 91 – 100. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0010, IDA [article ID]: 0450901008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/01/pdf/08.pdf, 0,625 у.п.л.

207. Трунев А.П. Исследование вариабельности интегральной информативности моделей реагирования субъектов на положение небесных тел солнечной системы в момент рождения / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №01(045). С. 101 – 116. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0014, IDA [article ID]: 0450901009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/01/pdf/09.pdf, 1 у.п.л.

208. Трунев А.П. Устойчивость зависимости интегральной информативности от расстояния до небесных тел Солнечной системы / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. –

№02(046). С. 175 – 201. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0016, IDA [article ID]: 0460902012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/02/pdf/12.pdf, 1,688 у.п.л.

209. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ изображений (обобщение, абстрагирование, классификация и идентификация) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №02(046). С. 146 – 164. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0017, IDA [article ID]: 0460902010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/02/pdf/10.pdf, 1,188 у.п.л.

210. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ временных рядов на примере фондового рынка (прогнозирование, принятие решений и исследование предметной области) / Е.В. Луценко, Е.А. Лебедев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 47 – 82. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0071, IDA [article ID]: 0510907003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/03.pdf, 2,25 у.п.л.

211. Системно-когнитивный подход к прогнозированию длительности послеоперационного восстановительного периода на основе информации о пациенте, полученной методом сердечно-дыхательного синхронизма (СДС) (когнитивная структуризация и формализация предметной области и подготовка обучающей выборки) / В.М. Покровский, С.В. Полищук, Е.В. Фомина и др. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 163 – 190. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0084, IDA [article ID]: 0510907008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/08.pdf, 1,75 у.п.л.

212. Системно-когнитивный подход к прогнозированию длительности послеоперационного восстановительного периода на основе информации о пациенте, полученной методом сердечно-дыхательного синхронизма (СДС) (синтез и верификация семантической информационной модели) / В.М. Покровский, С.В. Полищук, Е.В. Фомина и др. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 191 – 206. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0083, IDA [article ID]: 0510907009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/09.pdf, 1 у.п.л.

213. Системно-когнитивный подход к прогнозированию длительности послеоперационного восстановительного периода на основе информации о пациенте, полученной методом сердечно-дыхательного синхронизма

(СДС) (решение задач прогнозирования, поддержки принятия решений и исследования предметной области) / В.М. Покровский, С.В. Полищук, Е.В. Фомина и др. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 207 – 247. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0082, IDA [article ID]: 0510907010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/10.pdf, 2,562 у.п.л.

214. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ временных рядов на примере фондового рынка (синтез и верификация семантической информационной модели) / Е.В. Луценко, Е.А. Лебедев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 38 – 46. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0072, IDA [article ID]: 0510907002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/02.pdf, 0,562 у.п.л.

215. Луценко Е.В. Системно-когнитивный подход к синтезу эффективного алфавита / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 109 – 129. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0067, IDA [article ID]: 0510907005. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/05.pdf, 1,312 у.п.л.

216. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ временных рядов на примере фондового рынка (когнитивная структуризация и формализация предметной области) / Е.В. Луценко, Е.А. Лебедев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 1 – 37. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0073, IDA [article ID]: 0510907001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/01.pdf, 2,312 у.п.л.

217. Луценко Е.В. Решение обобщенной задачи о назначениях в системно-когнитивном анализе / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 83 – 108. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0070, IDA [article ID]: 0510907004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/04.pdf, 1,625 у.п.л.

218. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ функций и восстановление их значений по признакам аргумента на основе априорной информации (интеллектуальные технологии интерполяции, экстраполяции, прогнозирования и принятия решений по картографическим базам данных) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал

Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №07(051). С. 130 – 154. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0066, IDA [article ID]: 0510907006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/07/pdf/06.pdf, 1,562 у.п.л.

219. Трунев А.П. Прогнозирование землетрясений по астрономическим данным с использованием системы искусственного интеллекта / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №08(052). С. 172 – 194. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0086, IDA [article ID]: 0520908013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/08/pdf/13.pdf, 1,438 у.п.л.

220. Биометрическая оценка полиморфизма сортогрупп винограда Пино и Рислинг по морфологическим признакам листьев среднего яруса кроны / Л.П. Трошин, Е.В. Луценко, П.П. Подваленко, А.С. Звягин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №08(052). С. 1 – 14. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0097, IDA [article ID]: 0520908001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/08/pdf/01.pdf, 0,875 у.п.л.

221. Луценко Е.В. Автоматизированные технологии управления знаниями в агропромышленном холдинге / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №08(052). С. 98 – 109. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0088, IDA [article ID]: 0520908007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/08/pdf/07.pdf, 0,75 у.п.л.

222. Трунев А.П. Прогнозирование сейсмической активности и климата на основе семантических информационных моделей / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №09(053). С. 98 – 122. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0098, IDA [article ID]: 0530909009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/09/pdf/09.pdf, 1,562 у.п.л.

223. Шеляг М.М. Математическая модель и инструментарий управления объемами производства продукции в АПК на основе структуры затрат (по материалам Краснодарского Края) / М.М. Шеляг, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(054). С. 94 –

122. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0112, IDA [article ID]: 0540910006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/06.pdf, 1,812 у.п.л.

224. Луценко Е.В. 30 лет системе «Эйдос» – одной из старейших отечественных универсальных систем искусственного интеллекта, широко применяемых и развивающихся и в настоящее время / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(054). С. 48 – 77. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0110, IDA [article ID]: 0540910004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/04.pdf, 1,875 у.п.л.

225. Луценко Е.В. Повышение качества моделей «knowledge management» путем разделения классов на типичную и нетипичную части / Е.В. Луценко, Е.А. Лебедев, В.Н. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(054). С. 78 – 93. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0109, IDA [article ID]: 0540910005. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/05.pdf, 1 у.п.л.

226. Луценко Е.В. Управление агропромышленным холдингом на основе когнитивных функций связи результатов работы холдинга и характеристик его предприятий / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(054). С. 248 – 260. – Шифр Информрегистра: 0420900012\0111, IDA [article ID]: 0540910015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/15.pdf, 0,812 у.п.л.

227. Трунев А.П. Системно-когнитивный анализ и прогнозирование сейсмической активности литосферы Земли, как глобальной активной геосистемы / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №01(055). С. 299 – 321. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0001, IDA [article ID]: 0551001022. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/01/pdf/22.pdf, 1,438 у.п.л.

228. Трунев А.П. Семантические информационные модели глобальной сейсмической активности при смещении географического и магнитного полюса / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №02(056). С. 195 – 223. – Шифр Информрегистра:

0421000012\0023, IDA [article ID]: 0561002015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/02/pdf/15.pdf, 1,812 у.п.л.

229. Трунев А.П. Корреляция фондового индекса s & p 500 с астрономическими и геофизическими параметрами (Системно-когнитивный анализ взаимосвязи ноосферы, литосферы, магнитосферы и космической среды) / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №03(057). С. 237 – 256. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0039, IDA [article ID]: 0571003013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/03/pdf/13.pdf, 1,25 у.п.л.

230. Макаревич О.А. Применение технологий искусственного интеллекта для прогнозирования и управления в агропромышленном холдинге / О.А. Макаревич, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №05(059). С. 149 – 157. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0093, IDA [article ID]: 0591005010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/05/pdf/10.pdf, 0,562 у.п.л.

231. Луценко Е.В. Интеллектуальная система прогнозирования последствий ошибочного конфигурирования системы безопасности MS Windows / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков, А.А. Дубянский // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №05(059). С. 53 – 78. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0090, IDA [article ID]: 0591005006. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/05/pdf/06.pdf, 1,625 у.п.л.

232. Луценко Е.В. Интеллектуальная консалтинговая система выявления технологических знаний и принятия решений по их эффективному применению на основе системно-когнитивного анализа бизнес-процессов / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков, А.И. Ладыга // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №05(059). С. 79 – 110. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0091, IDA [article ID]: 0591005007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/05/pdf/07.pdf, 2 у.п.л.

233. Луценко Е.В. Интеллектуальное управление номенклатурой и объемами реализации в торговой фирме / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков, Д.С. Чичерин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №05(059). С. 111 – 139. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0094, IDA [article ID]:

0591005008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/05/pdf/08.pdf, 1,812 у.п.л.

234. Луценко Е.В. «Эйдос-астра» – интеллектуальная система научных исследований влияния космической среды на поведение глобальных геосистем / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №07(061). С. 204 – 228. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0163, IDA [article ID]: 0611007017. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/07/pdf/17.pdf, 1,562 у.п.л.

235. Луценко Е.В. Когнитивные функции как адекватный инструмент для формального представления причинно-следственных зависимостей / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №09(063). С. 1 – 23. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0233, IDA [article ID]: 0631009001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/09/pdf/01.pdf, 1,438 у.п.л.

236. Луценко Е.В. Аск-анализ как адекватный инструмент контроллинга и менеджмента для средней и малой фирмы / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №09(063). С. 24 – 55. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0238, IDA [article ID]: 0631009002. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/09/pdf/02.pdf, 2 у.п.л.

237. Луценко Е.В. Прогнозирование длительности послеоперационного восстановительного периода методом сердечно-дыхательного синхронизма (СДС) с применением АСК-анализа (часть 2) / Е.В. Луценко, Е.В. Сергеева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №10(064). С. 179 – 203. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0279, IDA [article ID]: 0641010015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/10/pdf/15.pdf, 1,562 у.п.л.

238. Луценко Е.В. Прогнозирование длительности послеоперационного восстановительного периода методом сердечно-дыхательного синхронизма (СДС) с применением АСК-анализа (часть 1) / Е.В. Луценко, Е.В. Сергеева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №10(064). С. 142 – 178. – Шифр Информрегистра: 0421000012\0280, IDA [article ID]:

0641010014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/10/pdf/14.pdf, 2,312 у.п.л.

239. Трунев А.П. Автоматизированный системно-когнитивный анализ влияния тел Солнечной системы на движение полюса Земли и визуализация причинно-следственных зависимостей в виде когнитивных функций / А.П. Трунев, Е.В. Луценко, Д.К. Бандык // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №01(065). С. 232 – 258. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0002, IDA [article ID]: 0651101020. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/01/pdf/20.pdf, 1,688 у.п.л.

240. Луценко Е.В. Реализация операции объединения систем в системном обобщении теории множеств (объединение булеанов) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №01(065). С. 354 – 391. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0001, IDA [article ID]: 0651101029. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/01/pdf/29.pdf, 2,375 у.п.л.

241. Луценко Е.В. Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли как количественная мера синергетического эффекта объединения булеанов в системном обобщении теории множеств / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №02(066). С. 535 – 545. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0031, IDA [article ID]: 0661102045. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/02/pdf/45.pdf, 0,688 у.п.л.

242. Трунев А.П. Семантические информационные модели влияния солнечных пятен на сейсмическую активность, движение полюса и магнитное поле Земли / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №02(066). С. 546 – 571. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0030, IDA [article ID]: 0661102046. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/02/pdf/46.pdf, 1,625 у.п.л.

243. Луценко Е.В. Метод визуализации когнитивных функций – новый инструмент исследования эмпирических данных большой размерности / Е.В. Луценко, А.П. Трунев, Д.К. Бандык // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №03(067). С. 240 – 282. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0077, IDA [article ID]: 0671103018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/03/pdf/18.pdf, 2,688 у.п.л.

244. Луценко Е.В. Развитие интеллектуальной системы «Эйдос-астра», снимающее ограничения на размерность баз знаний и разрешение когнитивных функций / Е.В. Луценко, А.П. Трунев, Е.А. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №05(069). С. 353 – 377. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0159, IDA [article ID]: 0691105031. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/05/pdf/31.pdf, 1,562 у.п.л.

245. Луценко Е.В. Методологические аспекты выявления, представления и использования знаний в АСК-анализе и интеллектуальной системе «Эйдос» / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №06(070). С. 233 – 280. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0197, IDA [article ID]: 0701106018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/06/pdf/18.pdf, 3 у.п.л.

246. Оперативное прогнозирование значений экономических показателей многоотраслевой корпорации с применением технологий искусственного интеллекта (часть 2-я: синтез и верификация модели) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич, Л.О. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(071). С. 706 – 719. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0268, IDA [article ID]: 0711107050. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/07/pdf/50.pdf, 0,875 у.п.л.

247. Оперативное прогнозирование значений экономических показателей многоотраслевой корпорации с применением технологий искусственного интеллекта (часть 1-я: постановка задачи и формализация предметной области) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич, Л.О. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(071). С. 692 – 705. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0271, IDA [article ID]: 0711107049. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/07/pdf/49.pdf, 0,875 у.п.л.

248. Луценко Е.В. Метод когнитивной кластеризации или кластеризация на основе знаний (кластеризация в системно-когнитивном анализе и интеллектуальной системе «Эйдос») / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(071). С. 528 – 576. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0253, IDA [article ID]: 0711107040. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/07/pdf/40.pdf, 3,062 у.п.л.

249. Луценко Е.В. Системно-когнитивные основы автоматизации инвестиционного управления региональным агропромышленным комплексом с применением интеллектуальных технологий / Е.В. Луценко, В.И. Лойко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №08(072). С. 521 – 535. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0320, IDA [article ID]: 0721108045. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/08/pdf/45.pdf, 0,938 у.п.л.

250. Луценко Е.В. Разработка адаптивной методики интегральной многокритериальной оценки эффективности работы муниципальных образований в области опеки и попечительства с применением технологий искусственного интеллекта / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, К.Н. Ковалев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №09(073). С. 488 – 522. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0381, IDA [article ID]: 0731109045. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/09/pdf/45.pdf, 2,188 у.п.л.

251. Луценко Е.В. Оперативное прогнозирование трендов экономических показателей многоотраслевой корпорации с применением технологий искусственного интеллекта (часть 2-я: синтез и верификация модели) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Л.О. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №09(073). С. 478 – 487. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0376, IDA [article ID]: 0731109044. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/09/pdf/44.pdf, 0,625 у.п.л.

252. Луценко Е.В. Оперативное прогнозирование трендов экономических показателей многоотраслевой корпорации с применением технологий искусственного интеллекта (часть 1-я: постановка задачи и формализация предметной области) / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Л.О. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №09(073). С. 466 – 477. – Шифр Информрегистра: 0421100012\0378, IDA [article ID]: 0731109043. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/09/pdf/43.pdf, 0,75 у.п.л.

253. Луценко Е.В. Исследование влияния подсистем различных уровней иерархии на эмерджентные свойства системы в целом с применением АСК-анализа и интеллектуальной системы "Эйдос" (микроструктура системы как фактор управления ее макросвойствами) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электрон-

ный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №01(075). С. 638 – 680. – Шифр Информрегистра: 0421200012\0025, IDA [article ID]: 0751201052. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/01/pdf/52.pdf, 2,688 у.п.л.

254. Луценко Е.В. Применение СК-анализа и системы «Эйдос» для синтеза когнитивной матричной передаточной функции сложного объекта управления на основе эмпирических данных / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №01(075). С. 681 – 714. – Шифр Информрегистра: 0421200012\0008, IDA [article ID]: 0751201053. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/01/pdf/53.pdf, 2,125 у.п.л.

255. Луценко Е.В. Инновационные заделы интеллектуального обеспечения управленческих решений в корпорации на будущее / Е.В. Луценко, В.В. Ермоленко, Д.В. Ермоленко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №02(076). С. 814 – 831. – Шифр Информрегистра: 0421200012\0167, IDA [article ID]: 0761202066. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/02/pdf/66.pdf, 1,125 у.п.л.

256. Автоматизированный системно-когнитивный анализ и его применение для управления социально-экономическими системами в АПК / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, О.А. Макаревич, Л.О. Макаревич // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №04(078). С. 654 – 698. – IDA [article ID]: 0781204055. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/04/pdf/55.pdf, 2,812 у.п.л.

257. Луценко Е.В. Количественная оценка уровня системности на основе меры информации К. Шеннона (конструирование коэффициента эмерджентности Шеннона) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(079). С. 249 – 304. – IDA [article ID]: 0791205018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/18.pdf, 3,5 у.п.л.

258. Лойко В.И. Инвестиционно-ресурсное управление сельскохозяйственным производством / В.И. Лойко, Т.П. Барановская, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №09(083). С. 582 – 614. – IDA [article ID]: 0831209042. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/09/pdf/42.pdf, 2,062 у.п.л.

259. Лойко В.И. Потоковые модели управления эффективностью инвестиций в агропромышленных объединениях / В.И. Лойко, Т.П. Барановская, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №09(083). С. 615 – 631. – IDA [article ID]: 0831209043. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/09/pdf/43.pdf, 1,062 у.п.л.

260. Луценко Е.В. Универсальная когнитивная аналитическая система «Эйдос-Х++» / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №09(083). С. 328 – 356. – IDA [article ID]: 0831209025. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/09/pdf/25.pdf, 1,812 у.п.л.

261. Луценко Е.В. Интеллектуальные модели инвестиционного управления АПК / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Т.П. Барановская // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №09(083). С. 540 – 581. – IDA [article ID]: 0831209041. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/09/pdf/41.pdf, 2,625 у.п.л.

262. Луценко Е.В. Прогнозирование урожайности подсолнечника по Краснодарскому краю с применением системно-когнитивного анализа (Часть 3-я: Решение задач прогнозирования и исследования предметной области) / Е.В. Луценко, Н.О. Познышева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(084). С. 410 – 435. – IDA [article ID]: 0841210032. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/32.pdf, 1,625 у.п.л.

263. Луценко Е.В. Прогнозирование урожайности подсолнечника по Краснодарскому краю с применением системно-когнитивного анализа (Часть 2-я: Формальная постановка задачи и преобразование исходных данных в информацию, а ее в знания) / Е.В. Луценко, Н.О. Познышева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(084). С. 384 – 409. – IDA [article ID]: 0841210031. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/31.pdf, 1,625 у.п.л.

264. Луценко Е.В. Концептуальные основы управления экономической устойчивостью перерабатывающего комплекса региона с применением технологий искусственного интеллекта / Е.В. Луценко, В.И. Лойко, Т.П. Барановская // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал

КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №03(087). С. 739 – 748. – IDA [article ID]: 0871303057. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/03/pdf/57.pdf, 0,625 у.п.л.

265. Луценко Е.В. Реализация психологических, педагогических и профориентационных тестов и супертестов без программирования в среде интеллектуальной системы «Эйдос-Х++» (На примере теста: «Анализ особенностей индивидуального стиля педагогической деятельности») / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №04(088). С. 1057 – 1085. – IDA [article ID]: 0881304076. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/76.pdf, 1,812 у.п.л.

266. Луценко Е.В. Теоретические основы, технология и инструментарий автоматизированного системно-когнитивного анализа и возможности его применения для сопоставимой оценки эффективности вузов / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №04(088). С. 340 – 359. – IDA [article ID]: 0881304022. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/22.pdf, 1,25 у.п.л.

267. Луценко Е.В. Синтез системно-когнитивной модели природно-экономической системы и ее использование для прогнозирования и управления в зерновом производстве (Часть 2 – преобразование эмпирических данных в информацию) / Е.В. Луценко, К.Н. Горпинченко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №05(089). С. 1301 – 1319. – IDA [article ID]: 0891305090. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/05/pdf/90.pdf, 1,188 у.п.л.

268. Луценко Е.В. Реализация тестов и супертестов для ветеринарной и медицинской диагностики в среде системы искусственного интеллекта «Эйдос-Х++» без программирования / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №05(089). С. 167 – 207. – IDA [article ID]: 0891305014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/05/pdf/14.pdf, 2,562 у.п.л.

269. Луценко Е.В. Синтез системно-когнитивной модели природно-экономической системы и ее использование для прогнозирования и управления в зерновом производстве (Часть 1 – постановка задачи) / Е.В. Луценко, К.Н. Горпинченко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. –

№05(089). С. 1288 – 1300. – IDA [article ID]: 0891305089. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/05/pdf/89.pdf, 0,812 у.п.л.

270. Луценко Е.В. Коэффициент эмерджентности классических и квантовых статистических систем / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 214 – 235. – IDA [article ID]: 0901306014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/14.pdf, 1,375 у.п.л.

271. Луценко Е.В. Синтез системно-когнитивной модели природно-экономической системы, ее использование для прогнозирования и управления в зерновом производстве (4 часть – исследование объекта моделирования путем исследования его модели) / Е.В. Луценко, К.Н. Горпинченко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 873 – 893. – IDA [article ID]: 0901306060. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/60.pdf, 1,312 у.п.л.

272. Луценко Е.В. Синтез системно-когнитивной модели природно-экономической системы, ее использование для прогнозирования и управления в зерновом производстве (Часть 3 – прогнозирование и принятие решений) / Е.В. Луценко, К.Н. Горпинченко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 863 – 872. – IDA [article ID]: 0901306059. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/59.pdf, 0,625 у.п.л.

273. Луценко Е.В. Моделирование сложных многофакторных нелинейных объектов управления на основе фрагментированных зашумленных эмпирических данных большой размерности в системно-когнитивном анализе и интеллектуальной системе «Эйдос-Х++» / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 164 – 188. – IDA [article ID]: 0911307012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/12.pdf, 1,562 у.п.л.

274. Орлов А.И. Системная нечеткая интервальная математика (СНИМ) – перспективное направление теоретической и вычислительной математики / А.И. Орлов, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 255 – 308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf, 3,375 у.п.л.

275. Луценко Е.В. Подчиняются ли социально-экономические явления каким-то аналогам или обобщениям принципа относительности Галилея и Эйнштейна и выполняются ли для них теорема Нётер и законы сохранения? / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 219 – 254. – IDA [article ID]: 0911307014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/14.pdf, 2,25 у.п.л.

276. Прогнозирование землетрясений на основе астрономических данных с применением АСК-анализа на примере большого калифорнийского разлома Сан-Андреас / Н.А. Чередниченко, Е.В. Луценко, Д.К. Бандык, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1322 – 1377. – IDA [article ID]: 0911307093. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/93.pdf, 3,5 у.п.л.

277. Луценко Е.В. Метризация измерительных шкал различных типов и совместная сопоставимая количественная обработка разнородных факторов в системно-когнитивном анализе и системе «Эйдос» / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №08(092). С. 859 – 883. – IDA [article ID]: 0921308058. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/08/pdf/58.pdf, 1,562 у.п.л.

278. Луценко Е.В. Web-портал по УМК в составе сайта университета: актуальность и возможность создания / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №09(093). С. 1134 – 1147. – IDA [article ID]: 0931309077. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/77.pdf, 0,875 у.п.л.

279. Луценко Е.В. Разработка без программирования и применение в адаптивном режиме методик риэлтерской экспресс-оценки по методу аналогий (сравнительных продаж) в системно-когнитивном анализе и интеллектуальной системе «Эйдос» / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10(094). С. 507 – 564. – IDA [article ID]: 0941310036. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/36.pdf, 3,625 у.п.л.

280. Луценко Е.В. Когнитивные функции как обобщение классического понятия функциональной зависимости на основе теории информации в системной нечеткой интервальной математике / Е.В. Луценко,

А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). С. 122 – 183. – IDA [article ID]: 0951401007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/07.pdf, 3,875 у.п.л.

281. Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем // Квантовая Магия. – 2008. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 1215–1239 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html.

282. Луценко Е.В. Универсальная когнитивная аналитическая система «Эйдос-Х++». Сектор экономики знаний южного макрорегиона: институциональные инновации, технологии контроллинга, управления и инженерии знаний, развития человеческого капитала: материалы IV Междунар. науч.-практ. конф. / Отв. ред. В.В. Ермоленко, М.Р. Закарян. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2012, 329 с. ISBN 978-5-8209-0816-3, С.288-297.

283. Луценко Е.В., Коржаков В.Е. Численное исследование эффективности частных и интегральных критериев знаний в интеллектуальной системе «Эйдос-Х++». Сектор экономики знаний южного макрорегиона: институциональные инновации, технологии контроллинга, управления и инженерии знаний, развития человеческого капитала: материалы IV Междунар. науч.-практ. конф. / Отв. ред. В.В. Ермоленко, М.Р. Закарян. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2012, 329 с. ISBN 978-5-8209-0816-3, С.298-307.

284. Луценко Е.В. Автоматизированная система распознавания образов, математическая модель и опыт применения. В сб.: "В.И.Вернадский и современность (к 130-летию со дня рождения)". Тезисы научно-практической конференции. – Краснодар: КНА, 1993. – С. 37-42.

285. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ как метод комплексного решения проблемы управления персоналом с применением функционально-стоимостного анализа / Е.В. Луценко, В.Е. Коржаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №02(096). С. 1 – 16. – IDA [article ID]: 0961402001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/01.pdf, 1 у.п.л.

286. Луценко Е.В. Применение теории информации и АСК-анализа для экспериментальных исследований в теории чисел / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). – IDA [article ID]: 0971401048. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/48.pdf, 1,000 у.п.л.

Орлов Александр Иванович
профессор, доктор экономических наук, доктор технических наук,
кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры «Экономика и организация производства»
научно-учебного комплекса «Инженерный бизнес и менеджмент»
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Луценко Евгений Вениаминович
профессор, доктор экономических наук, кандидат технических наук,
профессор кафедры компьютерных технологий и систем
Кубанского государственного аграрного университета, Краснодар, Россия

Научное издание

СИСТЕМНАЯ НЕЧЕТКАЯ ИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Монография

Литературный редактор: Е.В.Луценко
Оригинал-макет: Е.В.Луценко

Подписано в печать **«16» декабря 2013**. Формат $60 \times 84\ ^1\!/_{16}$. Бумага офсетная.

Печ. л.: – **37,500**. Заказ № **140**. Тираж **100** экз.
Отпечатано в типографии Кубанского государственного аграрного университета
350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13